

EGY OSZTÁLYZATON ALAPULÓ FUZZY RENDEZŐ MÓDSZER¹

BORGULYA ISTVÁN

JPTE Közgazdaságtudományi Kar

A fuzzy logika alkalmazására egyre több példát láthatunk. Segítségével természetesebb módon kezelhetjük a nem véletlen jellegűen pontatlan, bizonytalan fogalmakat, döntéseket. Rendező módszerei is fontos szerepet játszanak a gyakorlatban, számos területen felhasználhatók a döntéselőkészítésben. Egy jogeset rendező feladat kapcsán én is alkalmaztam e rendező módszereket, illetve saját rendező módszert is kifejlesztettem, mely R. Jain több kritérium szerinti alternatíva rendező módszeréhez hasonló. Ezen "osztályozó-módszer" az oktatásban megszokott osztályozás elvén alapul. Az alternatívákat leíró kritériumértékeket osztályzatként adja meg, és az alternatívát leíró osztályzatok fuzzy halmazait aggregálva, minden alternatívához egyetlen extra osztályzatot rendel. Az alternatívák az extra osztályzatok alapján rendezhetők. Az "osztályozó-módszer" a mintapéldák szerint általánosan alkalmazható rendezésre. Más rendező módszerekkel, mint pl. az ELECTRE II, a Yager-módszer összevetve hasonló eredményeket ad.

1. Bevezetés

A fuzzy logika rendező módszereivel egy jogeset rendező feladat kapcsán kezdem foglalkozni. A fuzzy logika jogi alkalmazhatóságát vizsgáló L. Philipps vetette fel, hogy R. R. Yager fuzzy logika módszere [9], amely cél alternatívák közül több kritérium alapján egy "legmegfelelőbb" alternatívát választ ki, jogesetek, mint alternatívák körében is alkalmazható [6].

Magyarországi, 1980-81-es bírósági jogesetekkel próbálkozva sikerült a rendezés [2]. Az eseteket leíró különböző kritériumokat (életkor, jogosítvány jellege stb.) egységesen kezeltem: a kritériumokat fuzzy halmazként értelmezve értékeiket osztályzatként adtam meg. Ötfokozatú osztályozást választva, az osztályzatokhoz tartozó fuzzy halmazok tartalmazási függvényeit Gauss-görbékkel adtam meg. Rendezéshez a Yager-módszert alkalmazva monoton, az ítéletek súlyosságának megfelelő rendezést kaptam.

¹E tanulmány az OTKA T18562 kutatás keretében készült. Beérkezett 1995. május 7.

Az egységes, a kritériumok osztályzásán alapuló megközelítés vetette fel az ötletet, hogy a problémához illeszkedő, új rendező módszert fejlesszék. Ez az "osztályozó-módszer" az alternatívákhoz egyetlen extra osztályzatot rendel, mely alapján rendezhetők az alternatívák.

Az „osztályozó-módszer”, amely R. Jain rendező módszeréhez [4] hasonló, az osztályzatok súlyozott aggregálásán alapul. Mivel az osztályzatok feldolgozása különböző szabályokkal írható le, a módszer szabályalapú aggregációval állítja elő az extra osztályzat fuzzy halmazát, és fuzzy-rendszerként programozható.

Bár az „osztályozó-módszer” jogesetek rendezésére készült, általánosan is használható. Ha a kritériumok értékei értelmezhetők osztályzatként (vagy azzá transzformálhatók), alkalmazható a módszer és a bemutatott mintapéldák szerint hasonló eredményeket ad más rendezési módszerekkel.

Nézzük tehát az "osztályozó-módszert", kapcsolatát a Jain-módszerrel és a módszert szemléltető példákat.²

2. Az „osztályozó-módszer”

A jogeset rendezésénél felvetett matematikai probléma a következő: olyan több kritériummal jellemzett alternatívákat kell rendezni, ahol a kritérium értékek fuzzy halmazok.

E probléma megoldását fuzzy logika programcsomaggal kíséreltem meg, és ennek lehetőségei természetesen befolyásolták a megoldás menetét. Így pl. ahhoz, hogy egyszerűbben lehessen kezelni a problémát, a kritérium értékek egységes, ötfokozatú osztályzatokkal való leírását választottam és minden osztályzathoz azonos, Gauss-görbével megadott fuzzy halmazt rendeltem. A kritériumok ezen egységes leírása azt is lehetővé tette, hogy az alternatívákat az oktatásban megszokott módon "osztályozzam". Ez az „osztályozás” minden kritériumot, minden lehetséges értékével figyelembe tud venni, és eredménye az alternatíva rendezés alapját képezheti.

A kialakított „osztályozó-módszer” alapgondolata a következő:

Az oktatásban a legkülönbözőbb tárgyaknál ugyanolyan osztályzatokkal jellemezzük a hallgatók tudását. Általában tanulmányi átlagot is számolunk. A diplomában a tanulmányi átlagot ráadásul különböző súlyú osztályzatokból számoljuk. Ezen átlagok lehetővé teszik a tanulmányi teljesítmény szerinti sorrend megállapítását. Tulajdonképpen e teljesítmény szerinti rendezést évszázadok óta alkalmazzák az oktatásban, és mindenki elfogadja, mint objektív rendezési lehetőséget. (Természetesen egy hallgató megítélését más

²A módszer programjait a müncheni egyetem Jogfilozófia és Jogi informatika intézetében az FS-Fuzzysoft programcsomaggal készítettem egy DAAD kutatási ösztöndíj alkalmával.

szempontok is befolyásolják.)

