A TERMÉSZETI ERŐFORRÁSOK FELHASZNÁLÁSÁNAK OPTIMÁLIS SORRENDJÉRŐL[1]

BESSENYEI ISTVÁN
Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Kar

A jelen tanulmány a makrogazdaság egy olyan egyszerű, dinamikus modelljét ismerteti, melyben a kimeríthetetlen természeti erőforrás felhasználásával történő termelés határköltsége meghaladja bármely nem regenerálható természeti erőforrás felhasználásával történő termelés határköltségét. A nem kimeríthető természeti erőforrás termelési kapacitása korlátozott. Megmutatjuk, hogy bizonyos feltételek fennállása esetén érdemes a költségesebb, kimeríthetetlen természeti erőforrás felhasználásához hozzákezdeni már a nem regenerálható erőforráskészletek kimerülése előtt. Elemzésünkben nem szerepel sem központi tervező, sem pedig társadalmi jóléti függvény, ehelyett azt tesszük fel, hogy a vállalatok célja a jövőben elérhető profitáram nettó jelenértékének maximalizálása.

1 Bevezetés

Tekintsünk egy olyan termelési folyamatot, melynek során a természeti erőforrások más termelési tényezőkkel történő helyettesítésére nincs lehetőség. Tegyük fel, hogy létezik egyfajta kimeríthetetlen és néhány fajta kimeríthető természeti erőforrás. Ilyen kimeríthető erőforrás lehet például a szén vagy a kőolaj az energiatermelésben, míg kimeríthetetlen termelési tényező például néhány folyó, melyek energiája vízierőművekben használható fel. Föltesszük, hogy a kimeríthető és kimeríthetetlen természeti erőforrások képesek egymást tökéletesen helyettesíteni a termelés során. Azon kézenfekvő feltevés érvényességét, hogy pozitív diszkontráta esetén az egyes erőforráskészleteket mindig a konstans határköltség szigorúan monoton növekvő sorrendjében kell felhasználni, Solow és Wan igazolták [10] a parciális egyensúly feltételei mellett. Nem feltétlenül érvényes azonban ez a megállapítás általános egyensúlyban,[2] miként azt Kemp és Long kimutatták [6].

Amigus és mások [1] igazolták, hogy pozitív diszkontráta esetén előfordulhat az optimális erőforrásfelhasználási pályán a költségesebb, de megújuló helyettesítő erőforrás felhasználásának megkezdése már az olcsóbb, nem re-

[1]Beérkezett: 2000. május 11.

[2]A parciális és általános egyensúly közti különbséget Romer [9] (S93) nyomán az alábbiak szerint tesszük meg: Parciális elemzés esetén, ha egy adott tevékenység hozadéka valamely exogén ok miatt növekszik, akkor ebből következik, hogy ezen tevékenység folytatásához érdemes több erőforrást allokálni, míg az általános egyensúlyi elemzés számol annak lehetőségével is, hogy az iménti exogén ok esetleg a többi tevékenység hozadékát is növeli, melyek az előbb említett adott tevékenységgel együtt versenyeznek erőforrásokért.

generálható természeti erőforráskészletek kimerítése előtt. Modelljük annyiban tért el Kemp és Long modelljétől, hogy föltevéseik szerint a regenerálódó erőforrások felhasználásával történő termelés nem léphet túl egy adott felső kapacitáskorlátot. E modellek valamennyi fogyasztó preferenciáit azonosnak tekintik, továbbá felteszik, hogy egy nemzetgazdasági tervező a társadalom jövőben várható jólétének diszkontált összegét kívánja maximalizálni. A jelen tanulmány alapvető változtatása, hogy eltekint a nemzetgazdasági tervezőtől. Mivel a természeti erőforrások felhasználásának sorrendjével kapcsolatos döntéseket a gyakorlatban a termelők hozzák, föltesszük, hogy döntéseik célja a jövőben várható profitáram nettó jelenértékének a maximalizálása. Így a társadalmi jóléti függvény helyére a profitfüggvényt vezetjük be. E változtatás nem csupán a modell közgazdasági interpretációját érinti, hanem matematikai tulajdonságait is. Míg ugyanis a társadalmi jóléti függvény a teljes értelmezési tartományán szigorúan monoton növekvő, addig a profitfüggvénynek globális maximumhelye létezik.

Föltesszük, hogy a mindenkori termelés során a természeti erőforrások töltik be a rövidebb oldal szerepét a tőkével és a munkával szemben, így ezen utóbbi termelési tényezőket nem szükséges modellünkben szerepeltetni. A társadalmi jóléti függvény eliminálásával a szabadidő is kimarad vizsgálódásaink köréből. Legyen az iparági keresleti görbe negatív meredekségű, ekkor a termék ára a kibocsátás szigorúan monoton csökkenő függvénye. Föltesszük, hogy a kimeríthetetlen természeti erőforrás felhasználásával történő termelés határköltsége meghaladja a nem regenerálható erőforráskészletek kitermelése révén létrehozott kibocsátás határköltségét, valamint azt, hogy a regenerálható erőforrás termelési kapacitása nem raktározható.

A következő szakaszban a modell legegyszerűbb változatát elemezzük. Ennek során csupán egyfajta kimeríthető és egyfajta kimeríthetetlen természeti erőforrás jelenlétét tételezzük fel lineáris keresleti és költségfüggvények mellett. Már ezen egyszerű eset vizsgálata is számos lényeges következtetés levonását teszi lehetővé. Mondanivalónkat e szakaszban igyekszünk olymódon kifejteni, hogy jól felismerhetőek legyenek a hasonlóságok és különbségek modellünk és Amigus és mások modellje között. A harmadik szakaszban két irányban kerül a modell kiterjesztésre. Egyrészt azt az esetet elemezzük, amikor két különböző kimeríthető erőforráskészlet áll a termelés rendelkezésére, másrészt megvizsgáljuk a nemlineáris keresleti és költségfüggvények esetét. A modell ezen utóbbi irányba történő kiterjesztése az általánosítás egészen új irányát jelenti. A 4. szakaszban kerül sor a végső következtetések levonására a társadalom intertemporális jólétét maximalizálni igyekvő nemzetgazdasági tervező és a profitáram nettó jelenértékének maximumát kereső vállalat közti különbségtétel révén.

