

INSTABILITÁS ÉS KAOTIKUS VISELKEDÉS MOLNÁR ÉS SZIDAROVSKY DISZKRÉT DINAMIKUS FOGYASZTÓI-TERMELŐI MODELLJÉBEN¹

BACSI ZSUZSANNA

Pannon Agrártudományi Egyetem

A jelen dolgozat a Szidarovszky és Molnár (1994) által definiált diszkrét dinamikus termelői-fogyasztói modell viselkedését vizsgálja az instabil tartományban, adaptív és extrapolatív termelői várakozások esetén, feltételezve, hogy a piaci ár a piaci kereslet kínálat egyensúlytalanságának mértékével arányosan változik. A modellt kiegészítettük a piaci ár nemnegativitását biztosító alsó korláttal. Az így lineárisból szakaszonként lineárisra tett, de még mindig viszonylag egyszerű modellszerkezet rendkívül változatos viselkedést tesz lehetővé, többek között kaotikus viselkedés előállítására is képes, és a piaci egyensúlytalanságra reagáló K paraméter értékére igen érzékenyen reagál, ami ezen paraméter megválasztásának fontosságát hangsúlyozza.

1. Bevezetés

Determinisztikus káosz alatt mindig olyan jelenséget, illetve folyamatot értünk, ami sztochasztikus hatást nem tartalmaz, de hosszabb távon nem jelezhető előre. A kaotikus jelenségek ugyanakkor többnyire bizonyos határok között maradnak. E kettőből következik, hogy a kaotikus jelenség az adott határok között viszont szélsőségesen változhat (*Benhabib, 1992*). Ez egy piac esetében azt jelenti, hogy a termék ára szabálytalanul ingadozhat, ami a termelő szemszögéből erősen veszteséges és erősen nyereséges időszakokat jelent. Az előrejelezhetetlen, szeszélyes árak növelik a termelők kockázatát, és hosszú távon gyakran jelentős költségnövekedést okoznak. A kaotikus viselkedés a gazdasági modellezésben nem ritka jelenség, azonban előfordulása csak nemlineáris modellekben tapasztalható. Megmutatjuk, hogy jelen esetben egy lineáris modellben a vizsgált jelenségre természetesen adódó nemnegativitási feltétel már elegendő nemlinearitást visz a modellbe a kaotikus viselkedés előfordulásához.

¹Beérkezett: 1998. március 20.

2. A matematikai modell

A Molnár és Szidarovszky (1994) által kidolgozott egytermékes piacmodellt vettük vizsgálat alá. A modell lehetőséget biztosít több termelő szerepeltetésére a piacon, és figyelembe veszi ezeknek az aktuális piaci árra vonatkozó várakozásait. A modellnek azon változatával dolgoztunk, amely a piac egyensúlytalanságát tételezi fel. (A piaci egyensúlyt feltételező modellváltozat kaotikus viselkedés szempontjából való elemzését ld. Vizvári et al, 1997.).

A tényleges piaci ár alakulásának vizsgálata során feltettük, hogy a piaci ár kizárólag nemnegatív lehet, azaz a zéró érték egy alsó korlát. Lehetséges lenne egy felső korlát bevezetése is a piaci árra, azonban a nulla alsó korlát alkalmazása lényegében ugyanolyan jellegű eredményekhez vezet.

Jelölések:

N	a termelők száma a piacon
p_{kt}^c	a k termelő által a t időpontra becsült ár
α_k	rögzített paraméter, amit k termelő a becsült ár meghatározásához használ ($0 \leq \alpha_k$)
$p_{\min} = 0$	az ár alsó korlátja, azaz az alsó intervenció ár
p_{\max}	a felső intervenció ár (a jelen vizsgálatokban nem használjuk)
x_{kt}	a k termelő által termelt mennyiség a t időpontban
p_t	a piaci ár a t időpontban
d_t	a t időpontbeli teljes keresett mennyiség
$K > 0$	a piaci egyensúlytalanságra való reagálás mértéke
D, d	a keresleti függvény paraméterei
C_{kt}	a k termelő költségfüggvénye a t időpontban
B_k, b_k, c_k	a k termelő költségfüggvényének paraméterei