Az "osztályozó-módszer" ezt a gyakorlatban alkalmazott, bevált rendező módszert, a tanulmányi átlag szerinti rendezést másolja le. A módszer alapja egy átlagszámítás, amely nem igényel különösebb matematikai vizsgálatot. Matematikai megfontolásokat igényelnek viszont az osztályzatok tulajdonságait biztosító fuzzy halmazok és műveletek megválasztása. Így ahhoz, hogy az „osztályozó-módszer” az oktatásban megszokott módon tudja az osztályzatokat kezelni, meg kell állapítani az osztályzatok jellemző tulajdonságait és meg kell vizsgálni, milyen fuzzy rendszerrel valósíthatók meg a kapott tulajdonságok és a rendezés.

A fuzzy rendszer szempontjából az osztályzatok jellemzői a következők:

- a) A legkülönfélébb tantárgyaknál ugyanazon p -fokozatú (pl. 5-fokozatú) osztályozás valamely osztályzatával (1,2,...) mérjük a tudást.
- b) Osztályzatként köztesjegy (pl. 3.5) is adható. Az, hogy egy köztesjegyet mennyire tartunk egy egész értékű osztályzathoz közeleink, általában szubjektív megítélés kérdése.
- c) Az átlag (tanulmányi, diploma) az osztályzatok súlyozott átlaga, melyet szintén osztályzatnak tekintünk (általában köztesjegy).

Ezen jellemzők megvalósítása az „osztályozó-módszernél” a következő:

- Ugyanazon osztályzattal jellemezzük a különböző kritériumokat, de nem szükséges minden kritériumnál azonos, p -fokozatú osztályozás.
- Az osztályzatokat olyan fuzzy halmazokkal definiáljuk, melyek tartalmazási függvényei kifejezik a köztesjegyek hozzátartozásának fokát az osztályzat halmazhoz. Emellett azt is ki kell fejezniük, hogy a köztesjegyek és a közvetlen környezetükbe eső értékek (pl. az 1.5, 2.5, 3.5 stb.) két szomszédos osztályzat halmazba is tartoznak. Egy osztályzat tartóhalmazát (supp) pl. az [osztályzat-0.6, osztályzat+0.6] intervallummal adhatjuk meg (a p -számú intervallum közül a szomszédosoknak van közös része). Az osztályzat fuzzy halmaz tartalmazási függvénye pedig olyan szimmetrikus függvény, amely az intervallum középpontjában veszi fel az 1 értéket, és a középponttól mindkét irányban monoton csökkenő. A megfelelő függvény kiválasztását vagy egy közvélemény kutatás, vagy egy közelítő függvény keresés alapozhatja meg. Én a közelítő függvény keresést választottam. Ha egyenesekkel írjuk le a keresett tartalmazási függvényt, az egyenesek meredeksége révén a középpontban, vagy az intervallum végpontjaiban nem mutatja reálisan a hozzátartozás fokát. Pl. a 3.45, 3.5, 3.55 vagy a 3.95, 4, 4.05 osztályzatok közt alig van különbség, így egyenes vagy törtvonal helyett

körívek illesztése megfelelőbb lenne. A fuzzy logika programsomag függvényválasztékából a Gauss-görbe fejezi ki leginkább ezen tulajdonságokat, így minden osztályzatnál azonos alakú Gauss-görbékét választottam tartalmazási függvénynek.

- Az osztályzatként értelmezhető átlag megvalósításához az eredményt is p -fokozatú osztályzatokkal adjuk meg. A p értéket a kritériumoknál alkalmazott legnagyobb fokozatú osztályozás határozza meg. Nevezzük ezt a p számú osztályzattól álló fuzzy halmazt „eredményhalmaznak”. Legcélszerűbb az átlagot az eredményhalmazban előállítani. Ebben az esetben az osztályzatok súlyozott összege az eredményhalmaz valamilyen részhalmaza lesz (nevezzük ezt „extra osztályzat” halmaznak) és az átlagnak e részhalmaz súlypontja felel meg.

Ahhoz, hogy a súlypontot osztályzatként értelmezzük, szabályoznunk kell az alternatívákat leíró osztályzatoknak az eredményhalmaz osztályzataira való leképezését. A következő szabályok szükségesek:

- Minden osztályzathoz az eredményhalmaz ugyanolyan elnevezésű osztályzatának egy részhalmazát rendeljük. A részhalmaz tartalmazási függvénye szintén Gauss-görbe.
- Minden osztályzat a hozzá tartozó kritérium súlyszámának megfelelő mértékben befolyásolja a végeredményt (a maximális súlyszám értéke 1), pl. a leképezésnél kapott részhalmaz magasságát a súlyszámmal szorozzuk. Tűzzük ki célul azonban azt, hogy elsősorban a nagyobb súlyszámú kritériumok befolyásolják a végeredményt (hasonló célt tűz ki a Yager-módszer is [10]). Ezt pl. úgy érhetjük el, hogy a részhalmaz magasságát a súlyszám négyzetével szorozzuk.
- Ha több kritérium azonos osztályzatot kap, akkor a különböző súlyokkal szorzott osztályzatoknak más-más részhalmazt feleltessünk meg az eredményhalmaz azonos nevű osztályzat halmazában.
- Az eredményhalmazban az osztályzatok leképezésével kapott részhalmazokat aggregálva (T-konorma) kapjuk az „extra osztályzat” halmazt. Az „extra osztályzat” halmaz súlypontja, ill. x -tengelyen való vetülete már osztályzatként értelmezhető.

