KORRUPCIÓ ÉS ADÓSSÁGDINAMIKA[1]

BESSENYEI ISTVÁN
PTE Közgazdaságtudományi Kar

Cikkünk a korrupció adósságdinamikára gyakorolt hatását vizsgálja egy neoklasszikus növekedési modell keretei között. Megmutatjuk, hogy erősebb korrupció esetén nagyobb a kormányzat mozgástere a fiskális politika kialakítása során, mivel eredményesebbé válnak az államadósság stabilizálására irányuló törekvések. Mind a vállalatok, mind pedig a háztartások oldalán két elkülönült szektort különböztetünk meg. Modellünkben nem szerepel sem központi tervező, sem pedig társadalmi jóléti függvény. Ehelyett azt tesszük fel, hogy a megtakarítani képes háztartások igyekeznek jólétüket végtelen időhorizonton maximalizálni.

1 Modellfeltevések

Egy korábbi tanulmányomban (Bessenyei (2001)) bemutattam, miként érinti a korrupció bevezetése Ramsey (1928) modelljének stabilitási tulajdonságait, illetve mennyiben befolyásolja a korrupció erősségének megváltozása az egyensúlyi helyzet jellemzőit. Abban a cikkben kizárólag a kiegyensúlyozott kormányzati költségvetés esetének elemzésére szorítkoztam, így ott az adósságdinamika bekapcsolására nem volt lehetőség. Ebben a dolgozatban felteszem, hogy a kormányzat a bevételeit meghaladó kiadástöbbletet kötvénykibocsátással fedezi, és azt vizsgálom, miként befolyásolja a korrupció az államadósság alakulását.

Mind korábbi munkámban, mind e mostaniban azt a tranzakciót tekintem korruptnak, melynek során a közszféra látszólag vásárol valamit, valójában azonban semmit nem kap a kifizetett pénzért. Az ilyen kormányzati vásárlás célja közpénzek személyes jövedelemmé történő transzformálása. Mauro (1998) szerint az így meghatározott korrupt tranzakció a valóságban ugyan szinte soha nem fordul elő, azonban a kormányzat vásárlásainak jelentős része felbontható egy korrupció mentes és egy korrupt vásárlásra.

Az adósságdinamika témakörében ma már klasszikusnak számít Diamond (1965) cikke, ezért az alábbiakban bemutatásra kerülő modell premisszáit leghelyesebb annak feltevéseivel egybevetve tárgyalni.

[1] A dolgozat elkészítését az OTKA T037291 számú pályázata támogatta, melyért a szerző ezúton fejezi ki köszönetét. Beérkezett: 2003. október 2. e-mail: `essenyei@ktk.pte.hu`.

1.1 Háztartások

Diamond említett cikkében az adósságdinamika problémáját az együtt élő nemzedékek modelljének keretei között tárgyalja, ahol az egyének tervezési időhorizontja két periódus. Az első periódusban dolgoznak, és jövedelmük egy részét megtakarítják. A másodikban nem dolgoznak, és nem is takarítanak meg, fogyasztásukat korábban felhalmozott vagyonukból finanszírozzák. A korrupció modellezése során azonban célszerűbb végtelen időhorizontra tervező háztartásokat feltételezni, s ezen belül megkülönböztetni a megtakarítani képes és képtelen háztartásokat. Az elhatárolást a Káldor (1956) cikkében ismertetett alternatív jövedelemelosztási elmélet nyomán tesszük meg.