2 A modell

Amigus és mások példáját követve a problémát az általános egyensúly keretei közt tárgyaljuk. Termelési célokra rendelkezésre áll egyfajta kimeríthető természeti erőforrásból egy adott készlet, melyet valamilyen nem kimeríthető természeti erőforrás képes helyettesíteni. A kimeríthetetlen erőforrás felhasználásával folyamatosan előállítható bizonyos mennyiségű output, ennek időegységre eső nagysága azonban feltevésünk szerint felülről korlátozott. Mivel a kimeríthetetlen erőforrás termelési kapacitása nem raktározható, az ebből felhasználásra nem kerülő egységek mindörökre elvesznek a termelés számára. Föltesszük, hogy a termelési költségek egyenesen arányosak a felhasznált természeti erőforrások mennyiségével. E föltevés csupán az egyszerűbb tárgyalásmód érdekében szükséges, mivel így a naturáliában kifejezett tényező-határköltség konstans.

Egységnyi output előállítása kimeríthetetlen természeti erőforrás felhasználásával η nagyságú költséget eredményez, kimeríthető természeti erőforrást felhasználva pedig μ nagyságút. Föltesszük, hogy μ és η konstansok, továbbá $\mu < \eta$. A kimeríthető erőforrásból még rendelkezésre álló készlet nagyságát adott időpontban Y jelöli. Az ennek kitermelése révén létrehozott kibocsátás mennyiségét valamely időpontban jelölje y, a kimeríthetetlen erőforrás felhasználásával előállított output nagyságát pedig x. Legyen az egyszerűség érdekében mindkét természeti erőforrás határtermelékenysége egységre normált. Föltesszük, hogy $x \leq \overline{x}$, ahol $\overline{x}$ a kimeríthetetlen erőforrás kapacitáskorlátját jelöli. Ha az összes kibocsátást q-val, az összes költséget pedig c-vel jelöljük, akkor $q = x + y$ és $c = \eta x + \mu y$. Mivel föltevésünk szerint a kereslet kizárólag a termék árától függ, az inverz keresleti függvény $p = a - bq$, ahol a, b pozitív konstansok. Így a profit nagysága egy adott pillanatban:

$$\pi(x, y) = [a - b(x + y)]\,(x + y) - \eta x - \mu y = (a - \eta)x + (a - \mu)y - b(x + y)^2$$

A mindenkori profit nemnegativitása érdekében szükséges, de nem elegendő megkövetelni $a > \eta$ teljesülését. Föltesszük, hogy a kimeríthetetlen természeti erőforrás szűkösen áll rendelkezésre, azaz

$$\pi(\overline{x}, 0) > 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial \pi(\overline{x}, 0)}{\partial \overline{x}} > 0\,,$$

amiből $a - \eta > 2b\overline{x}$ következik. A nem megújuló erőforráskészlet kimerülése után bekövetkező stacionárius állapotban a termelést a kimeríthetetlen erőforrás kapacitása korlátozza. Jelölje T ezen stacionárius állapot kezdetét, $\overline{\pi}(T)$ pedig az ezen $(\overline{x}, 0)$ erőforrás-felhasználással jellemezhető állapotban végtelen időhorizonton képződő profit nettó jelenértékét. Ekkor

$$\overline{\pi}(T) = e^{-\rho T} \frac{(a - \eta)\overline{x} - b\overline{x}^2}{\rho}\,,$$

ahol $\rho > 0$ a diszkontráta.

A profitáram nettó jelenértékét maximalizálni igyekvő vállalat problémája most a következő izoperimetrikus feladatban foglalható össze:

$$\max_{T, x, y} \int_0^T e^{-\rho t} \pi(x, y)\, dt + \overline{\pi}(T)\,,$$

az alábbi feltételekkel

$$q = x + y\,, \quad c = \eta x + \mu y \quad \text{és} \quad \pi(x,y) = aq - bq^2 - c \tag{1}$$

$$\dot{Y} = -y \tag{2}$$

$$Y(0) = Y_0 > 0 \quad \text{és} \quad Y(T) = 0 \tag{3}$$

$$y \geq 0 \tag{4}$$

$$\bar{x} - x \geq 0 \quad \text{és} \quad x \geq 0 \tag{5}$$

ahol Y_0 a kimeríthető erőforrásból kezdetben rendelkezésre álló készlet nagyságát jelöli.

A (4), (5) feltételeket figyelembe véve a Hamilton-függvény a következő Lagrange-függvénnyé egészítendő ki:

$$\mathcal{L} = e^{-\rho t}\left[(a-\eta)x + (a-\mu)y - b(x+y)^2\right] - \lambda y + \underline{\alpha} x + \bar{\alpha}(\bar{x} - x) + vy\,,$$

ahol λ a kimeríthető erőforrásból még rendelkezésre álló mennyiséghez tartozó határozatlan együttható függvénye, a v függvény az y változó nemnegativitási feltételéhez, az $\underline{\alpha}$, $\bar{\alpha}$ függvények pedig az x és $\bar{x} - x$ kifejezések nemnegativitási korlátjához kapcsolódnak. Az optimális erőforrásfelhasználási programnak minden pillanatban ki kell elégítenie az alábbi elsőrendű feltételeket

$$e^{-\rho t}[a - \eta - 2b(x+y)] + \underline{\alpha} - \bar{\alpha} = 0 \tag{6}$$

$$e^{-\rho t}[a - \mu - 2b(x+y)] - \lambda + v = 0 \tag{7}$$

$$\underline{\alpha} x = 0 \quad \text{és} \quad \alpha \geq 0 \tag{8}$$

$$\bar{\alpha}(\bar{x} - x) = 0 \quad \text{és} \quad \bar{\alpha} \geq 0 \tag{9}$$

$$vy = 0 \quad \text{és} \quad v \geq 0 \tag{10}$$

Mivel a profitfüggvény konkáv, a (2) állapotegyenlet pedig lineáris, Mangasarian elegendőségi tétele (ld. Chiang [4] 214-215 o.) alapján elegendő a (6)-(10) feltételek teljesülését megkövetelni a profitáram nettó jelenértékének meghatározása során.