E több kritérium szerinti rendező módszert a következőképp fogalmazhatjuk meg általánosan:

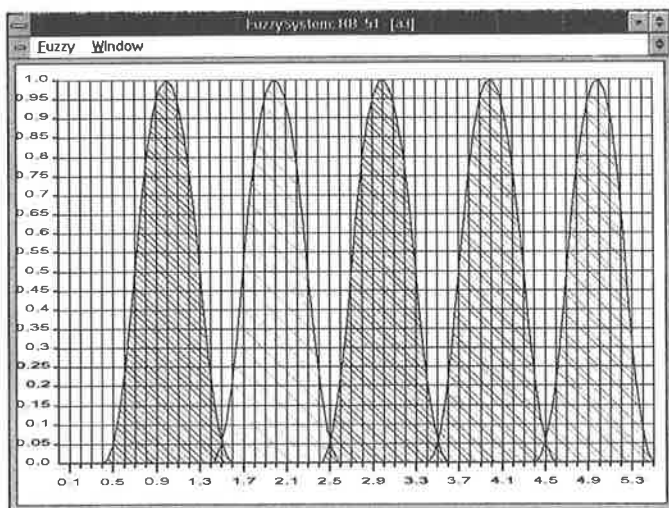
Legyen $X = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ az alternatíváknak egy véges halmaza, legyen $K = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ a fuzzy kritériumoknak egy véges halmaza, és legyenek

továbbá g_1, g_2, \dots, g_m a kritériumokhoz tartozó súlysúlyszámok, a súlyszámok maximális értékét egyenként választva.

Tekintsünk X felett minden k_j fuzzy kritériumot nyelvi változónak ($1 \leq j \leq m$) és legyen $k_j = \{S_1, S_2, \dots, S_{p_j}\}$, ahol S_1, S_2, \dots, S_{p_j} a nyelvi változó értékei. Az S_1, S_2, \dots, S_{p_j} fuzzy halmazok μ tartalmazási függvényei és tartóhalmazaik (supp) az osztályzatoknak megfelelően legyenek

$$\begin{array}{ll} \mu_{S_1}(x) & \text{supp } S_1 = [0.4, 1.6] , \\ \mu_{S_2}(x) & \text{supp } S_2 = [1.4, 2.6] , \\ \vdots & \vdots \\ \mu_{S_{p_j}}(x) & \text{supp } S_{p_j} = [p_j - 0.6, p_j + 0.6] , \end{array}$$

és minden tartalmazási függvény legyen azonos alakú Gauss-görbe a tartóhalmaz felett. Természetesen az osztályozás fokozatainak p száma tetszőleges, de a pontosság és a kifejezési lehetőségek esetenként változnak (Az 1. ábra $p = 5$ esetén szemlélteti a k_j kritérium fuzzy halmazait). Az a_i alternatívát ($1 \leq i \leq n$) a k_j kritérium S_1, S_2, \dots, S_{p_j} fuzzy halmazaival értékelhetjük.



1. ábra: Egy kritérium mint nyelvi változó

Az „osztályozó-módszer” minden a_i alternatívához egy R_i „extra osztályzat” fuzzy halmazt rendel, melyek egy közös E fuzzy eredményhalmazban fognak megjelenni. Az E halmaz lehetővé teszi az R_i halmazok összehasonlítását, és azt is, hogy magát az R_i halmaz definiálást elkerüljük. Az E halmaz a

kritériumokkal azonos fuzzy halmaz:

$$E = \{S_1, S_2, \dots, S_{p_k}\},$$

ahol $k = \max p_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$), és minden R_i halmaz az E halmaz részben aktivizált részalmazzaiból fog keletkezni.

Az R_i halmazok képzéséhez fuzzy halmazok leképezései és aggregálásai szükségesek. Az alkalmazható fuzzy logika programcsomagban e műveletek csak olyan programblokkokkal valósíthatók meg, amelyeket a programcsomag Kosko [5] FAM-rendszereként (FAM: fuzzy associativ memories) kezel.