A költségfüggvény kvadratikus, tehát

$$C_{kt} = B_k x_{kt}^2 + b_k x_{kt} + c_k$$

ahol $B_k > 0$, mert ez biztosítja, hogy egy bizonyos mennyiség felett a költség már a lineárisnál gyorsabban nő. Mivel minden termelő a hasznát kívánja maximalizálni, ezért

$$x_{kt} = \operatorname{argmax}\{p_{kt}^c x_{kt} - C_{kt}\} \quad k = 1, \dots, N.$$

azaz

$$x_{kt} = \frac{p_{kt}^c - b_k}{2B_k} \quad k = 1, \dots, N.$$

Tehát látható, hogy a piacra vitt mennyiség a becsült árral lineárisan nő. Feltételezzük, hogy a fogyasztók ismerik a mindenkori piaci árat, és a keresleti függvény lineáris, azaz valamely $D < 0$ mellett

$$d_t = p_t D + d.$$

A piaci ár a piaci egyensúlytalanság mértékével arányosan változik, azaz

$$y_t = p_t D + d - \sum_{k=1}^N x_{k,t}.$$

és

$$p_t = p_{t-1} + K y_{t-1}.$$

A termelők a piaci ár becslésére kétféle módszert alkalmaznak. Az *adaptív* modell szerint:

$$\forall k : 0 \leq \alpha_k \leq 1$$

esetén

$$\forall k : p_{k,t}^c = \alpha_k p_{t-1} + (1 - \alpha_k) p_{k,t-1}^c.$$

Egy másik lehetőség az ú.n. *extrapolatív* modell alkalmazása:

$$\forall k : 0 \leq \alpha_k$$

esetén

$$\forall k : p_{k,t}^c = \alpha_k p_{t-1} + (1 - \alpha_k) p_{t-2}.$$

Itt tehát α_k értéke nagyobb is lehet, mint 1. Ha $\alpha_k = 2$, akkor $p_{k,t}^c = p_{t-1} + (p_{t-1} - p_{t-2})$, vagyis a módszer az utolsó árváltozást extrapolálja a következő évre is, innen a neve.

3. A modell illesztése a magyar burgonyapiacra

A számítások alapjául a magyar burgonyapiac esetét vizsgáltuk. Mindösszesen két termelő szerepel, az egyik a nagytermelők, a másik a kistermelők csoportját reprezentálja. Ezek költségfüggvényeinek paramétereit az alábbiak szerint becsültük meg: a nagytermelő esetén: $B_1 = 0.014$, $b_1 = 3200$, $c_1 = 20\,000\,000$, a kistermelő esetén: $B_2 = 0.0058$, $b_2 = 4000$, $c_2 = 20\,000$. Végül $\alpha_1 = 0.6$, $\alpha_2 = 0.5$.

Statisztikai adatokra támaszkodva a d értéke 2 millió tonnának vehető. Ezzel szemben D erősen változik, annyi állítható biztonságosan, hogy értéke a

$[-100, 0]$ intervallumba esik (mértékegysége t^2/Ft). A paraméterek becslésére vonatkozóan ld. *Vizvári et al. (1997)*.

Molnár és Szidarowsky (1994) megadja mind az adaptív, mind az extrapolatív modell esetében a stabilitás feltételeit, amennyiben az α_k paraméterértékek azonosak minden termelő esetében. *Bessenyei (1996)* a modell olyan változatát elemzi, amelyben a piacon 4 termelő van jelen, azonos költségfüggvénnyel, de különböző árbecslési módszerrel (azaz teljes információs, naív, adaptív, illetve extrapolatív becsléssel).

A jelen dolgozat a modell egy olyan speciális esetét vizsgálja, amelyben a piacon két termelő van jelen, eltérő költségfüggvénnyel, azonos árbecslési módszerrel, de eltérő súlyokkal. Ezenkívül a piaci árra explicit alsó korlátként bevezettük a zéró értéket, azaz feltettük, hogy a piaci ár sohasem lehet negatív. A fenti módon meghatározott modellváltozat viselkedését vizsgáljuk, különös tekintettel az instabil viselkedés előfordulásának lehetőségére, és az esetleges kaotikus viselkedés előfordulására. Megmutatjuk, hogy az alsó korlát bevezetése jelentősen megváltoztatja a modell viselkedésének jellegét, és amellet, hogy csakis a valóságban is értelmezhető nemnegatív értékeket eredményez, a korlátozás nélküli modellváltozatnál jóval gazdagabb dinamikával rendelkezik.