A bérből és fizetésből élő háztartások kizárólag bérjövedelemhez jutnak, illetve a nem bérjellegű jövedelmek mennyisége elhanyagolható. A kormányzat által fizetett jóléti transzferektől az egyszerűség érdekében eltekintünk, és feltesszük, hogy a háztartások ezen szektora sajátítja el a gazdaságban képződő összes bérjövedelmet. Hasonló feltevést alkalmaz pl. Káldor és Mirrlees (1962) növekedési modellje. A bérből és fizetésből élő háztartások nem takarítanak meg, így fogyasztásukat C_1-gyel jelölve:

$$C_1 = (1-\tau)wL \, , \tag{1}$$

ahol τ a valamennyi háztartásra egységesen alkalmazott lineáris adókulcs, és $0 < \tau < 1$, w a bérráta, L pedig a rendelkezésre álló és a termelésben felhasznált munka mennyisége. Feltesszük, hogy az adókat kizárólag a háztartások fizetik, a vállalatok nem adóznak. A háztartások másik szektorát az elit háztartások alkotják. Ezek sajátítják el a tőkejövedelmeket, az államkötvények után fizetett kamatokat és a korrupcióból származó jövedelmet is. Mivel e háztartások bérjövedelme javarészt szinekúrákból adódik, azt is a korrupciós összegek közt kell figyelembe venni. Az elit háztartások fogyasztásán kívül az itt képzett megtakarítás is számottevő. Jelölje a tőkejavak hozamát r, mely után a tulajdonos háztartás adót fizet. Nem kell viszont adót fizetni az állampapírok hozama után, ezért ennek nagysága: $(1-\tau)r$. Ezek szerint a megtakarítási függvény:

$$S = (1-\tau)(rA + Y_2) - C_2 \, , \tag{2}$$

ahol C_2 az elit háztartások fogyasztása, és $C = C_1 + C_2$. Az elit háztartások vagyonát A jelöli, ez a tőkeállomány és az államkötvények állományának az összegével egyenlő, azaz:

$$A = K + B \, . \tag{3}$$

Diamond együtt élő nemzedékek konstrukciójával szemben tehát modellünk a Ramsey (1928) cikkében alkalmazott megközelítést követi. A két megközelítés közti kapcsolatot Blanchard (1985) tanulmánya tárta fel, megmutatva, hogy amennyiben feltesszük, hogy a két periódusra tervező döntéshozó altruista módon viszonyul a fiatalabb generációhoz, s így hasznossága nem csupán saját fogyasztásától, hanem gyermekei jólététől is függ, akkor az együtt élő nemzedékek modelljének mozgásegyenletei megegyeznek a Ramsey-modell mozgásegyenleteinek diszkrét idejű változatával. Bevezetve tehát az együtt élő generációk közti transzfer lehetőségét az együtt élő nemzedékek modelljébe, az Ramsey konstrukciójával azonos eredményre vezet.

1.2 Vállalatok

A korrupció egyszerűbb modellezése céljából Diamond egyetlen termelő szektort feltételező megközelítésével szemben a vállalatokat is két szektorba osztjuk. Az elsőbe tartozik minden olyan termelő egység, mely fogyasztási cikkeket, beruházási javakat, illetve olyan közjavakat állít elő, amelyek határtermelékenysége nullánál nagyobb. A második szektorba tartozó vállalatok kizárólag azon közjavakat állítják elő, melyek határtermelékenysége zérus. E vállalatok funkciója a kormányzati kiadások egy részének közvetlen jövedelemmé történő átalakítása, tehát korrupciós csatornaként működnek.

Az egyes szektorok bevételeire az alábbi összefüggések érvényesek:

$$Y_1 = C + I + G_1 \quad \text{és} \quad Y_2 = G_2 \ , \tag{4}$$

ahol Y_i az egyes szektorok kibocsátását, I a bruttó beruházások nagyságát, G_i pedig az egyes vállalati szektoroktól történő kormányzati vásárlás nagyságát jelöli. Diamond modelljéhez hasonlóan feltesszük, hogy a skálahozadék konstans, így az első szektor vállalatai által fizetett jövedelmek kimerítik az itt képződő teljes árbevételt, azaz:

$$Y_1 = (r + \delta)K + wL \ , \tag{5}$$

ahol δ az amortizációs hányad.