Egy egyszerű FAM-rendszer az n -dimenziós fuzzy halmazokat m -dimenziós fuzzy halmazokba képezi le k darab $(A_1, B_1), (A_2, B_2), \dots, (A_k, B_k)$ FAM-szabály párhuzamos, egyidejű felhasználásával. Minden A -input adat valamilyen mértékben aktivizálja a FAM-rendszer minden szabályát. Az (A_i, B_i) FAM-szabály, melynek formája

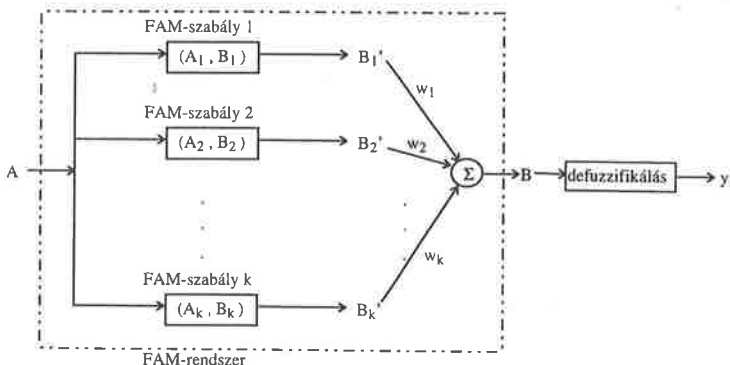
$$\text{IF } C = A_i \text{ THEN } D = B_i$$

(ahol C, D nyelvi változók és a lehetséges értékei közé tartozik A_i, B_i), az A input adatot a B_i halmaz részben aktivizált B'_i részére képezi le. A teljes FAM-rendszer által előállított B halmaz a részben aktivizált B'_1, B'_2, \dots, B'_k fuzzy halmazok súlyozott összege:

$$B = w_1 B'_1 + w_2 B'_2 + \dots + w_k B'_k,$$

ahol a $[0,1]$ intervallumbeli w_i értékek a FAM-szabályok súlyszámait jelölik.

A FAM-rendszerhez közvetlenül kapcsolódik egy defuzzifikáló eljárás, amely a B fuzzy halmazhoz egyetlen számot rendel (2. ábra). A B halmaz y súlypontját pl. a súlypont-módszer (COG: Center of Gravity) szolgáltatja.



2. ábra: Egy fuzzy-rendszer struktúra (Forrás: Kosko, 1992)

Esetünkben tehát alkalmazni kell egy FAM-rendszerként működő programblokkot R_i előállítására. A programblokk input adatai a kritériumok o_1, o_2, \dots, o_m osztályzatai lesznek. Minden egyes o_j osztályzat az adott kritérium $S1, S2, \dots, Sp_j$ értékei közül egyet, vagy két szomszédosat részben aktivizál és a FAM-szabályok ezen részben aktivizált halmazokat képezik le az E halmazba. Az R_i halmaz tehát az $S1, S2, \dots, Sp_k$ halmazok akár többször is részben aktivizált részhalmazainak súlyozott összege lesz.

Az osztályozás elvét megvalósító FAM-szabályok a következők:

$$\text{IF } k_1 = S1 \quad \text{THEN} \quad E = S1 \quad CF = g_1^2$$

$$\text{IF } k_1 = S2 \quad \text{THEN} \quad E = S2 \quad CF = g_1^2$$

$$\vdots$$

$$\text{IF } k_1 = Sp \quad \text{THEN} \quad E = Sp \quad CF = g_1^2$$

$$\text{IF } k_2 = S1 \quad \text{THEN} \quad E = S1 \quad CF = g_2^2$$

$$\text{IF } k_2 = S2 \quad \text{THEN} \quad E = S2 \quad CF = g_2^2$$

$$\vdots$$

$$\text{IF } k_2 = Sp \quad \text{THEN} \quad E = Sp \quad CF = g_2^2$$

$$\vdots$$

$$\text{IF } k_m = S1 \quad \text{THEN} \quad E = S1 \quad CF = g_m^2$$

$$\text{IF } k_m = S2 \quad \text{THEN} \quad E = S2 \quad CF = g_m^2$$

$$\vdots$$

$$\text{IF } k_m = Sp_j \quad \text{THEN} \quad E = Sp \quad CF = g_m^2$$

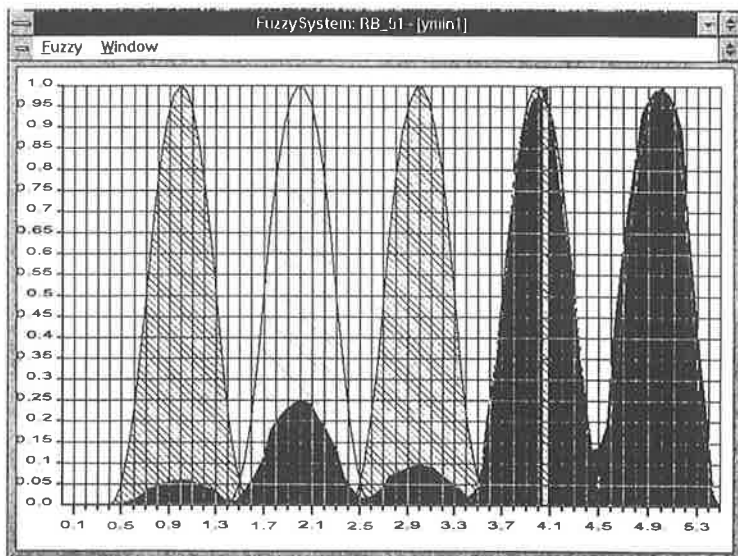
ahol a CF (certancy faktor) a szabály bizonyossági fokát adja meg, mellyel a FAM-rendszer automatikusan szorozza a szabály eredményét. E CF értéket esetünkben a premisszában szereplő kritérium súlyszám négyzetének kell választani (a kitűzött célnak megfelelően).