3.1 Az adaptív modell esete

Két termelő esetén az áralakulást a következő egyenletrendszerrel írhatjuk le:

$$p_{t+1} = p_t(1 + KD) - \frac{K}{2B_1} p_{1,t}^c - \frac{K}{2B_2} p_{2,t}^c + K(d + \frac{b_1}{2B_1} + \frac{b_2}{2B_2}) \quad (1)$$

$$p_{k,t+1}^c = \alpha_k p_{k,t} + (1 - \alpha_k) p_{k,t}^c \quad k = 1, 2 \quad (2)$$

A rendszer mátrixa és sajátérték-egyenlete felírható hasonlóan a *Molnár és Szidarowsky* által közöltekhez, így némi számolás után a következő egyenlet adódik:

$$\lambda^3 + a_1 \lambda^2 + a_2 \lambda + a_3 = 0 \quad (3)$$

ahol

$$a_1 = \alpha_1 + \alpha_2 - 3 - KD \quad (4)$$

$$a_2 = 3 - 2(\alpha_1 + \alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2 + \frac{K}{2} \left(\frac{\alpha_1}{2B_1} + \frac{\alpha_2}{2B_2} \right) - KD(\alpha_1 + \alpha_2 - 2) \quad (5)$$

$$a_3 = (KD + 1)(\alpha_1 + \alpha_2 - 1 - \alpha_1 \alpha_2) + \frac{K \alpha_1 \alpha_2}{2} \left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \right) - \frac{K}{2} \left(\frac{\alpha_1}{B_1} + \frac{\alpha_2}{B_2} \right) \quad (6)$$

Molnár és Szidarowsky említett dolgozatában közli a rendszer stabilitásának szükséges és elégséges feltételeit, eszerint:

Lemma. Az (1) és (2) által meghatározott rendszer pontosan akkor stabil, ha (3) karakterisztikus egyenlet együtthatóira vonatkozó alábbi (7)-(11) egyenlőtlenségek egyszerre teljesülnek:

$$1 + a_1 + a_2 + a_3 > 0 \quad (7)$$

$$1 - a_1 + a_2 - a_3 > 0 \quad (8)$$

$$3 + a_1 - a_2 - 3a_3 > 0 \quad (9)$$

$$3 - a_1 - a_2 + 3a_3 > 0 \quad (10)$$

$$1 - a_3^2 + a_1a_3 - a_2 > 0 \quad (11)$$

Némi számolás után a (7) egyenlőtlenség a következő ekvivalens alakra hozható:

$$K\alpha_1\alpha_2\left(\frac{1}{2B_1} + \frac{1}{2B_2} - D\right) > 0$$

amiről látható, hogy $D < 0$ és $K > 0$ miatt mindig teljesül, azaz nem jelent korlátozást.

A (8) egyenlőtlenség a következő alakban írható:

$$\frac{2\alpha_1\alpha_2 - 4\alpha_1 - 4\alpha_2 + 8}{K} + D\alpha_1\alpha_2 - \frac{\alpha_1\alpha_2}{2}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) > 0$$

A (9) egyenlőtlenség a következő alakban írható:

$$\frac{2\alpha_1\alpha_2}{K} + D(3\alpha_1\alpha_2 - 2\alpha_1 - 2\alpha_2) + \frac{\alpha_1}{B_1} + \frac{\alpha_2}{B_2} - \frac{3\alpha_1\alpha_2}{2}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) > 0$$

ami az adott α_k és B_k paraméterértékek mellett minden $K > 0$, $D < 0$ mellett teljesül. A (10) egyenlőtlenség a következő alakban írható:

$$\frac{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1\alpha_2}{K} + D(\alpha_1 + \alpha_2 - 1 - \frac{3}{4}\alpha_1\alpha_2) - \frac{\alpha_1}{2B_1} - \frac{\alpha_2}{2B_2} + \frac{3\alpha_1\alpha_2}{8}\left(\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}\right) > 0$$

Hasonlóan feírható a (11) egyenlőtlenség is, ennek közlésétől az általános alak bonyolultsága miatt eltekintünk.

A korábban meghatározott paraméterértékekkel a (8), (10) és (11) egyenlőtlenségek a következőképpen írhatók fel:

$$0 < \frac{14}{K} + D - 121.92$$

$$0 < \frac{0.8}{K} - 0.125D - 37.097$$

$$0 < (0.16K^2)D^2 + (16.773K^2 - 0.4K)D + 0.24 - 22.598K - 781.538K^2$$

Az első két egyenlőtlenségből D -re alsó illetve felső korlát adódik, amelyek egyidejűleg pontosan akkor állhatnak fenn, ha

$$K < \frac{20.4}{418.69} = 0.04872$$

Numerikusan megvizsgáltuk a rendszer viselkedését a $K \leq 1$ tartományban, $-100 \leq D \leq 0$ mellett, egyelőre még a nulla alsó korlát bevezetése nélkül.

A modellezett piaci ár-idősor $K = 1.0$ mellett D teljes tartományában széttartó oszcillálást mutat, igen nagy abszolút értékű, 10^{300} nagyságrendű pozitív és negatív értékekkel. K csökkentésével a modell viselkedésének jellege változatlan marad, csupán annyi a változás, hogy kisebb K értékeknél a pozitív és negatív értékek távolodása valamivel lassabb.