A második szektor tevékenységéhez szükséges termelési tényezők mennyiségét az egyszerűség érdekében figyelmen kívül hagyjuk, így az ide tartozó vállalatok nem fizetnek tényezőjövedelmeket. Az elsődleges jövedelemelosztás során e vállalatok teljes bevétele a tulajdonos háztartásokhoz kerül.

1.3 Beruházások

Diamond modelljéhez hasonlóan élünk azzal a neoklasszikus feltevéssel, mely szerint minden megtakarítás automatikusan beruházássá válik. Mivel azonban az állampapírok kockázata lényegesen alacsonyabb a tőketulajdon kockázatánál, a megtakarításoknak csak az állampapírok felvásárlása után fennmaradó része kerül beruházásra, azaz:

$$\dot{K} = S - \dot{B} - \delta K \ . \tag{6}$$

1.4 Közjavak és korrupció

A korrupció modellezéséhez nélkülözhetetlen, hogy mind Ramsey, mind pedig Diamond konstrukciójával ellentétben figyelembe vegyük a közjavakat. Ezeket a kormányzat ingyenesen biztosítja a vállalatok számára. Feltesszük, hogy a kormányzati kiadások nagysága a nemzeti jövedelemmel egyenesen arányos, azaz: $G = gY$. Annak érdekében, hogy alaposabban megvizsgálhassuk, miként hat a költségvetés elsődleges egyenlege az államadósság alakulására, g értékét τ-hoz hasonlóan a kormányzat által meghatározott exogén konstansnak tekintjük. Nem tesszük fel tehát olyan automatizmus létezését, mely e paraméterek nagyságát közvetlenül az államháztartás hiányának függvényében határozná meg. Egy ilyen feltevés ugyanis az általánosság szükségtelen megszorítását eredményezné, hisz az adósság/GDP arány mérséklődését az elsődleges deficit növelése és csökkentése egyaránt kiválthatja: mind az adósságból kinőni, mind pedig az abból kifogyni igyekvő gazdaságpolitika eredményes lehet. Mivel nem kötjük ki a kormányzat kiadásainak és bevételeinek a megegyezését, az alábbiakat írhatjuk:

$$(7) \qquad \tau(rK + wL + Y_2) \neq G_1 + G_2 = G = gY \quad \text{és} \quad G_2 = \mu G\,.$$

A μ korrupciós paraméter, megmutatja, hogy a kormányzati kiadások mekkora hányada „csurog vissza" az elit háztartásokhoz. g-hez hasonlóan feltesszük, hogy a korrupció erősségét kifejező μ paraméter is exogén konstans, továbbá $0 \leq \mu \leq 1$.

A (7) összefüggés felhasználásával $Y_2 = G_2 = \mu G = \mu g Y$ adódik, amiből $Y = Y_1 + Y_2$ miatt kapjuk, hogy az egyes szektorok kibocsátása között egyenes arányosság áll fenn:

$$(8) \qquad Y_2 = \frac{\mu g}{1-\mu g} Y_1, \quad \text{továbbá } Y = Y_1 + Y_2 \text{ miatt} \quad Y = \frac{1}{1-\mu g} Y_1\,.$$

1.5 Technológia

Barro (1990) a közjavak bevezetése során alkalmazott aggregált termelési függvényben a kormányzati kiadásokat termelési tényezőként szerepelteti. Jelen esetben azonban csak a kormányzati kiadások $(1-\mu)$-ed része tekinthető olyan erőforrásnak, mely az 1. szektorban folyó termelés során felhasználható. Mauro (1998) szerint a korrupció olyan, részben improduktív óriásberuházások indítására ösztönzi a döntéshozókat, melyek révén könnyen jutnak nagy összegű csúszópénzhez. Ebből viszont az következik, hogy a kormányzati kiadások improduktívnak tekinthető része sem közjavakká nem válik, sem az elit háztartásokhoz nem kerül, hanem egyszerűen eltűnik a rendszerből. Helyesebb lenne tehát az 1. szektor tevékenységét elősegítő közjavak mennyiségét a $G_1 = (1-\mu)^\alpha G$ formulával meghatározni, ahol az $\alpha > 1$ paraméter a kormányzati kiadások imént említett disszipációjának erősségét méri. Csakhogy a partikuláris érdekből indított improduktív beruházás elsősorban a piaci mechanizmusokat kikapcsoló szocialista gazdaság karakterisztikuma. Mivel a jelen konstrukciót élesen el kívánom határolni a tervgazdaság bármely modelljétől, ezt a jelenséget a továbbiakban figyelmen kívül hagyom, azaz felteszem, hogy $\alpha = 1$. Ennek megfelelően az első szektor termelési függvénye a következő:

$$(9) \qquad Y_1 = F(K, \bar{L}, G_1) = F\left(K, \bar{L}, \frac{g-\mu g}{1-\mu g} Y_1\right)\,.$$

Az átalakítás során felhasználtam, hogy a (7) összefüggésből $G_1 = (1-\mu)gY$, továbbá a (8) egyenletet. Reális egyszerűsítő feltevés, hogy L növekedési rátája zérus, továbbá az egyszerűség érdekében nagyságát egységnyinek fogjuk tekinteni, tehát $L = 1$. A munkakímélő exogén technikai haladást a hatékony munkára bevezetett $\bar{L} = e^{mt}$ változó reprezentálja. A lineáris homogenitás miatt a (9) egyenlet mindkét oldalát elosztva $\bar{L}$-sal:

$$\bar{y} = \frac{Y_1}{\bar{L}} = F\left(\frac{K}{\bar{L}}, 1, \frac{g-\mu g}{1-\mu g}\frac{Y_1}{\bar{L}}\right) = \tilde{F}\left(\bar{k}, \frac{g-\mu g}{1-\mu g}\bar{y}\right) = \tilde{F}\left(\bar{k}, \frac{G_1}{\bar{L}}\right) ,$$

ahol $\bar{y}$ az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát jelöli az első szektorban, $\bar{k}$ pedig ugyanott az egységnyi hatékony munkára eső tőke mennyiségét, a hatékony tőkeintenzitást. Az egyes szimbólumok fölött szereplő vonás az egységnyi hatékony munkára eső nagyságokat jelöli, a hullámjel pedig a termelési függvény kétváltozós felírási módjára értelmezett kategóriákat. Ha feltesszük, hogy F folytonosan differenciálható, akkor $\tilde{F}$ is az, továbbá az implicit függvény tétel szerint, felírható F intenzív formája:

$$\bar{y} = f(\bar{k}) . \tag{10}$$

Feltesszük, hogy a (10) függvény jól viselkedő, azaz kielégíti az Inada-feltételeket. Mivel a tényezőjövedelmek a határtermelékenységek alapján határozódnak meg, szükségünk lesz e függvény deriváltjára. Az implicit függvény tétel szerint:

$$f'(\bar{k}) = \frac{\tilde{F}_1}{1 - \frac{g-\mu g}{1-\mu g}\tilde{F}_2} ,$$

ahol az alsó indexek $\tilde{F}$ megfelelő változó szerinti parciális deriváltjait jelölik. $f'(\bar{k}) > 0$ teljesüléséhez fel kell tenni, hogy $\frac{g-\mu g}{1-\mu g}\tilde{F}_2 < 1$, ami nem jelenti az általánosság különösebb megszorítását, hisz $\frac{\bar{y}}{G_1} = \frac{1-\mu g}{g-\mu g}$ miatt ez a kifejezés az $\tilde{F}$ függvény második változójára vonatkozó parciális termelési rugalmassággal egyenlő. A $\frac{g-\mu g}{1-\mu g}\tilde{F}_2$ kifejezés tehát azt mutatja meg, hogy az egységnyi hatékony munkára eső közjavak mennyiségének egy százalékos növelése hány százalékkal növeli az egységnyi hatékony munkára eső kibocsátás nagyságát. Így a csökkenő hozadék elvéből következik, hogy e rugalmasság egynél kisebb. Bevezetve az $\tilde{F}$ függvény parciális termelési rugalmasságaira rendre az $\tilde{\epsilon}_1$ és $\tilde{\epsilon}_2$ jelöléseket, $\tilde{F}_1 = \tilde{\epsilon}_1\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$, és így $f'(\bar{k}) = \frac{\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2}\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}}$. A jobb oldalon álló kifejezés második tényezője a tőke átlagtermelékenységével egyenlő, így a tőke parciális termelési rugalmassága:

$$\epsilon_K = \frac{\tilde{\epsilon}_1}{1 - \tilde{\epsilon}_2} . \tag{11}$$

Megjegyzendő, hogy F lineáris homogenitása miatt

$$\tilde{\epsilon}_1 + \tilde{\epsilon}_2 < 1 . \tag{12}$$

Az egyenlőtlenség fennállása Cobb-Douglas típusú termelési függvényre egyszerű számolással ellenőrizhető.

1.6 Jövedelemelosztás

Diamond (1965) cikkéhez hasonlóan elfogadjuk a határtermelékenység jövedelemelosztási elméletét, figyelembe véve az amortizációt és az exogén technikai haladást. A kamatláb eszerint az alábbi formulával határozható meg:

$$r = f'(\bar{k}) - \delta = \frac{\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2}\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} - \delta \,. \tag{13}$$

A konstans amortizációs ráta feltevése miatt a tőke határtermelékenységét kifejező $f'(\bar{k})$ görbe kulcsszerepet játszik a kamatláb meghatározásában. A korrupció hatásának vizsgálata során fontos tisztázni, miként hat μ értékének megváltozása az $f'(\bar{k})$ görbe helyzetére. A (9) összefüggés szerint $G_1 = \frac{g-\mu g}{1-\mu g}Y_1$. Egyszerű deriválással ellenőrizhető, hogy $\frac{\partial G_1}{\partial \mu} < 0$, azaz erősebb korrupció esetén csökken az 1. szektor kibocsátásának meghatározása során figyelembe vehető közjavak mennyisége, s ez a tőke határtermelékenységét csökkenti, ami az $f'(\bar{k})$ függvénygörbe lefelé történő elmozdulását eredményezi. Mindebből a kamatlábra:

$$\frac{\partial r}{\partial \mu} < 0 \tag{14}$$

következik. A bérből és fizetésből élők helyzetének megítélését az (1) egyenlet mellett a hatékony tőkeintenzitás és a bérráta közti alábbi összefüggés teszi lehetővé:

$$w = [f(\bar{k}) - \bar{k}f'(\bar{k})]e^{mt} = \frac{1-\tilde{\epsilon}_1-\tilde{\epsilon}_2}{1-\tilde{\epsilon}_2} f(\bar{k})e^{mt} \,. \tag{15}$$

A bérráta növekedési rátája a (15) egyenlet idő szerint történő deriválása révén adódik:

$$\hat{w} = \epsilon_K + \hat{\bar{k}} + m \,. \tag{16}$$

Ezek az összefüggések a korábbi cikkemben bemutatottak általánosításának is tekinthetők, amennyiben nem kötöm ki Cobb-Douglas típusú termelési függvény alkalmazását, és az amortizációt is figyelembe veszem.

2 A modell mozgásegyenletei

Az elit háztartások dinamikus optimalizálási problémájából adódik ezek optimális fogyasztási pályája, amit a (38) transzverzalitási feltétellel együtt a (17) differenciálegyenlet határoz meg. A levezetés az A függelékben található. Ugyanitt követhető nyomon a hatékony tőkeintenzitás (18) és az adósság/GDP arány (41) mozgásegyenletének származtatása. Behelyettesítve az utóbbiba a (13) összefüggést, és a jobb oldalt átalakítva az alábbi dinamikus rendszerhez jutunk.