A FAM-rendszer működése során egy a_i alternatívához tartozó o_1, o_2, \dots, o_m osztályzatsorozat a FAM-szabályok feltétel részében szereplő $S1, S2, \dots, Sp_j$ halmazokat részben aktivizálja, és a szabály ugyanolyan mértékben aktivizálja a következmény részben szereplő azonos nevű halmazt. Minden E halmazba történő leképezésnél a CF értékkel szorozza az adott Gauss-görbét. A leképezések után a részben aktivizált halmazokat aggregálja (az algebrai

összeg operátorral összeadja őket), majd végül defuzzifikálással képezi az aggregált halmaz súlypontját.

Egy ilyen eredményt mutat a 3. ábra, melyben ötfokozatú osztályozás esetén látható az E halmaz (az 5 Gauss-görbével határolt halmaz), az E halmazban kialakított R_i extra osztályzat halmaz (sötét területű részhalmazok) és R_i defuzzifikálással kapott y_i súlypontja (függőleges vonal).

Az előállított fuzzy-rendszer tehát minden a_i alternatívához az input osztályzat sorozat alapján meghatározza az R_i halmaz y_i súlypontját és a kapott y_i értékek alapján rendezhetők az alternatívák.



3. ábra. A FAM-rendszer eredményhalmaza

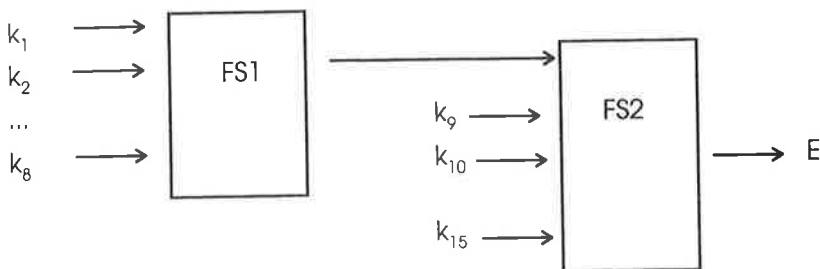
A módszer programja

Az "osztályozó-módszer" fuzzy logika szoftverrel, vagy fuzzy szakértői rendszerrel programozható. Én az FS-Fuzzysoft fuzzy logika programcsomagot választottam a program elkészítéséhez [3].

Az FS-Fuzzysoft szoftver minden olyan szolgáltatást nyújtani képes, ami az „osztályozó-módszer” elkészítéséhez szükséges. Így definiálhatók fuzzy halmazok különböző tartalmazási függvényekkel, és grafikus formában építhető fel a fuzzy-rendszer alapelemekből. Alapelemként tartalmaz a rendszer pl. egy FS-blokkot, amely egy egyszerű szabályalapú szakértői rendszer és

amely a nyelvi változókat a FAM-rendszer elvei szerint kezeli.

Bár az FS-blokk szabályai azonos formájúak az FAM-rendszerbeliekkel, egy az egyben mégsem írhatók fel mindig a szabályok. Az FS-blokk mérete korlátozott: 8 input és 8 output nyelvi változót és maximum 1000 szabályt kezel egyszerre. Egy 15 kritériumos feladatnál pl. két FS-blokkot kell egymás után alkalmazni. Az első blokk a legkisebb súlyú kritériumokat kezeli, a második pedig folytatva a feldolgozást, a legnagyobb súlyú kritériumokat is hozzávéve állítja elő az eredményhalmazt. Így a két blokk közt meg kell osztani a FAM-szabályokat (4. ábra).



4. ábra. Fuzzy-rendszer 15 input adattal

Az FS-blokkok alkalmazása különböző paraméterek beállításával történik. Többféle operátor közt válogathatunk, melyek a szabályok feltétel és következmény részében a fuzzy halmazokat aggregálják, módosítják. Az „osztályozó-módszer” esetén a FAM-szabályhoz tartozó leképezéshez („inferenciához”) az algebrai szorzat operátort választottam, hogy a leképezés után is Gauss-görbét kapjunk. Aggregáláshoz az algebrai összeg operátort választottam, hogy „egymásra rakja” a közös tartóhalmazú részhalmazokat, és a defuzzifikáláshoz az egyetlen választható súlypont-módszert (COG) alkalmaztam.

Definíció. Tetszőleges A , B fuzzy halmazok esetén az *algebrai szorzat* operátor:

$$\mu_C(x) = \mu_A(x) * \mu_B(x),$$

az *algebrai összeg* operátor:

$$\mu_C(x) = 1 - (1 - \mu_A(x)) * (1 - \mu_B(x)),$$

és a *súlypont-módszer*:

$$COG = \frac{\int_a^b x \mu(x) dx}{\int_a^b \mu(x) dx}$$

3. Az "osztályozó" és a Jain-módszer

Az "osztályozó-módszer" elkészítése után hívták fel figyelmemet arra, hogy a módszer R. Jain [4] alternatíva rendező fuzzy logika módszeréhez hasonló. Nézzük tehát, miben hasonló a két módszer, ill. milyen formai hasonlóság van az "osztályozó-módszer" és a Jain-módszer közt (Az összehasonlításnál felhasználjuk a korábbi jelöléseket).