Mivel az árnyékár szorzóegyenlete a következő:

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}\,,$$

a (7) feltételből adódóan

$$\dot{\lambda} = 0\,, \tag{11}$$

ahol a változó fölé tett pont a szokásos módon annak idő szerint vett differenciálhányadosát jelöli.

A transzverzalitási feltétel a $[H]_{t=T} = 0$ szabály alapján adódik, ahol H a Hamilton-függvény. Eszerint

$$e^{\rho T}[(a-\eta)x + (a-\mu)y - b(x+y)^2] - \lambda y = 0\,. \tag{12}$$

Minthogy a kimeríthetetlen erőforrás szűkösen áll rendelkezésre, és így $a-\eta > 2b\bar{x}$, a (12) transzverzalitási feltétel csak $y(T) > 0$ esetén teljesülhet, tehát Amigus és mások eredményével ellentétben [1], az y függvény a $t = T$ pontban nem folytonos az optimális erőforrás-felhasználási pályán.

A továbbiakban gyakran fogunk hivatkozni az optimális erőforrás-felhasználási pálya alábbi tulajdonságára

1. Tulajdonság. *Ha $t \leq T$, akkor $\dot{q} < 0$, továbbá*

$$\lambda e^{\rho t} = a - \mu - 2b(x+y)\,. \tag{13}$$

Bizonyítás. Mivel T a nem megújuló erőforrás kimerülésének időpontja, valamennyi $t \leq T$ időpontra $y > 0$, és ezért a (10) feltétel miatt $v = 0$. Így a (7) feltétel átalakítása révén nyerjük a (13) egyenletet, melyen további átalakításokat végezve

$$q = x + y = \frac{a - \mu - \lambda e^{\rho t}}{2b}$$

adódik, amiből $\dot{q} < 0$. □

A λ együttható értelmezését könnyíti meg, ha felhívjuk a figyelmet a modell következő tulajdonságára.

2. Tulajdonság. *A λ függvény konstans értéke $x(0)$-tól függ az alábbi módon:*

ha $x(0) = 0$, akkor $\lambda \leq \eta - \mu$;
ha $0 < x(0) < \bar{x}$, akkor $\lambda = \eta - \mu$;
ha $x(0) = \bar{x}$, akkor $\lambda \geq \eta - \mu$.

Bizonyítás. $x(0) = 0$ esetén $\bar{\alpha} = 0$ a (9) feltétel miatt, ezért $t = 0$-ra a (6) feltételből

$$a - \eta - 2by + \underline{\alpha} = 0$$

következik, és így $a - \eta \leq 2by$, mivel $\underline{\alpha} \geq 0$ a (8) feltétel miatt. Másrészt

$$\lambda = a - \mu - 2by$$

a (13) egyenlet alapján, ahová az előző egyenlőtlenséget behelyettesítve $\lambda \leq \eta - \mu$ adódik.

Amennyiben $0 < x(0) < \bar{x}$, akkor $\underline{\alpha}, \bar{\alpha} = 0$ a (8) és (9) feltételek miatt és $t = 0$ miatt a (6) feltételből $a - \eta = 2b(x+y)$ következik. Behelyettesítve ezt a (13) egyenletbe, $t = 0$-ra azt kapjuk, hogy $\lambda = \eta - \mu$.

$x(0) = \bar{x}$ esetén $\underline{\alpha} = 0$ a (8) feltétel miatt, továbbá $\bar{\alpha} \geq 0$ a (9) feltétel alapján, és az iménti gondolatmenetet követve $\lambda \geq \eta - \mu$ adódik. □

1. Következmény. *λ konkrét értéke $x(0)$ és $y(0)$ nagyságától függ, amint ez a (13) egyenletből látszik. Az y erőforrásfelhasználási pályának ki kell elégítenie továbbá az $\int_0^T y\,dt = Y_0$ restrikciós feltételt.*

Legyen y a nem regenerálható erőforrás optimális felhasználási pályája, t_a pedig jelölje azon maximális t értéket, melyre a (13) egyenlet az $x = 0$ feltétel mellett teljesül. Ekkor

$$\lambda e^{\rho t} = a - \mu - 2by \implies t \leq t_a \,. \tag{14}$$

Ha $t_a < 0$, akkor legyen $t_a = 0$. Ez az eset akkor fordul elő, ha a kimeríthető erőforrásból kezdetben rendelkezésre álló készlet nem elég nagy, s ezért a profitmaximumot biztosító kibocsátás eléréséhez már a $t = 0$ időpontban szükség van a kimeríthetetlen erőforrásfelhasználására is. A 2. Tulajdonság szerint ekkor $\lambda \geq \eta - \mu$. t_a azon időintervallum végpontjaként értelmezhető, melynek során kizárólag a kimeríthető erőforrás felhasználásával folyik a termelés az optimális erőforrásfelhasználási pályán. Legyen továbbá t_b a (13) egyenletet az $x = \bar{x}$ feltétel mellett kielégítő minimális t. Ekkor

$$\lambda e^{\rho t} = a - \mu - 2b(\bar{x} + y) \implies t \geq t_b \,. \tag{15}$$

Ha $t_b < 0$, akkor legyen most is $t_b = 0$. (Ez a helyzet akkor, ha Y_0 nem elegendően nagy.) t_b az optimális erőforrás-felhasználási program azon időintervallumának a kezdőpontja, melynek során a kimeríthetetlen erőforrás teljes kapacitása felhasználásra kerül a termelés során.