$$\hat{\bar{c}}_2 = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1-\tau}{1-\mu g}\big(f'(\bar{k}) - (1-\mu g)\delta\big) - \rho\right] - m \,, \tag{17}$$

$$(18) \qquad \dot{\bar{k}} = \left[\frac{(1-\tau)\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2} + \frac{(1-\tau)\mu g - g + \tau}{1-\mu g}\right] f(\bar{k}) - (m + 2\delta - \delta\tau)\bar{k} - \bar{c}_2 \,,$$

$$(19) \qquad \dot{b} = [g-\tau] + (1-\tau)(f'(\bar{k}) - \delta)b - \left(\frac{\epsilon_K}{\epsilon_K + \epsilon_{\bar{L}}}\hat{\bar{k}} + m\right) b \,.$$

A fenti szabályozási rendszer egyetlen állapotváltozója $b = B/Y$, az adósság/GDP hányados. A szabályozási vektor elemei: az elit háztartások egységnyi hatékony munkára eső fogyasztása: $\bar{c}_2$ és a hatékony tőkeintenzitás: $\bar{k}$. A (17) és (18) differenciálegyenletek a szabályozási vektor mozgásegyenletei. A szabályozási vektor alakulását leíró mozgásegyenleteket a továbbiakban versenyszférának, az állapotegyenletet költségvetési szférának nevezzük.

Modellünkben tehát a versenyszféra határozza meg a költségvetési szféra alakulását, azaz a $\bar{c}_2$ és $\bar{k}$ változók pályagörbéjétől függ az adósság/GDP hányados alakulása. Így a kormányzat a g és τ paraméterek értékeinek megváltoztatása révén módosíthatja mind a versenyszféra növekedési pályáját, mind pedig az adósság/GDP hányados alakulását meghatározó (19) állapotegyenletet. Továbbá a (14) egyenlőtlenség szerint az $r = f'(\bar{k}) - \delta$ kamatláb nagysága nem független a korrupció erősségétől, tehát μ értéke nem csak a versenyszférát, hanem a (19) mozgásegyenlet révén a költségvetési szféra állapotát is befolyásolja.

A következő szakaszban szemügyre vesszük, hogy milyen feltételek mellett tekinthetjük a szabályozási vektort egyensúlyinak, és legfeljebb mekkora költségvetési deficit mellett állhat fenn ez az egyensúly. Ezt követően kimutatjuk az egyensúlyi helyzet stabilitását. A 4. szakaszban az állapotváltozó alakulását vizsgáljuk egyensúlyi szabályozási vektor mellett, az 5-ben pedig a (17)-(19) rendszer szabályozhatóságával kapcsolatban teszünk néhány megjegyzést.

3 A versenyszféra egyensúlya

Az elit háztartások optimális fogyasztási pályáját a (17) és (18) mozgásegyenletek határozzák meg, kiegészítve a (38) transzverzalitási feltétellel. E rendszer fixpontját értelmezzük a versenyszféra egyensúlyaként. Mivel a (18) mozgásegyenlet szerint a hatékony tőkeintenzitás alakulását az elsődleges deficit is befolyásolja, lehetőség nyílik annak vizsgálatára, hogy $g-\tau$ mekkora nagysága teszi lehetővé a versenyszféra egyensúlyát. A versenyszféra egyensúlyi helyzetében $\hat{\bar{c}}_2 = 0$ és $\hat{\bar{k}} = 0$ teljesül. Ekkor $\hat{K} = \hat{C}_2 = m$, továbbá a (16) egyenlet szerint $\hat{w} = m$. Figyelembe véve, hogy $\dot{L} = 0$, az (1) összefüggés következménye, hogy a bérből és fizetésből élő háztartások egyensúlyi fogyasztása is m ráta szerint növekszik. Egyensúly esetén az elit háztartások fogyasztása is ugyanezen ráta szerint nő. A (13) egyenletből következően ekkor a kamatláb konstans, így az (5) összefüggés szerint $\hat{Y}_1 = m$ és a (8) egyenletből adódóan Y_2 is ugyanezen ráta szerint növekszik.