A Jain-módszer lépései:

1. Minden a_i alternatívához képez egy R_i fuzzy halmazt

$$R_i = \sum_{j=1}^m g_j * r_{ij}$$

formában, ahol g_j a súlyok fuzzy halmazait, r_{ij} pedig a k_j kritérium fuzzy értékét jelöli az a_i alternatíva esetén (A kijelölt műveletek fuzzy halmazok szorzását, összegzését jelentik).

2. Képezi az R_i halmazok tartóinak unióját:

$$S = \bigcup_{j=1}^n \text{supp } R_i,$$

és definiál S -en egy M „maximalizált” fuzzy halmazt

$$\mu_M(r) = [r/r_{\max}]^\beta$$

tartalmazási függvénnyel, ahol $r_{\max} = \sup S$ és β természetes szám (az M halmaz felső korlátot ad a $\mu_{R_i}(r)$ értékekre).

3. Az M és R_i halmazokból képezi az R_{i_0} fuzzy halmazokat, melyek tartalmazási függvényei:

$$\mu_{R_{i_0}}(r) = \min\{\mu_{R_i}(r), \mu_M(r)\} \quad (r \in S).$$

4. Minden a_i alternatívához egy y_i értéket rendel:

$$y_i = \max \mu_{R_{i_0}}(r) \quad (r \in S).$$

Az y_i értékek az alternatívák sorrendjét jelölik ki.

Többen kritizálták Jain módszerét [7, 10], mivel az M halmaz képzéséhez nem ad segítséget (β választása), és az a_i alternatívához rendelt y_i csak egyetlen maximális értéket képvisel (a többit nem veszi figyelembe a rendezésnél).

Az "osztályozó-módszer" e hiányosságokat kiküszöböli. Lépései, összevetve a Jain-módszer lépéseivel a következők:

1. Szintén minden a_i alternatívához képez egy R_i fuzzy halmazt

$$R_i = \sum_{j=1}^m g_j * r_{ij}$$

formában, de a g_j súlyok csak $[0,1]$ intervallumbeli valós számok lehetnek, és az r_{ij} értékek speciális, minden kritérium esetén azonos fuzzy osztályzathalmazok (Az osztályzat fokozatainak száma kritériumonként más-más lehet).

Az R_i halmaz is másként keletkezik: előre adott osztályzathalmazokból épül fel, és fuzzy rendszerként, szabályalapú aggregációval készül.

- 2-3. A módszer az R_i halmazok tartalmazási függvényeinek értékét nem korlátozza, így nincs szükség sem az M definiálására, sem az R_{i0} halmazok képzésére. Helyettük egy közös E halmazban kerülnek összehasonlításra az R_i halmazok.
4. Az a_i alternatívához rendelt y_i érték, amely az R_i halmaz súlypontja, minden kritériumérték figyelembevételével készül. Az y_i értékek az alternatívák sorrendjét szintén kijelölik.

Összességében megállapítható, hogy az „osztályozó-módszer” a súlyozott osztályzatok összegzése révén hasonló a Jain-módszerhez, de az alternatívákhoz rendelt y_i értékek fuzzy-rendszerként való előállítására már eltérő megoldást elv a Jain-módszertől.

4. Példák

Közlekedési jogesetek rendezése

Mint a bevezetésben említettem, az „osztályozó-módszer” jogesetek rendezésére készült. Nézzük ezért első mintapéldaként néhány jogeset, mint alternatíva rendezését.

Rendezésre a közlekedési jogesetek köréből választottam eseteket. Két különböző kategóriából: a súlyos testi sértéssel járó, valamint az egy halálos sérüléssel járók közül 7-7 esetet emeltem ki (a Baranya megyei bíróságok 1980-81-es jogesetei). A rendezésnél a jogesetek egy korábbi statisztikai feldolgozásánál megismert főbb kritériumait és súlyszámait használtam fel [1]. Az esetek leírása most a 14 legnagyobb súlyszámú kritérium alapján történt (A 14 kritériumot és súlyszámaikat az 5. ábra, az $F1, F2, \dots, F14$ -el jelölt jogesetek osztályzatokon alapuló leírását pedig a 6. ábra tartalmazza).

A rendezést összehasonlításképpen a Yager-módszerrel [9] is elkészítettem, amely minden kritérium t_j "lehetőségességi értékének" figyelembevételével, az a_i alternatívához egy y_i értéket rendel

$$y_i = \max \min(\mu_{k_j}(a_i), t_j)$$

minden k_j -re ($1 \leq j \leq m$), és az alternatívákat szintén az y_i értéket alapján rendezi.

A módszerekkel külön rendeztem az F1, F2, ..., F7, illetve az F8, F9, ..., F14 jogeseteket. A rendezés eredményét a 7. ábra tartalmazza.