3. Tulajdonság. $t_a \leq t_b$.

Bizonyítás. Mivel $x(t_a) = 0$, a (9) feltételből $\bar{\alpha} = 0$ következik és így $a - \eta - 2bq(t_a) \leq 0$ a (6) feltétel alapján. Másrészt $x(t_b) = \bar{x}$, és így $\underline{\alpha} = 0$ a (8) feltétel miatt, ezért a (6) feltételből $a - \eta - 2bq(t_b) \geq 0$ következik. Így

$$q(t_b) \leq \frac{a - \eta}{2b} \leq q(t_a) \,,$$

továbbá mivel az 1. Tulajdonság alapján $\dot{q} < 0$, az iménti egyenlőtlenségekből $t_a \leq t_b$ adódik. □

A 4. Tulajdonság modellünk azon feltevéséből következik, mely szerint a kimeríthetetlen természeti erőforrás szűkösen áll rendelkezésre.

4. Tulajdonság. $t_b \leq T$.

A fentiekben definiált három időpont, t_a, t_b és T négy részintervallumra vagy fázisra osztják a $[0, \infty)$ tervezési időtávot. Az egyes függvények e fázisok során felvett lehetséges értékeit az *1. táblázatban* foglaltuk össze.

Fázis	t	x	y	$\underline{\alpha}$	$\bar{\alpha}$	v
I.	$[0, t_a]$	0	$q > 0$	≥ 0	0	0
II.	(t_a, t_b)	$(0, \bar{x})$	$q - x > 0$	0	0	0
III.	$[t_b, T]$	$\bar{x}$	$q - \bar{x} > 0$	0	≥ 0	0
IV.	(T, ∞)	$\bar{x}$	0	0	≥ 0	≥ 0

1. táblázat. Az optimális erőforrás-felhasználási pálya tulajdonságai

Még azt kell ellenőrizni, hogy a táblázatban feltüntetett tulajdonságok konzisztensek-e az elsőrendű feltételekkel. Az 1. táblázatból rögtön látszik, hogy a (8)-(11) feltételek teljesülnek a $[0, T]$ időintervallumon. Az I. fázisban

$$\frac{a-\eta}{2b} \leq y \leq \frac{a-\mu}{2b}$$

biztosítja (6) és (7) teljesülését. A II. fázisban

$$q = \frac{a-\eta}{2b}$$

a (6) feltétel alapján, s behelyettesítve q ezen értékét a (7) feltételbe, látszik, hogy az is teljesül. A III. fázisban

$$q \leq \frac{a-\eta}{2b}$$

a (6) feltétel miatt, és így a (7) feltétel is teljesül. A IV, stacionárius fázis pedig kívül esik az optimalizálás tulajdonképpeni időhorizontján. Mivel a $t = T$ pillanatban $y > 0$ és $x = \bar{x}$, a (12) transzverzalitási feltétel is teljesülhet.

Nyilvánvaló a hasonlóság az Amigus és mások modelljében kimutatott négy fázis [1] és az 1. táblázat között. Az egyik legfontosabb eltérés a két megközelítés között, hogy a modellünkben található négy fázis voltaképpen csak három. Az eddigiek következményeként bizonyítható ugyanis:

2. Következmény. $t_a = t_b$.

Bizonyítás. Legyen $t \in (t_a, t_b)$. Amint az 1. táblázatból leolvasható, ekkor $\underline{\alpha} = \bar{\alpha} = 0$ és a (6) feltételből adódóan $a - \eta - 2bq = 0$, amiből

$$q = \frac{a-\eta}{2b}.$$

Föltevéseink szerint ezen utóbbi egyenlet jobb oldalán álló kifejezés konstans, másrészt $\dot{q} < 0$ az 1. Tulajdonság alapján, amiből t_a és t_b egyenlősége következik. □

A 2. Következmény szerint tehát amikor megkezdődik a kimeríthetetlen erőforrás felhasználása, az rögtön teljes kapacitással termel. Jelölje ezen időpontot $\bar{t}$. Ekkor $\bar{t} = t_a = t_b$ és

$$q(\bar{t}) = \frac{a-\eta}{2b}.$$

Mindezek alapján az x függvény éppúgy nem folytonos a $t = \bar{t}$ időpontban, mint az y függvény a $t = T$ időpontban.

$\bar{t} < T$ esetén tehát a költségesebb kimeríthetetlen erőforrás felhasználása már a nem megújuló erőforrásból rendelkezésre álló készlet kimerülése előtt megkezdődik. Ez a szituáció, amikor a kétféle erőforrás felhasználása egymást időben átfedi, akkor és csakis akkor fordul elő, ha a modell paraméterei kielégítik a következő feltételt:

$$\bar{x} < \frac{a-\eta}{2b}. \tag{16}$$

A (16) egyenlőtlenség tehát annak szükséges feltétele, hogy az optimális erőforrás-felhasználási pályán a különféle erőforrások felhasználása időben átlapoltan történjék, és ez a feltétel a jelen szakasz legfontosabb eredménye. A modell paraméterei által meghatározott optimális erőforrás-felhasználási pályát tekintve egyensúlyinak, egyszerű komparatív statikus elemzéssel látható, hogy az említett átfedési szituáció bekövetkezésének annál nagyobb a valószínűsége, minél

- nagyobb a kereslet
- kisebb a kimeríthetetlen erőforrás felhasználásával történő termelés határköltsége
- kevésbé meredek a keresleti görbe
- kisebb a kimeríthetetlen erőforrás termelési kapacitása.

3 A modell két kiterjesztése

Az előző szakaszban bemutatott egyszerű modell a feltételek változtatása révén számos irányba kiterjeszthető. Ezek közül kettőt vizsgálunk meg ebben a szakaszban. A modell kiterjesztései lényegében nem módosítják az előző szakasz azon következtetését, mely szerint bizonyos esetekben érdemes a költségesebb, kimeríthetetlen erőforrás felhasználását megkezdeni már a nem megújítható erőforráskészletek kimerülése előtt akkor is, ha a cél az összprofit nettó jelenértékének maximalizálása. Mindazonáltal a jelen szakasz mélyebb bepillantást enged az optimális erőforrás-felhasználási pálya sajátosságaiba.

Továbbra sem törekszünk az optimális erőforrás-felhasználási pálya meghatározására, csupán azt vizsgáljuk, hogy milyen feltételek teljesülése esetén célszerű megkezdeni a költségesebb regenerálható erőforrás felhasználását az olcsóbb, nem regenerálható erőforráskészletek kimerülése előtt. Így elemzésünk során a transzverzalitási feltételeknek különösebb jelentőségük nincs, ezért a továbbiakban nem is vezetjük le azokat.