Dinamikus rendszerünk fixpontjában a (17) és (18) mozgásegyenletek bal oldalán zérus szerepel, ami lehetővé teszi $\bar{k}$ és $\bar{c}_2$ egyensúlyi értékeinek a meghatározását. Jelölje ezeket $\bar{k}^*$, illetve $\bar{c}_2^*$, az egyensúly feltétele ekkor:

$$f'(\bar{k}^*) = (1-\mu g)\left(\frac{\theta m + \rho}{1-\tau} + \delta\right) . \tag{20}$$

Mivel f jól viselkedő függvény, a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének egzisztenciája és unicitása biztosított. Az államadósság kezelésére szolgáló különféle stratégiák megítélése érdekében célszerű tisztázni, hogy miként hat a kormányzati beavatkozás $\bar{k}^*$ értékére. A (10) függvény levezetése során láttuk, hogy az 1. szektor kibocsátása független τ nagyságától, tehát az adókulcs növelése helyben hagyja a negatív meredekségű $f'(\bar{k})$ görbét, növeli viszont a (20) egyenlet jobb oldalán álló kifejezés értékét. Így magasabb adókulcs alkalmazása a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének csökkenését eredményezi. Nem ilyen egyszerű a helyzet a kormányzati kiadások GDP-hez viszonyított arányának, azaz a g paraméternek a növelése esetén. Ekkor ugyanis az $f'(\bar{k})$ görbe is elmozdul. Mivel azonban g növelése a közjavak rendelkezésre álló mennyiségének emelkedését eredményezi, ez a tőke határtermelékenységét is növeli. Ismert, hogy $f'(\bar{k})$ a tőke határtermelékenysége, ezért g növelése esetén az $f'(\bar{k})$ görbe fölfelé tolódik. Másrészt g növelésével a fenti egyenlet jobb oldalán álló kifejezés csökken, ami a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének növekedéséhez vezet. A fiskális beavatkozás következményeit ezek szerint az alábbi egyenlőtlenségek foglalják össze:

$$\frac{\partial \bar{k}^*}{\partial g} > 0 \quad \text{valamint} \quad \frac{\partial \bar{k}^*}{\partial \tau} < 0 . \tag{21}$$

Behelyettesítve az egyensúly (20) feltételét a (21) egyenletbe, a kamatláb egyensúlyi nagyságára a következő kifejezést kapjuk:

$$r^* = \frac{(\theta m + \rho)(1-\mu g)}{1-\tau} - \mu g \delta , \tag{22}$$

amiből látható, hogy a (14) egyenlőtlenségnek megfelelően erősebb korrupció alacsonyabb egyensúlyi kamatlábat eredményez. A (38) transzverzalitási feltétel kielégítéséhez egyensúlyban ezek szerint

$$\frac{1-\tau}{1-\mu g}\left(\frac{(\theta m + \rho)(1-\mu g)}{1-\tau} - \mu g \delta + \mu g \delta\right) = \theta m + \rho > m \tag{23}$$

teljesülése szükséges. Ezzel ekvivalens transzverzalitási feltétel adódik Ramsey közjavakat és korrupciót mellőző modelljében (pl. Barro és Sala-i-Martin (1995)).

A versenyszféra dinamikáját leíró rendszer fixpontja természetesen csak abban az esetben tekinthető egyensúlyinak, ha ott az elit háztartások fogyasztása pozitív. A következőkben ennek szükséges feltételét vezetjük le. A

(18) differenciálegyenletből az elit háztartások egységnyi hatékony munkára eső egyensúlyi fogyasztása:

$$\bar{c}_2^* = \left[\frac{(1-\tau)\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2} + \frac{(1-\tau)\mu g - g + \tau}{1-\mu g}\right] f(\bar{k}^*) - (m + 2\delta - \delta\tau)\bar{k}^* \ . \tag{24}$$

