Glattfelder Péter

Mit is mutat a inverzmatrix?

Közismert, hogy a gazdasági élet különböző területein dolgozó szakemberek, akik számára az ágazati kapcsolati mérleg a mindennapi munka segédeszközévé vált, még ma is némi fenntartással kezelik a rendelkezésükre álló képleteket, számításokat, illetve táblákat. Véleményem szerint ez részben azzal magyarázható, hogy a szóban forgó eredmények közgazdasági értelmezése nem egy helyen pontatlan, sőt egyenesen félreérthető.

Úgy tűnik, hogy e problémák alapvetően az inverzmatrixszal kapcsolatosak. Néhány — helytálló, bár a kérdést összetetten vizsgáló — kivételtől eltekintve a szerzők az $(\mathbf{E}-\mathbf{A})^{-1}$ matrix r_{ij} elemét úgy definiálják, mint egységnyi végsőfelhasználásra kerülő termék (netto output) kibocsátásához szükséges *halmozott* (közvetlen plusz közvetett) ráfordítást az adott i, j relációban. Ha ez így van, úgy jogos a kérdés, hogy vajon nem hibázunk-e akkor, amikor a közvetett ráfordítások vizsgálatához szembeállítjuk a bruttó output (össztermelés) egységére vetített közvetlen és a nettó kibocsátás egységére jutó halmozott ráfordításokat. A statisztika elmélete helyteleníti ezt az összevetést (hiszen különbözőek a viszonyítási alapok), mégis igen gyakran megtettük anélkül, hogy az említett dimenzióbeli eltéréssel számoltunk volna.

Hogyan lehetne feloldani a közvetlen és a halmozott ráfordításoknak ezt az ellentmondását? Néhány szerző már felvetette, hogy valamiféle „közös alapra" kellene hozni a kétféle együtthatót, hogy ily módon kiszűrhessük a halmozott ráfordításokból azt a növekedést, melyet a bruttó és a nettó kibocsátás nagyságrendi eltérése okozott.

Megítélésem szerint nincs szükség semmiféle „nettósításra", mivel az inverz-együtthatók — mint halmozott mutatók — ugyancsak a „bruttó" output egységére vonatkoznak. (Az idézőjelet a későbbi gondolatmenet igazolja.) Ha ez igaz — márpedig hogy az, azt a következőkben bizonyítani is fogom —, úgy ezáltal már automatikusan megszűnik a különböző viszonyítási alapok problémája, s a halmozott és a közvetlen ráfordítások közti eltérés kizárólag a közvetett ráfordításokkal magyarázható. (Szándékosan beszélek halmozott és nem teljes ráfordításokról. Nálunk e két kifejezést hosszú ideig azonos értelemben használták, napjainkban azonban „teljes" alatt inkább a népgazdasági szintű ráfordításokat értjük.[1]

A megfelelő külföldi és hazai szakirodalmat tanulmányozva azt láthatjuk, hogy az inverz-együtthatók olyan értelmezése, miszerint azok egységnyi nettó output előállításához szükséges *halmozott* ráfordítások lennének, a következő matematikai eredményekhez kapcsolódik:

[1] Lásd pl. Balsay Éva: Népgazdasági szintű ráfordítások meghatározása. — Statisztikai Szemle — 1965/11.

— az ún. „Neumann-sor"
— a bruttó és a nettó output leontiefi összefüggése.

A Neumann-sor az $\mathbf{R} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$ matrixot írja fel egy olyan végtelen mátrix-polinom alakjában, melyben az egyes tagok az **A** technológiai mátrix fokozatosan növekvő hatványai. Eszerint

$$(1)\qquad (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{E} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 \ldots + \mathbf{A}^n + \ldots$$

A fenti, matematikai szempontból kifogástalan összefüggésből még egyáltalán nem derül ki, hogy miként került az inverzmátrix definíciójába a nettó output mint vetítési alap. Ez utóbbi kérdésre az

$$(2)\qquad \mathbf{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

képlet adja meg a választ, mely szerint a Leontief-inverz és a nettó output (**y**) szorzataként mindig előállítható a bruttó kibocsátás vektora (**x**). Az itt leírt azonosságot, mely a nettó outputra való vetítettségre utal, a továbbiakban összekapcsoltuk a halmozódást „szuggeráló" Neumann-sor értelmezésével. S éppen itt vélem felfedezni az ellentmondást, ugyanis ez utóbbi kizárólag az **A** mátrix hatványaiból képzi az $(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$-et, mely **A**-ról köztudott, hogy nem az **y**, hanem az **x**, a bruttó termelés egységére vonatkozik.[2] Az az igazság — és a továbbiakban erre szeretnék rámutatni —, hogy kétféle „jelentése" van az inverz-együtthatóknak, s mi ezt a kettőt kissé összekevertük. Nevezetesen: ezek tekinthetők egységnyi *bruttó termelés halmozott* ráfordításainak (1), illetve a *közvetlen ráfordítások* egységnyi nettó outputra vetített értékének (2).[3]

Félreértés ne essék: az számomra is világos, hogy elvileg nincs semmi különbség a kétféle kibocsátás *egysége* között. (A gyakorlatban persze lehet, hiszen — sajnos — még nem minden esetben azonos „egység" a termelő fogyasztásra és pl. az exportra átadott nyersanyag vagy félkésztermék.) Emiatt ezen „egység" előállításához — eltekintve a rendszer belső összefüggéseitől — azonos ráfordítás-igény tartozik. Csakhogy jogtalan ez az eltekintés, s így én sem az ellen protestálok, hogy ne kellene nagyobb termékráfordítás egységnyi végsőfelhasználási *kibocsátásához*, mint a bruttó output egységéhez (hiszen az előbbi egy meghatározott termelő fogyasztással párosul, s így az abból való igények kielégítéséhez az utóbbit terhelő ráfordításokat is meg kell „fizetni"). Arról van szó, hogy a halmozódás mint az input-output közismert és már tövéről hegyére elmagyarázott kategóriája nem ide tartozik, nem a nettó outputtal kapcsolatos. Azt sem szabad elfelejteni, hogy matematikai oldalról tekintve az inverzegyütthatók kizárólag azért nagyobbak az **A** megfelelő elemeinél, mivel ugyanazt az összráfordítást kisebb outputra vonatkoztattuk. Ebből az aspektusból tehát nincs itt semmiféle halmozódás: csupán az **x** helyett az **y**-ra végeztünk egy lineáris transzformációt (ahol is $\mathbf{y} \leq \mathbf{x}$)[4]. Így lehet azután —

[2] Megjegyzendő, hogy egymással belső, termelési kapcsolatban nem álló szektorok esetében ez a különbség nem jelent problémát (hiszen ekkor azonos az összes és a végsőfelhasználási kibocsátás, az **A** pedig egy null-mátrix), ellenkező esetben viszont igen.

[3] Ezt az oldalt — elméletileg talán a legtisztábban — Szabó László fogta meg. (Az inverzmátrix értelmezése — Statisztikai Szemle 1963/4.)

[4] Más ez a transzformáció, mint ami az **A** képzésekor történt: ott a **T** sakktábla-mérleg oszlopait rendre elosztottuk a hozzájuk tartozó bruttó termeléssel, míg itt az $(\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$ az $\mathbf{y} = (\mathbf{E} - \mathbf{A}) \cdot \mathbf{x}$ egyenletrendszer megoldásából adódott.