Mivel a modell kiterjesztései nyomán előálló profitfüggvények továbbra is differenciálhatóak és konkávak, az állapotegyenletek pedig megtartják linearitásukat, teljesülnek a Mangasarian-féle elegendőségi tétel (ld. Chiang [4] 214-215 o.) feltételei, így az elsőrendű feltételek elegendőek a profitáram nettó jelenértékének létezéséhez.

3.1 Két különböző kimeríthető erőforráskészlet

Tekintsük most azt a helyzetet, amikor a gazdaság a kimeríthető erőforrások két különböző készletéhez férhet hozzá, melyek felhasználásával a termelés határköltsége erőforrásonként eltérő konstans nagyság, de alacsonyabb, mint a kimeríthetetlen erőforrással történő termelés ugyancsak konstans határköltsége. Az egyik kimeríthető erőforrás lehet a szén, a másik a kőolaj, míg kimeríthetetlen erőforrásként tekinthetjük továbbra is a vízienergiát. A jelen szakasz következtetései kettőnél több kimeríthető erőforrás esetére is kiterjeszthetőek.

Az előző szakaszban tárgyalt modellt az alábbiak szerint kell átírni. Az (1)-ben adott feltételek helyett a következőket írhatjuk:

$$q = x + y_1 + y_2\,, \quad c = \eta x + \mu_1 y_1 + \mu_2 y_2 \quad \text{és} \quad \pi(x, y_1, y_2) = aq - bq^2 - c\,, \tag{17}$$

ahol μ_i az i-edik kimeríthető erőforrás felhasználásával történő termelés határköltsége. Föltesszük, hogy $a > \eta > \mu_2 > \mu_1$, továbbá y_i jelöli az i-edik kimeríthető erőforrás felhasználásával létrehozott kibocsátás nagyságát.

A (2) feltétel helyett azt írjuk, hogy

$$\dot{Y}_i = -y_i\,, \quad i = 1, 2\,, \tag{18}$$

ahol Y_i az i-edik kimeríthető erőforrásból még rendelkezésre álló mennyiség egy adott időpontban. A (3) feltételt az alábbi módon írjuk át:

$$Y_i(0) = Y_i^0 > 0 \quad \text{és} \quad Y_i(T) = 0\,, \quad i = 1, 2\,, \tag{19}$$

ahol Y_i^0 az i-edik kimeríthető erőforrásbóli kezdetben rendelkezésre álló készlet nagysága. A (4) feltételt pedig a következőképpen módosítjuk:

$$y_i \geq 0\,, \quad i = 1, 2\,. \tag{20}$$

A Hamilton-függvényhez most a következő Lagrange-függvényt konstruáljuk:

$$\mathcal{L} = e^{-\rho t}\left[(a-\eta)x + (a-\mu_1)y_1 + (a-\mu_2)y_2 - b(x + y_1 + y_2)^2\right] -$$
$$- \lambda_1 y_1 - \lambda_2 y_2 + \underline{\alpha} x + \overline{\alpha}(\overline{x} - x) + v_1 y_1 + v_2 y_2\,.$$

Az elsőrendű feltételek közül (6) és (7) az alábbiak szerint módosul:

$$e^{-\rho t}[a - \eta - 2b(x + y_1 + y_2)] + \underline{\alpha} - \bar{\alpha} = 0\,, \tag{21}$$

$$e^{-\rho t}[a - \mu_i - 2b(x + y_1 + y_2)] - \lambda_i + v_i = 0\,, \quad i = 1, 2\,. \tag{22}$$

A (8) és (9) feltételek továbbra is érvényben maradnak, de (10) helyett az alábbiakat kell írni:

$$v_i y_i = 0 \quad \text{és} \quad v_i \geq 0\,. \tag{23}$$

A (18) feltétel mindkét oldalát az idő szerint integrálva könnyű felismerni, hogy egy izoperimetrikus problémával állunk szemben, mint az előző szakaszban tárgyalt egyszerű modell esetében is. Chiang [4] szerint ebből eleve következik a λ_i változók konstans volta. Eredményünk a (11) egyenlethez hasonló.

$$\dot{\lambda}_i = 0\,, \quad i = 1, 2\,. \tag{24}$$

Ha az 1. Tulajdonság újrafogalmazása során lemondunk a T időpontra történő hivatkozásról, az alábbi, gyengébb állítást fogalmazhatjuk meg:

5. Tulajdonság. *Ha legalább egy kimeríthető erőforrás felhasználásra kerül a termelésben, akkor az összkibocsátás csökken:*

$$y_i > 0 \implies \lambda_i e^{\rho t} = a - \mu_i - 2b(x + y_1 + y_2)\,, \quad i = 1, 2\,. \tag{25}$$

Ez a tulajdonság a (22) és (23) feltételekből következik, és a bizonyítás során követett gondolatmenet megegyezik az 1. Tulajdonság bizonyítása során alkalmazottal. Van azonban az 5. Tulajdonságnak egy fontos, nem triviális következménye.

3. Következmény. *Abban az időpontban, amikor az optimális erőforrás-felhasználási pályán az egyik kimeríthető erőforrást a termelésben felhasználják, a másik biztosan nem kerül felhasználásra:*

$$y_1 y_2 = 0\,.$$

Bizonyítás. Indirekt módon tegyük fel, hogy $y_1 y_2 > 0$. Ekkor a (25) egyenlet alapján:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{a - \mu_1 - 2bq}{a - \mu_2 - 2bq}\,.$$

A bal oldalon álló tört a (24) egyenlet szerint konstans, és mivel μ_1 különbözik μ_2-től, q-nak is konstansnak kell lennie. q konstans volta azonban ellentmond a 7. Tulajdonságnak, ezért $y_1 y_2 = 0$. □

Modellünk ezen következménye eltér az erőforrás-felhasználás optimális sorrendjét kutató korábbi modellek következtetéseitől. Amigus és mások [1] a kétfajta kimeríthető erőforrás esetét vizsgálva találtak egy olyan fázist, melynek során az 1. erőforrásból egyre kisebb, de pozitív, a 2. erőforrásból pedig egyre nagyobb mennyiség kerül felhasználásra a termelés során. Esetünkben e fázis hossza zérus. Az eltérés alapvető oka a hasznossági függvény profitfüggvénnyel történő helyettesítésében keresendő. Megjegyezzük, hogy hasonló jellegű eltérés már az előző szakaszban is megjelent, amennyiben az 1. táblázatban bemutatott négy fázis közül a második hossza szintén zérus volt.