A viselkedés jellegében az első változás $K = 0.02$ mellett észlelhető, ahol a legnagyobb D értékek mellett a divergens viselkedés $D > -2$ mellett egyre kisebb oszcillációkat kezd felvenni. Ezután K további csökkentése hatására az oszcilláció távolságának csökkenése egyre kisebb D értékek mellett elkezdődik, és a 0-hoz közeli értékek esetén a rendszer konvergenciává válik.

Az 1. ábra $K = 0.015$ és $D = -90$ mellett mutatja az ár idősor alakulását. Jól látható, hogy az ár mintegy 100 időperiódus eltelte után a $+30000$ és a -30000 értékek közötti oszcillálásra áll be. Ugyanez a K érték $D = -80$ esetén már konvergencia viselkedést eredményez, ahogyan az a 2. ábrán látható.

A 3. ábra a $K = 0.02$ értékhez tartozó *bifurkációs diagramot*² mutatja, amelyen jól látható, hogy $D < -56$ mellett a rendszer oszcillál egy pozitív és egy negatív érték közt, $D > -56$ mellett viszont a fixponthoz konvergál.

K további csökkentésével egyre kisebb D -től kezdődően konvergencia a rendszer, és $K = 0.01$ esetén már a teljes $-100 \leq D < 0$ tartományban konvergenciává válik (4. ábra).

Ezek után megvizsgáltuk a rendszer viselkedését a nulla alsó korlát bevezetése mellett is. A korlát bevezetésének szükségességét az indokolja, hogy azon K és D értékpárok esetén, amikor a rendszer oszcillált, az alsó felvett érték mindenütt negatív volt, ami piaci árak esetében nehezen értelmezhető.

²A bifurkációs diagram az az ábra, amely megmutatja, hogy a paraméter különböző értékei mellett hosszabb távon, másképpen fogalmazva, egy kezdeti átmeneti szakasz után hogyan viselkedik a rendszer. Úgy készül, hogy azt a szakaszt, amelyben a paraméter lehetséges értékei változhatnak, egyenesen felosztják nagyon sok részre. Minden osztópontban külön-külön elvégzik a következőket. A dinamikus rendszerrel megtesznek egy bizonyos számú lépést, elegendően sokat ahhoz, hogy az említett átmeneti szakaszt biztosan túllaladják. Majd megtesznek újabb k lépést, és a rendszer itt elért értékeit rajzolják ki pontokkal a síkon úgy, hogy ha a paraméter értékét a vízszintes tengelyen ábrázolják, akkor a megőrzött k pontot az adott paraméterértékhez tartozó függőleges egyenesre teszik. k megválasztása attól függ, hogy mennyire finom részleteket lehet kinyomtatni.

Az alsó korlát bevezetése a korlátok nélküli modellváltozathoz képest jóval komplexebb viselkedést mutatott. Ismét $K = 1.0$ volt a vizsgálatok kiindulópontja. Ezen értéknél a teljes $-100 \leq D < 0$ tartományban kaotikus viselkedést mutatott a rendszer (5. ábra), és K csökkentése mellett is megmaradt ez a jelleg, csupán az ár értéke két egyre jobban elkülöníthető sávra válik szét (6. ábra). $K = 0.08$ alatt azonban a kaotikusság megszűnik, és egy kettes ciklus alakul ki, amelynek alsó értéke maga az előírt nulla alsó korlát (7. ábra). K további csökkentésével aztán először a 0-hoz közeli D értékeknél, majd később egyre kisebb D -nél is megjelenik ismét a kaotikus viselkedés (8. ábra), majd miután a teljes D vizsgálati tartomány kaotikussá vált, K további csökkentése a kaotikus ár idősor értékek határozott sávokra való szétválását okozza (9. ábra). Ezek a sávok aztán K további csökkentésével egyetlen ponttá olvadnak össze, azaz a kaotikus jelleg ciklikus viselkedéssé válik (10. ábra).

A 11. ábra a bifurkációs diagramok mellett egy példát mutat a tényleges, kaotikus idősor menetére is, $K = 0.05$, $D = -50$ mellett.