	Kritérium	Súly
1.	KRESZ szabályszegés	1.00
2.	Életkor	0.70
3.	Az elkövetőt ért hátrány	0.50
4.	A minősítő jellegű sérülésen túli további sérelem	0.31
5.	Korábbi közlekedési előélet	0.30
6.	Jogosítvány jellege	0.26
7.	A baleset után létrejövő körülmények a sértettel kapcsolatban	0.25
8.	Az elkövető családi helyzete, eltartási kötelezettségei	0.24
9.	A szabályszegés elkövetésének oka	0.21
10.	Milyen típusú járművel közlekedett	0.20
11.	A gépkocsi műszaki állapota, egyéb külső körülmények	0.16
12.	A közlekedési morál megsértése	0.15
13.	A baleset időpontja	0.14
14.	Hasonló esetek gyakorisága	0.10

5. ábra: Kritériumok és súlyszámaik

Kritérium	Jogeset													
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
1.	1	3	3	3	5	4	5	1	3	5	3	3	5	5
2.	5	1	1	5	5	5	5	5	1	5	5	5	5	5
3.	5	5	5	3	5	5	5	3	0	2	5	5	5	5
4.	3	4	3	2	3	4	4	4	2	3	0	0	0	0
5.	0	0	0	0	2	2	1	0	4	0	0	0	5	5
6.	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	5	5
7.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
8.	2	3	4	0	3	4	0	3	5	5	1	0	1	1
9.	3	2	2	2	1	4	5	1	1	5	4	4	5	3
10.	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	5	3	3
11.	3	3	3	3	3	3	3	1	3	3	3	5	3	3
12.	0	1	0	0	0	0	3	0	0	3	0	0	3	3
13.	3	3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
14.	0	5	5	5	0	0	5	1	1	5	1	0	1	5

6. ábra. Jogesetek leírása osztályzatokkal

Jogeset	Ítélet	Yager módszer	Osztályozó módszer
F1	30 napi pénzbüntetés	1	2.53
F2	50 napi pénzbüntetés	1.5	2.73
F3	70 napi pénzbüntetés	1.5	2.79
F4	7 hó felfüggesztett börtön	3	3.49
F5	7 hó felfüggesztett börtön	3.45	3.84
F6	8 hó javító nevelő munka	3.5	4.18
F7	7 hó börtön	3.5	4.42
F8	1 év felfüggesztett börtön	1	2.31
F9	1 év börtön	1.5	2.54
F10	1 év 2 hó börtön	2.5	4.06
F11	1 év 2 hó börtön	3	3.68
F12	1 év 2 hó börtön	3	3.68
F13	1 év 6 hó börtön	3.45	4.25
F14	1 év 8 hó börtön	3.45	4.71

7. ábra. A rendezés eredményei

Az eredményeket vizsgálva megállapítható:

- a Yager-módszerrel kapott osztályzatok helyesen mutatják az ítéletek súlyosságát. Néhány esetben azonos értékeket rendel különböző, de sorrendben egymás után következő jogesethez: pl. nem differenciál az F2 és F3 jogesetek közt (50 és 70 napi pénzbüntetés közt). De az ellenkezőjére is találunk példát: az F10, F11, F12 jogesetnél azonosak az ítéletek, viszont a módszer különbséget észlel a jogesetek közt.
- Az "osztályozó-módszer" szinte minden jogesethez más osztályzatot rendel, és az osztályzatok itt is helyesen mutatják a sorrendet. Csupán az F10, F11, F12 jogesetek közti sorrend tér el a Yager-módszer által megállapított sorrendtől. Ezen jogesetknél viszont az "osztályozó-módszer" sorrendje jobb, ugyanis ha ellenőrizzük a mellékbüntetések is (járművezetéstől való eltiltás), a jogesetek helyes sorrendje F11, F12, F10, ami az "osztályozó-módszer" sorrendjével azonos.

Összegezve: mindkét módszer helyesen rendezi a jogeseteket, azaz fuzzy logika módszerekkel vizsgálhatók a jogesetek. A Yager-módszer a közel azonos súlyosságú jogesetek közt nem mindig tesz különbséget, így ítéletcsoportokhoz azonos számokat rendel. Az „osztályozó-módszernél” pont az ellenkezőt tapasztaljuk: mivel majd minden jogesethez más számot rendel, az azonos ítéletekhez osztályzat intervallum kapcsolható. Tehát az "osztályozó-módszer" jobban differenciál az esetek közt, mint a Yager-módszer.

B. Roy példája

Második mintapéldánk B. Roy-tól származik, melyet a fuzzy preferencia relációkon (fuzzy outranking relation) alapuló ELECTRE II és ELECTRE III rendező módszer szemléltetésére mutatott be [8].

A példában 9 alternatívát 5 azonos súlyú kritérium alapján kell rendezni. Az adatok a következők:

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
k_1	0.72	0.50	0.72	0.60	0.60	0.75	0.50	0.50	0.50
k_2	0.73	0.50	0.73	0.60	0.60	0.75	0.50	0.50	0.50
k_3	0.60	0.60	0.30	0.30	0.60	0.50	0.70	0.50	0.30
k_4	0.50	0.70	0.70	0.70	0.50	0.50	0.70	0.50	0.70
k_5	0.50	0.70	0.50	0.10	0.10	0.50	0.70	0.50	0.50

Roy példáját a Yager és az "osztályozó-módszerrel" is rendeztem. A Yager-módszernél a kritériumok lehetségségi értékét egynek választottam,

az "osztályozó-módszernél" pedig a kritériumok $[0, 1]$ intervallumbeli értékeit osztályzatnak tekintettem és a $[0, 5]$ intervallumba transzformálva számoltam velük. A rendezés eredményét a 8. ábra tartalmazza. Hat különböző sorrendjét mutatja a kilenc alternatívának. Az első három az ELECTRE II módszerrel készült és a preferencia relációk értelmezését befolyásoló λ_1, λ_2 küszöbértékektől függően eltérő sorrendeket mutat. A negyedik az ELECTRE III rendező módszerrel készült, amely az $u(x) = 0.3 - 0.15x$ ($0 \leq x \leq 1$) diszkriminációs küszöbfüggvénnyel számol. E módszer pl. az a_4, a_5 és a_9 alternatívákat nem tudja összehasonlítani. Az utolsó két sorozat a Yager, valamint az "osztályozó-módszer" eredményei.