Az előző szakasz 2. Következménye szerint amikor a kimeríthetetlen természeti erőforrás felhasználása megkezdődik, az rögtön teljes kapacitással vesz részt a termelésben. Hasonló állítást fogalmazhatunk meg most is:

6. Tulajdonság. Ha $y_i > 0$, akkor $x > 0 \Rightarrow x = \bar{x}$.

Bizonyítás. Indirekt módon tegyük fel, hogy $0 < x < \bar{x}$. A (8) és (9) feltételekből most is $\underline{\alpha} = \bar{\alpha} = 0$ adódik. Így a (21) egyenletből következően

$$q = \frac{a - \eta}{2b}\,,$$

ami azt jelenti, hogy q konstans és ez $y_i > 0$ esetén ellentmond az 5. Tulajdonságnak. □

Legyen t_0 a következő egyenlet megoldása:

$$\mu_1 + \lambda_1 e^{\rho t} = \eta\,. \tag{26}$$

7. Tulajdonság. *Ha $y_1(t_0) > 0$, akkor az optimális növekedési pályán egyetlen t_0 előtti időpontban sem kerül felhasználásra a kimeríthetetlen erőforrás, és ugyanez az erőforrás minden t_0 utáni időpontban teljes kapacitással vesz részt a termelésben:*

$$t < t_0 \Rightarrow x = 0 \quad \text{és} \quad t > t_0 \Rightarrow x = \bar{x}\,.$$

Bizonyítás. $t < t_0$ esetén $\mu_1 + \lambda_1 e^{\rho t} < \eta$, amiből

$$\frac{a - \mu_1 - \lambda_1 e^{\rho t}}{2b} > \frac{a - \eta}{2b}\,.$$

Mivel $y_1 > 0$, a (25) egyenletből adódóan a bal oldalon álló kifejezés éppen q-val egyenlő. Következésképp $0 > a - \eta - 2bq$ és a (21) egyenlet alapján $\underline{\alpha} > 0$, amiből $x = 0$ a (8) feltétel miatt. Hasonló gondolatmenetet követve látható be $t > t_0$ esetére, hogy $\bar{\alpha} > 0$, amennyiben $y_1 > 0$. A (9) feltételből most $x = \bar{x}$ adódik. □

A 7. Tulajdonság igen fontos szerepet játszik a természeti erőforrások optimális felhasználási sorrendjének meghatározása során. Kiindulásként tekintsük azt a szituációt, amikor a termelésben kizárólag a legolcsóbb, az 1. kimeríthető erőforrás kerül felhasználásra. Amennyiben az ebből rendelkezésre álló mennyiség elegendően nagy ($y_1(t_0) > 0$), akkor a t_0 időpont után az 1. kimeríthető erőforrást továbbra is felhasználják a termelés során, a 2.-at még nem, és a nem kimeríthető erőforrás is teljes kapacitásával felhasználásra kerül.

Az $y_1(t_0) > 0$ feltétel teljesülése az alábbiakból vezethető le:

$$\int_0^{t_0} q\,dt = \int_0^{t_0} \frac{a - \mu_1 - \lambda_1 e^{\rho t}}{2b}\,dt < Y_1^0\,.$$

Mivel a (24) egyenlet szerint λ_1 konstans, értéke az 1. kimeríthető erőforrás kezdetben felhasználásra kerülő mennyisége alapján meghatározható. Alkalmazva a (22) egyenletet a $t = 0$, $i = 1$ esetre:

$$\lambda_1 = a - \mu_1 - 2by_1(0)\,.$$

3.2 Nemlineáris keresleti és költségfüggvények

Most a 2. szakaszban tárgyalt egyszerű modellt kiterjesztjük nemlineáris függvények esetére is. Az inverz keresleti függvényt $P = P(q)$-ra változtatjuk, a költségfüggvényt pedig $c = c(x, y)$-ra. Az egyszerűbb írásmód érdekében vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$MC_x = \frac{\partial c}{\partial x} \quad \text{és} \quad MC_y = \frac{\partial c}{\partial y},$$

és föltesszük, hogy $MC_x > MC_y$ minden (x, y)-ra.[3]

A nettó profit nagysága egy adott időpontban $\pi(x, y) = P(q)q - c(x, y)$, így Lagrange-függvényünk a következő:

$$\mathcal{L} = e^{-\rho t}\left[(x+y)P(x+y) - c(x,y)\right] - \lambda y + \underline{\alpha} x + \bar{\alpha}(\bar{x} - x) + vy\,.$$

A (8)-(10) elsőrendű feltételek továbbra is érvényben maradnak, (6) és (7) helyett pedig a következőket írhatjuk:

$$e^{-\rho t}[P(q) + qP'(q) - MC_x(q)] + \underline{\alpha} - \bar{\alpha} = 0\,, \tag{27}$$

$$e^{-\rho t}[P(q) + qP'(q) - MC_y(q)] - \lambda + v = 0\,, \tag{28}$$

ahol $P'(q) = dP/dq$. A zárójelben szereplő kifejezések közgazdasági tartalma a határprofit nagysága a kimeríthetetlen, illetve a kimeríthető természeti erőforrás felhasználása esetén éppúgy, mint a (6), (7) illetve (21), (22) feltételek esetében. Bevezetve e nagyságokra a v_x és v_y jelöléseket, az alábbiakat írhatjuk:

$$v_x(q) = P(q) + qP'(q) - MC_x(q)\,, \tag{29}$$

$$v_y(q) = P(q) + qP'(q) - MC_y(q)\,. \tag{30}$$

Az erőforrásfelhasználás optimális sorrendjével kapcsolatos vizsgálódásaink során döntő szerepet játszik a határprofit függvények monotonitása. Legyen $i \in \{x, y\}$, ekkor

$$v_i'(q) = 2P'(q) + P''(q) - MC_i'(q)\,.$$

A határprofit függvények szigorúan monoton csökkenő voltához elegendő feltenni az alábbiakat:

1. negatív meredekségű iparági keresleti függvény és
2. konvex iparági keresleti függvény és
3. nemcsökkenő határköltség függvény.