3.2 Az extrapolatív eset

Az extrapolatív modell alapegyenlete a következő lesz:

$$p_{t+1} = K(d + \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{2B_k}) + (1 + KD)p_t - (\sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k K}{2B_k})p_{t-1} - (\sum_{k=1}^N \frac{(1 - \alpha_k)K}{2B_k})p_{t-2} \quad (12)$$

A megfelelő karakterisztikus egyenlet:

$$\lambda^3 - (1 + KD)\lambda^2 + (\sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k K}{2B_k})\lambda + \sum_{k=1}^N \frac{(1 - \alpha_k)K}{2B_k} = 0 \quad (13)$$

A stabilitás feltételei az adaptív esethez hasonlóan írhatók fel itt is, az ott közölt öt egyenlőtlenséggel. Ezek a következőképpen alakulnak:

$$0 < -KD + K \sum_{k=1}^N \frac{1}{2B_k} \quad (14)$$

$$D > \sum_{k=1}^N \frac{2\alpha_k - 1}{2B_k} - \frac{2}{K} \quad (15)$$

$$D < \frac{2}{K} - \sum_{k=1}^N \frac{3 - 2\alpha_k}{2B_k} \quad (16)$$

$$D > \frac{-4}{K} + \sum_{k=1}^N \frac{-3 + 2\alpha_k}{2B_k} \quad (17)$$

$$K^2 \left(\sum_{k=1}^N \frac{1 - \alpha_k}{B_k} \right)^2 + 2K^2 D \left(\sum_{k=1}^N \frac{1 - \alpha_k}{B_k} \right) + 2K \sum_{k=1}^N \frac{1}{B_k} - 4 > 0 \quad (18)$$

Látható, hogy a (14) feltétel minden $D < 0$ és $K > 0$ esetén teljesül. Egyszerű számolással az is látható, hogy a (15) egyenlőtlenség mindig erősebb alsó korlátot ad D -re, mint a (17). Eszerint rendszerünk pontosan akkor rendelkezik stabil fixponttal, ha (15), (16) és (18) egyenlőtlenség teljesül. (15) és (16) összevetéséből azonnal adódik K -ra egy szükséges feltétel, eszerint:

$$\frac{4}{K} > \sum_{k=1}^N \frac{1}{B_k}$$

azaz

$$K < \frac{4}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{B_k}} \quad (19)$$

Az adaptív esethez hasonlóan itt is a két termelő esetét vizsgáljuk. Vezessük be az egyszerűbb kezelésmód érdekében a következő jelöléseket:

$$A = \frac{\alpha_1}{B_1} + \frac{\alpha_2}{B_2}$$

$$B = \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2}$$

A (18) egyenlőtlenség kis átrendezésével:

$$D > \frac{2}{K^2(B - A)} - \frac{B}{K(B - A)} - \frac{1}{2}$$

Ezt összehasonlítva (16) által D -re adódó felső korláttal a következő szükséges feltétel adódik:

$$\frac{2}{K^2(B - A)} - \frac{B}{(B - A)K} - \frac{1}{2} < \frac{2}{K} - \frac{3B}{2} + A$$

ahonnan kis átalakítással az alábbi szükséges feltételt kapjuk:

$$0 < K^2(2A - 3B + 1) + K\left(4 + \frac{2B}{B - A}\right) - \frac{4}{B - A} \quad (20)$$

Konkrét számpéldánk adatait behelyettesítve:

$$0 < -474.399K^2 + 8.249K - 0.0348$$

A jobboldalon álló másodfokú függvény pontosan a gyökei közt lesz pozitív. Ezek: $K_1 = 0.0102$ és $K_2 = 0.0072$ lesznek. Ezáltal K -ra egy erős szükséges feltételt kaptunk, melyre ellenőrizhető, hogy teljesülhet-e valamely negatív D -re a többi feltétel, azaz lehet-e a rendszernek stabil fixpontja.

Szintén numerikus vizsgálatokkal elemeztük a modell instabil viselkedését, először a nulla alsó korlát bevezetése nélkül. Ismét $K = 1$ -től kezdtük a vizsgálatot, és az adaptív esettől eltérő módon itt minden $K \leq 1$ mellett oszcilláló viselkedést tapasztaltunk. Az oszcillálás azonban nem két érték, hanem több pozitív és több negatív érték közt játszódott le (12. és 13. ábra).

A nulla alsó korláttal kiegészített modell itt is rendkívül változatos viselkedést produkált. A $0.04 < K \leq 1$ tartományban mindenütt a nulla és egy pozitív érték közt oszcillált a rendszer (14. ábra). $K = 0.039$ esetén $D = -5$ értéknél bifurkáció történik, és $-5 < D < 0$ esetén három érték közt oszcillál az idősor. (15. ábra). K további csökkentésével a 0-hoz közeli D értékeknél kaotikus sáv jelenik meg, ami egyre kisebb D értékekre is áttérjed (16., 17., 18. ábra). Aztán a kaotikus sáv szélessége csökkenni kezd, majd $K = 0.0174$ és $K = 0.0173$ közt a még kaotikus viselkedés stabil fixponttá válik (19. és 20. ábra). Illusztrációképpen ismét megmutatjuk, milyen az idősor menete a még éppen kaotikus $K = 0.0174$ mellett $D = -63$ esetén (21. ábra).