	Módszer	Sorrend
1.	ELECTRE II $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.6$	$a_1 > a_7 > a_6 = a_3 = a_2 > a_9 = a_8 > a_5 > a_4$
2.	ELECTRE II $\lambda_1 = 0.9, \lambda_2 = 0.6$	$a_6 = a_3 = a_1 > a_7 = a_2 > a_9 = a_8 > a_5 > a_4$
3.	ELECTRE II $\lambda_1 = 0.9, \lambda_2 = 0.8$	$a_6 = a_3 = a_1 = a_7 = a_2 > a_5 = a_9 = a_8 > a_4$
4.	ELECTRE III	$a_1 > a_6 > a_7 > a_2 > a_3 > a_9 > a_8$ $a_3 > a_4 \quad a_3 > a_5$
5.	Yager m.	$a_6 > a_3 = a_1 > a_7 = a_2 = a_4 = a_9 > a_5 > a_8$
6.	Osztályozó m.	$a_6 > a_3 > a_1 > a_7 > a_2 > a_5 > a_4 > a_9 = a_8$

8. ábra: A Roy-példa különböző eredményei

Az eredményeket összegezve megállapítható: minden módszer (az ELECTRE II a paraméterektől függően), részben hasonló, de más-más sorrendet képezett. Az "osztályozó módszer", a többi módszerrel azonosan az első 5 helyre, valamint az utolsó 4 helyre ugyanazon alternatívákat sorolja. Az "osztályozó módszer" rendezési sorrendje leginkább a Yager-módszer és az ELECTRE II ($\lambda_1 = 0.9$) rendezésével egyezik meg.

6. Összefoglalás

A bemutatott, osztályzaton alapuló fuzzy rendező módszer a példák tanúsága szerint olyan alternatívák rendezésére alkalmas, ahol a fuzzy kritériumok osztályzatokkal jellemezhetők, vagy ahol a kritériumok értékei osztályzatként értelmezhetők. Eredményei hasonlóak más rendező módszerek eredményeihez. Az „osztályozó-módszer” fuzzy-rendszerként, szabályalapú aggregációval kezeli a kritériumokat. Fuzzy logika szoftver esetén egyszerűen programozható.

A módszer több ponton hasonló R. Jain alternatíva rendező módszeréhez, de az alternatívákhoz rendelt súlypontok szerinti rendezés már eltérő megoldási elv Jain módszerétől.

Irodalom

1. Borgulya I.: A büntetés kiszabás modellezése közlekedési ügyek körében. Jogtudományi Közlöny 1985/1.
2. Borgulya I.: Die Ordnung von Rechtsfällen mit Fuzzy Logik Methoden. Megjelenés alatt.
3. FS-Fuzzysoft Handbuch. Fuzzy-Logik Betriebssystem Version 1.0, Fuzzysoft AG. 1993.
4. R. Jain: A procedure for multiple-aspect decision making using fuzzy sets. International Journal of System Science Vol. 8. No 1. 1977. pp. 1–7.
5. B. Kosko: Neural Networks and Fuzzy Systems Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1992.
6. L. Philipps: Just Decisions Using Multiple Criteria or: Who Gets the Porsche? An Application of Ronald R. Yager's Fuzzy-Logik Method. In: 5th International Conf. on AI and Law, Maryland ACM 1995. pp. 195–200.
7. H. Rommelfanger: Fuzzy Decision-Support-Systeme. Entscheidung bei Unschärfe. 2nd ed. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg 1993.
8. B. Roy: Selektieren, Sortieren und Ordnen mit Hilfe von Prävalenzrelationen: Neue Ansätze auf dem Gebiet der Entscheidungshilfe für Multikriterien-Probleme Zeitschrift für Betriebswirtschaftliche Forschung 32. (1980), pp. 465–497.
9. R. R. Yager: Fuzzy Decision Making Including Unequal Objectives. FSS. 1. 1978, pp. 87–95.
10. H. J. Zimmermann, L. Gutsche: Multi-Criteria-Analyse. Springer Verlag, Berlin 1991.

FUZZY ORDERING METHOD WITH INTEGER VALUATION

In this paper we present a new ordering method for multiple attribute decision making using fuzzy sets. This mark-based method, which is similar to R. Jain's ordering method, based on the mark-giving-method of a teacher. If we can give the values of attributes as marks, or we can interpret them as marks, the method can be applied. The mark-based method we can implement as a fuzzy system, which applies a rule-based aggregation to the fuzzy attributes. The method is easily realisable with fuzzy logic software, or with fuzzy expert system. The mark-based method we can apply by legal cases and according to the samples this is a general ordering method. It gives according to the samples similar results as the other ordering methods (Yager's, ELECTRE II-III).