---

[3] E föltevés csak látszólag erős, valójában a 2. szakaszban alkalmazott $\mu < \eta$ föltevés gyengítése.

Az első két feltétel teljesülése valószínűnek tűnik, a harmadik azonban vitatható, mivel a határköltség függvény monoton növekedő jellege mögött a csökkenő skálahozadék feltevése húzódik meg. Miként azt Charles I. Jones figyelemre méltó tanulmányában [5] megállapítja, szoros kapcsolat mutatható ki az emberi ötletgazdagságot is figyelembe vevő növekedési modellek és a növekvő skálahozadék hipotézise között. Másrészt a technikai haladás is folyamatosan csökkenti a termelés határköltségét. Mindeme nehézségek ellenére a továbbiakban föltesszük, hogy a határprofit függvény szigorúan monoton csökkenő.

Az 1. Tulajdonság teljesülése most a (28) feltételből következik, a (13) egyenletet azonban a következő módon kell átírni:

$$\lambda e^{\rho t} = v_y(q)\,. \tag{31}$$

Legyen most t_a a (31) egyenletet kielégítő azon maximális időpont, melyre $x = 0$ és t_b $x = \bar{x}$ feltétel mellett kielégítő minimális időpont az optimális erőforrásfelhasználási pályán. $t_a < 0$ $t_b < 0$ esetén legyen $t_a = 0$ illetve $t_b = 0$ a 2. szakaszban bevezetett definícióknak megfelelően. Könnyen megmutatható, hogy a 3. Tulajdonság továbbra is érvényben van, a bizonyítás során természetesen a (27) új elsőrendű feltételt felhasználva. Érvényes a 4. Tulajdonság is, továbbá az optimális erőforrás-felhasználási pálya 1. Táblázatban összefoglalásra került jellemzői is. Még a 2. Következmény érvényességét kell ellenőrizni.

Bizonyítás. Ha $t \in [t_a, t_b]$, akkor $\underline{\alpha} = \bar{\alpha} = 0$, következésképp $v_x(q) = 0$ a (27) feltétel miatt. Így $q = v_x^{-1}(0)$, ahol a jobb oldalon álló kifejezés az inverz határprofit függvény. E függvény szigorúan monoton csökkenő, mivel föltevéseink szerint a határprofit függvény is szigorúan monoton csökkenő. Következésképp q-nak konstansnak kell lennie a $[t_a, t_b]$ intervallumon, és mivel $\dot{q} < 0$ az 1. Tulajdonság alapján, t_a meg kell, hogy egyezzen t_b-vel. □

A 2. Következmény tanulságai hasonlóak a 2. szakaszban levontakhoz. Bevezetve $t_a = t_b$-re a $\bar{t}$ jelölést, $\bar{t} < T$ esetén a költségesebb kimeríthetetlen erőforrás felhasználása az optimális erőforrás-felhasználási pályán megkezdődik már az olcsóbb, meg nem újuló erőforrás készletének kimerítése előtt. Ez az átlapolási szituáció akkor és csakis akkor fordul elő az optimális erőforrás-felhasználási pályán, ha $v_x^{-1}(0) > \bar{x}$. Könnyen látható, hogy a (16) feltétel az iménti egyenlőtlenség egy speciális esete.

4 Társadalmi jólét versus profitmaximalizálás Összehasonlítás és értékelés

A normatív makromodellek általában a társadalmi jóléti függvény (pl. Blanchard és Fischer [3]) vagy a társadalmi veszteségfüggvény (pl. Mellár [8]) föltevésén alapulnak. E függvényeket általában a társadalmi preferenciák valamiféle aggregátumaként szokás értelmezni. A társadalmi jóléti (vagy veszteség-) függvény e koncepciója azonban rendkívül problematikus. Arrow lehetetlenségi tétele szerint [2][4] ilyen függvény nem is konstruálható. Számos szerző olymódon próbálja megoldani a problémát, hogy feltevésük szerint a társadalmi jóléti függvény egy központi tervező preferenciáit reprezentálja, akinek célja a társadalom jólétének maximalizálása (pl. Amigus és mások [1]). A nehézségek elintézésének másik gyakori módja egy olyan hipotézis alkalmazása, mely szerint a gazdaság azonos preferenciákkal jellemezhető, végtelen élettartamú háztartások sokaságából áll. (pl: Ladrón-de-Guevara és mások [7]). E föltevések azonban csupán látszólag oldják meg a társadalmi jóléti függvénnyel kapcsolatos elméleti nehézségeket, valójában megkerülik azokat. Ezen ok miatt vezettük be modellünkbe a nettó profit függvényét, megteremtve ezáltal a lehetőséget a társadalmi jóléti függvény illetve központi tervező föltevésének elhagyására. A jelen tanulmány legfontosabb következtetése, hogy ez a módosítás alapvetően nem változtatja meg a természeti erőforrások felhasználása optimális sorrendjének azon lényeges tulajdonságát, mely szerint bizonyos feltételek teljesülése esetén a költségesebb, kimeríthetetlen erőforrások felhasználása már az olcsóbb, nem megújítható erőforráskészletek kimerülése előtt megkezdődik.