4. Következtetések

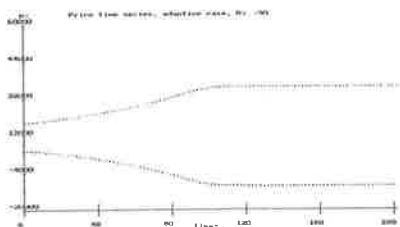
A fentiek szerint összességében megállapítható, hogy:

- A 0 alsó korlát bevezetése a viselkedést megváltoztatta, biztosította az árak nemnegativitását, de egyúttal kaotikus viselkedést is okozott.
- $K \geq 1$ mellett az árak gyakran irreálisan magasak, nemcsak a divergens idősorokban, hanem a kettes ciklusos oszcillációk mellett is (esetenként 1 millió Ft/t értéket meghaladó árak sem ritkák).
- $K < 1$ mellett K értékének igen kis megváltoztatása alapvetően megváltoztatja a modell viselkedésének jellegét (ahogy azt a 19. és a 20. ábra mutatja); hasonló érzékenységet tanúsít a modell a D értékének változtatására is.
- Az adaptív modellváltozat és az extrapolatív modellváltozat viselkedése lényegesen eltért, ami a termelői árbecslési mód helyes megválasztásának jelentőségét húzza alá. Ilyen lényeges eltérés volt például, hogy a nulla alsó korlátba az adaptív modell minden olyan esetben beleütközött, amikor a rendszer nem fixponthoz konvergált, míg az extrapolatív modellben kaotikus viselkedés is előfordult csupa pozitív árral (19. ábra).

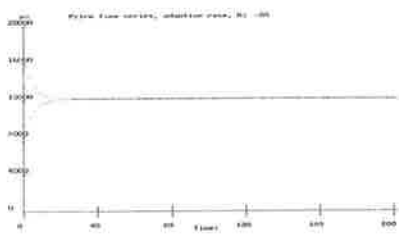
Mindezek alapján megállapítható, hogy az alkalmazott, a gyakorlat szempontjából realizisztikus feltételezésekkel élve, a statisztikailag becsült, és így a valóságtól nem túl eltérő paraméter-értékek mellett a piac viselkedése mind az adaptív, mind az extrapolatív viselkedést feltételezve kaotikus is lehet. Mindez alapvetően eltér a nulla alsó korlát bevezetése nélküli változattól, ahol fixpont és oszcilláló divergencia volt a két jellemző viselkedési forma, és a lineáris dinamikus rendszerek elméletéből ismeretes, hogy nem is fordulhat elő kaotikus viselkedés.

Szükségesnek tartjuk kiemelni, hogy az alsó korláttal ellátott modell kaotikus, illetve fluktuáló jellege nem valamely külső sokkhatás, vagy szokatlan környezeti körülmény miatt alakul ki, hanem a piac belső jellegzetessége, alapvető tulajdonsága. Emiatt a burgonyapiac stabilizálására törekvő intézkedéseknek is igen körültekintően kell vizsgálniuk ezen piac belső szerkezetét és dinamikáját. Feltűnően érzékenyen reagált a modell viselkedése a K paraméter értékére, ami jelzi ezen paraméter helyes és minél pontosabb meghatározásának fontosságát. További lehetőségként vetődik fel, hogy a K paraméter esetleges külső befolyásolásával a kaotikus, vagy erősen oszcilláló viselkedés szabályozható, a kilengései mérsékelhetőek, ha teljesen meg nem is szüntethetőek. Mindez a termelők szempontjából igen jelentős lehet, hiszen a bevételekben várható szélsőséges ingadozások helyett kedvezőbb, kiszámíthatóbb bevételt érhetnek el, ami az időjárás bizonytalanságának amúgy is kitett termelők gazdálkodási feltételeit javíthatja.

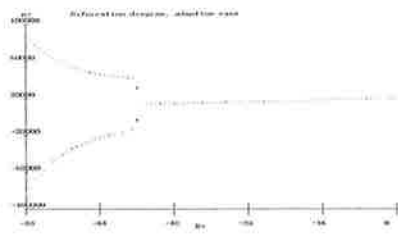
A fent bemutatott elemzés matematikai érdekessége, hogy egy alapvetően lineáris modellszerkezet minimális megváltoztatása, jelen esetben a nulla alsó korlát bevezetésével szakaszonként lineárisra tétele alapvetően megváltoztathatja a modell viselkedését, azaz elégséges feltétel lehet kaotikus viselkedés kialakulására is.