E módosítás következtében természetesen megváltoznak az átlapolt erőforrás-felhasználás előfordulásának feltételei, amelyeket cikkünk minden egyes modellvariánsához le is vezettünk, továbbá nem áll fenn az x, y függvények folytonossága. Mindez azt mutatja, hogy itt nem pusztán a célfüggvény interpretációjának megváltoztatásáról van szó. Jóllehet a társadalmi jóléti függvény és a profitfüggvény bizonyos formális hasonlóságot mutat, ez a formális hasonlóság meglehetősen távoli, hisz a társadalmi jóléti függvény mindkét változójában szigorúan monoton növekvő, míg a profitfüggvényre ez nem érvényes. Másrészt az erőforrásfelhasználási döntések profitmaximalizáló viselkedésre történő alapozása jóval reálisabb, és elméletileg kevésbé problematikus feltevés, mint a társadalom jólétének maximalizálását megkövetelni a döntések motívumaként.

A pozitív diszkontráta feltevése mögött meghúzódó okok elemzése még alaposabban megvilágítja a társadalmi jóléti függvényre, illetve profitfüggvényre alapozott modellek közti hasonlóságokat és különbségeket. A pozitív diszkontráta föltevését általában a célfüggvényben szereplő, végtelen tervezési időhorizont esetében improprius integrál konvergenciájának biztosítása érdekében szokás alkalmazni (pl. Ladrón-de-Guevara és mások [7]). Modellünkben azonban az egyszerűség érdekében a tervezés időhorizontja véges csakúgy, mint Amigus és mások [1] modelljében. Itt a pozitív diszkontráta föltevése azért szükséges, mert ez biztosítja $t < T \Rightarrow \dot{q} < 0$ teljesülését, amitől a modell következtetései döntő mértékben függenek. Az 1. Tulajdonságot, illetve annak módosított változatát, az 5. Tulajdonságot gyakran használtuk fel a bizonyítások során. A $\rho = 0$ feltevés konstans kibocsátást eredményezne az optimális erőforrásfelhasználási pályán, s ez alapvetően megváltoztatná a természeti erőforrások felhasználásának optimális sorrendjét modellünkben éppúgy, mint az [1], [6] vagy [10] modellben. A pozitív disz-

[4] Magyarul lásd Zalai [11].

kontráta társadalmi jóléti függvényben történő alkalmazása azonban súlyos etikai és politikai nehézségeket vet föl. A probléma gyökere abban áll, hogy ez esetben a jövőbeni fogyasztás a jelenbeninél kisebb súllyal kerül számításba az intertemporális jólét maximalizálása során. Igaz ugyan, hogy a társadalmi jóléti függvényt az egyéni preferenciák valamiféle összegzésének tekintve, pozitív egyéni időpreferenciák esetén ennek kifejezésre kell jutnia egy pozitív diszkontrátában, csakhogy ez esetben az összegzés során figyelmen kívül marad mindazon fogyasztók preferenciája, akik még nem születtek meg. E fogyasztók preferenciáit elvileg megjeleníthetné a kormányzat, ám ez a megoldás a demokratikus elvekkel szemben vet föl súlyos politikai nehézségeket. A profitáram nettó jelenértékét maximalizáló vállalat föltevése tehát már csak azért is célszerűbb, mert a társadalmi jóléti függvényben alkalmazott pozitív diszkontráta kérdése nem megoldott.

A dolgozatban ismertetett modellfeltevések iménti részletes elemzése után következtetéseinket az alábbiakban foglalhatjuk össze: A társadalmi jólét helyett a nettó profit diszkontált jelenértékét maximalizálva a tervezés során, továbbra is érvényes Amigus és mások [1] azon megállapítása, mely szerint a költségesebb kimeríthetetlen erőforrás felhasználását bizonyos esetekben már jóval az olcsóbb, meg nem újítható erőforráskészletek kimerülése előtt meg kell kezdeni. Másrészt a 3.1 pontban az is kiderült, hogy a kimeríthető erőforrásokat mindig a határköltség növekvő sorrendjében kell fölhasználni, ennyiben tehát Solow és Wan [10] következtetései továbbra is érvényesek.

Irodalom

1. Amigus, J. P., Favard, P., Gaudet, G., Moreaux, M., On the Optimal Order of Natural Resource Use When the Capacity of the Inexhaustible Substitute is limited, *Journal of Economic Theory* **80** (1998), 153–170.
2. Arrow, K., *Social Choice and Individual Values.* 2nd edn, Yale University Press. New Haven, 1963.
3. Blanchard, O. J., Fischer, S., *Lectures on Macroeconomics.* The MIT Press. Cambridge, Massachusetts; London England 1992.
4. Chiang, A. C., *Elements of dynamic optimization.* McGraw-Hill, 1992.
5. Jones, C. I., Growth: With or Without Scale Effects, *American Economic Rewiew* **89** (1999) 139–144.
6. Kemp, M. C., Long, N. V., On the optimal order of exploitation of deposits of an exhaustible resource, in *Exhaustible resources, Optimality and Trade* (Kemp, M. C. and Long, N. V. eds.) North-Holland. Amsterdam, 1980.
7. Ladrón-de-Guevara, A., Ortigueira, S., Santos, M. S., A Two-Sector Model of Endogenous Growth with Leisure, *Rewiew of Economic Studies* **66** (1999) 609–631.
8. Mellár, T., *Alkalmazott makroökonómia.* JPTE-KTK. Pécs, 1997.
9. Romer, P. M., Endogenous Technological Change, *Journal of Political Economy* **98** (1990) S71-S102
10. Solow, R. M., Wan, F. Y., Extraction costs in the theory of exhaustible resources, *Bell J. Econ.* **7** (1976), 359–370.
11. Zalai, E., *Bevezetés a matematikai közgazdaságtanba.* KJK. Budapest, 1989.

ON THE OPTIMAL ORDER OF UTILIZING NATURAL RESOURCES

This paper develops a dynamic model in which the marginal cost of production utilizing inexhaustible natural resources exceeds the marginal cost of production using any kind of exhaustible natural resources. The production capacity of the facility utilizing inexhaustible natural resources is finite in this model. We point out that —under certain assumptions— it is worth utilizing the more expensive inexhaustible natural resources even before the depletion of exhaustible natural resources. Instead of using an economic planner or social welfare function, the objective of the company is to maximize its market value.