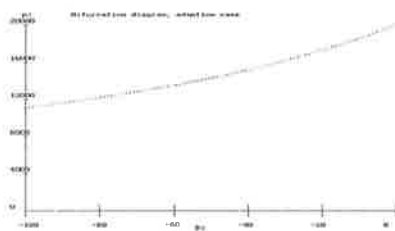
1. ábra: Adaptív modell korlát nélkül,
 $K=0.015$, $D=-90$, ár az idő függvényében.



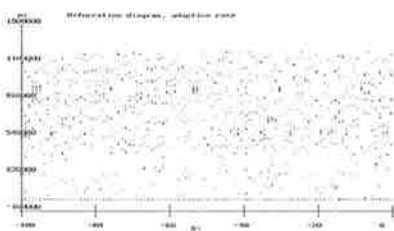
2. ábra: Adaptív modell korlát nélkül, $K=0.015$, $D=-80$, ár az idő függvényében



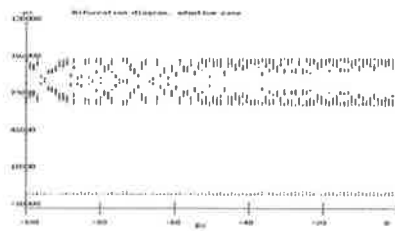
3. ábra: Adaptív modell, korlát nélkül, $K=0.02$, bifurkációs diagram



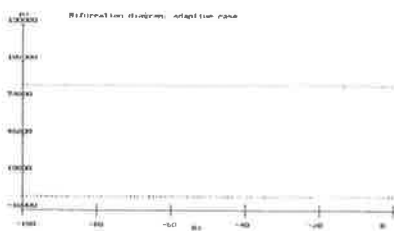
4. ábra: Adaptív modell, korlát nélkül, $K=0.01$, bifurkációs diagram



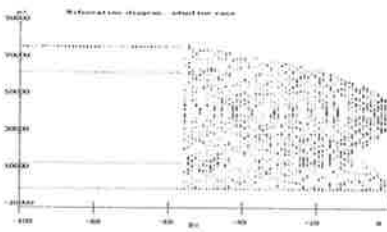
5. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal, $K=1.0$, bifurkációs diagram



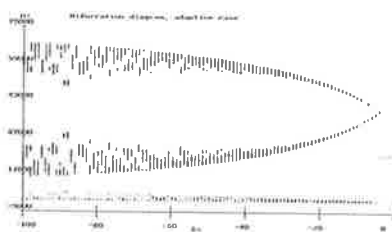
6. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal, $K=0.08$, bifurkációs diagram



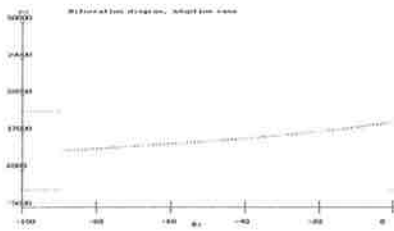
7. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal, $K=0.075$, bifurkációs diagram



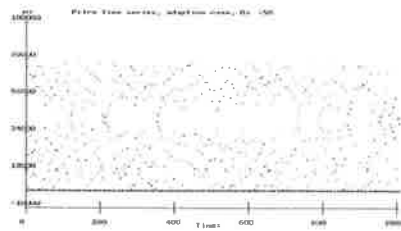
8. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal,
 $K=0.05$, bifurkációs diagram



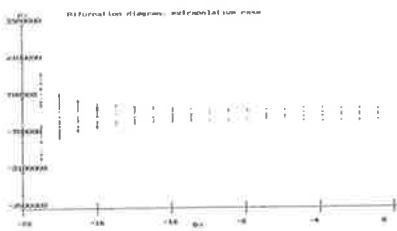
9. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal,
 $K=0.041$, bifurkációs diagram



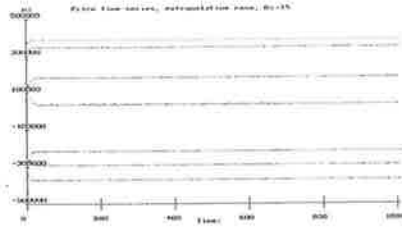
10. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal,
 $K=0.015$, bifurkációs diagram



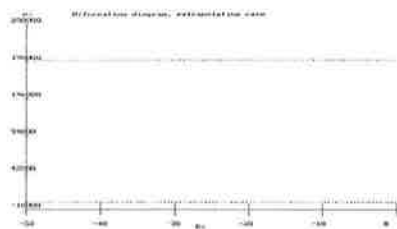
11. ábra: Adaptív modell, alsó korláttal,
 $K=0.05$, $D=-50$, ár az idő függvényében



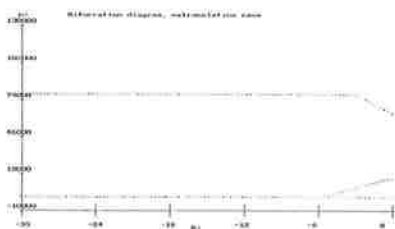
12. ábra: Extrapolatív modell korlát nélkül,
 $K=0.1$, bifurkációs diagram



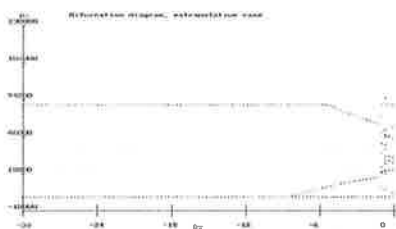
13. ábra: Extrapolatív modell korlát nélkül,
 $K=0.1$, $D=-15$, ár az idő függvényében



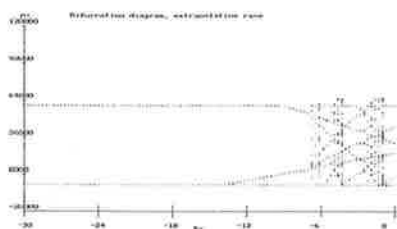
14. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.1$, bifurkációs diagram



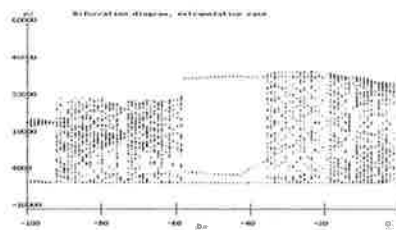
15. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.039$, bifurkációs diagram



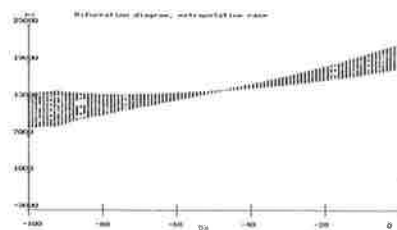
16. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.035$, bifurkációs diagram



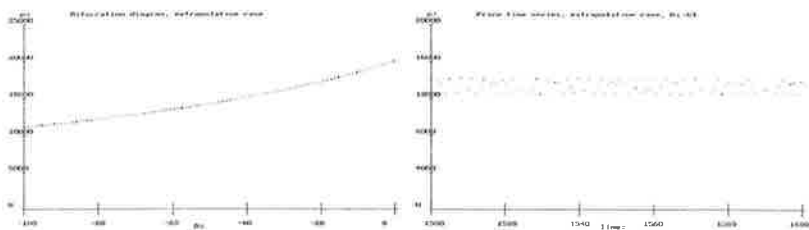
17. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.03$, bifurkációs diagram



18. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.02$, bifurkációs diagram



19. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.0174$, bifurkációs diagram



20. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.0173$, bifurkációs diagram

21. ábra: Extrapolatív modell alsó korláttal, $K=0.0174$, $D=63$, ár az idő függvényében

Irodalom

1. Benhabib, J (ed.): *Cycles and chaos in economic equilibrium*, Princeton University Press, Princeton, 1992.
2. Bessenyei I., "Árbecsési módszerek értékelése Szidarovszky és Molnár diszkrét dinamikus termelői-fogyasztói modellje alapján", *Sigma*, 27(1996) 35–43.
3. Molnár S., Szidarovszky F., "Egy diszkrét dinamikus termelői-fogyasztói modell stabilitásáról", *Sigma*, 25(1994) 207–219.
4. Vizvári, B., Bacsi, Zs., Kolumbán G., *Chaotic Dynamics of Agricultural Markets: the Case Study of the Hungarian Potato Market*, *RUTCOR, Rutgers University, Research Report*, RRR 31–96.

INSTABILITY AND CHAOTIC BEHAVIOUR IN A DISCRETE DYNAMIC PRODUCER-CONSUMER MODEL BY MOLNÁR AND SZIDAROVSKY

The present paper analyses the behaviour of a discrete dynamic producer-consumer model defined by Molnár and Szidarovszky (1994), and focuses on the unstable region of the adaptive and the extrapolative model versions, assuming that the market price changes proportionally to the level of disequilibrium, that is, the difference between the demanded and the supplied product amount. A lower limit was attached to the market price in the model, namely, the price was limited to nonnegative values. Due to this limit the model structure becomes nonlinear instead of the original linear structure. This simple structure generates very complicated behaviour, including chaotic behaviour, and shows great sensitivity to the parameter value K , which is the coefficient associated with the supply-demand difference in the price formation.