Jelölje a $\dot{\bar{k}} = 0$ teljesülése mellett a $\bar{c}_2$ maximális értékét eredményező hatékony tőkeintenzitást $\bar{k}_g$, a $\bar{c}_2 = 0$ egyenlet teljesülését biztosító nagyságot pedig $\bar{k}_0$. Amennyiben a (18) mozgásegyenlet bal oldalán álló szögletes zárójelben szereplő kifejezés pozitív, $\bar{k}_g$ és $\bar{k}_0$ egzisztenciája és unicitása biztosított. Ismert, hogy Ramsey (1928) modelljében $0 < \bar{k}^* < \bar{k}_g < \bar{k}_0$ teljesül. Bessenyei (2001) cikkemben megmutattam, hogy korrupció esetén, kiegyensúlyozott költségvetés mellett csak a $0 < \bar{k}^* < \bar{k}_0$ relációk állnak fenn. Az elit háztartások pozitív fogyasztása azonban ez esetben is biztosított. Megengedve a költségvetési deficitet azonban $\bar{c}_2^* < 0$ is előfordulhat. Ennek elkerüléséhez a (24) egyenlet jobb oldalán a szögletes zárójelben álló kifejezés pozitivitása szükséges. Ebből a költségvetési deficitre az alábbi egyenlőtlenség vezethető le:

$$(1-\tau)\left[(1-\mu g)\frac{\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2} + \mu g\right] > g - \tau \ . \tag{25}$$

A bal oldalon álló kifejezés pozitivitása nem jelenti azt, hogy deficites költségvetés mellett is feltétlenül fenn áll a versenyszféra egyensúlya, hisz a fenti egyenlőtlenség $\bar{c}_2^*$ pozitivitásának csupán szükséges, de nem elegendő feltétele. A (12) relációból következik, hogy a bal oldali kifejezés értéke μ növekedésével nő. Ez azt jelenti, hogy minél erőteljesebben jelen van a korrupció a gazdaságban, annál magasabb elsődleges költségvetési deficit mellett lehet egyensúlyban a versenyszféra egyéb feltételek változatlansága esetén. Hasonló a helyzet a g paraméterrel, így a költségvetési kiadások GDP-hez viszonyított magasabb aránya esetén is nagyobb lehet az elsődleges deficit.

Az egyensúlyi helyzet stabilitásának vizsgálata során az alábbi linearizált rendszerhez jutunk:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{k}} \\ \dot{\bar{c}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -1 \\ \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\bar{k} - \bar{k}^*) \\ (\bar{c} - \bar{c}^*) \end{bmatrix} ,$$

ahol :

$$\alpha = (1-\tau)f''(\bar{k}^*)\bar{k}^* + \left[(1-\tau) + \frac{(1-\tau)\mu g - g + \tau}{1-\mu g}\right] f'(\bar{k}^*) - (m + 2\delta - \delta\tau) ,$$

$$\beta = \frac{1-\tau}{\theta(1-\mu g)}\bar{c}_2^* f''(\bar{k}^*) \ .$$

Nehéz lenne α értékéről közelebbi kijelentést tenni, szerencsére erre nincs is szükség. Mivel ugyanis a mátrix karakterisztikus polinomja: $\lambda^2 - \alpha\lambda + \beta$, a sajátértékek az $\frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}}{2}$ formula szerint adódnak. Tekintve, hogy az f

függvény jól viselkedő, $\beta < 0$, és így a két sajátérték közül az egyik pozitív, a másik pedig negatív. Ezek szerint a (17) és (18) differenciálegyenletek által meghatározott dinamikus rendszert nyeregpont-stabilitás jellemzi. Az egyensúlyi helyzet stabilitását a (38) transzverzalitási feltétel biztosítja, rákényszerítve az elit háztartásokat $\bar{c}_2(0)$ értékének oly módon történő megválasztására, ami az egyik egyensúlyi pont felé haladó trajektóriára helyezi a rendszert.

4 A költségvetési szféra egyensúlya

A továbbiakban az adósság/GDP arány alakulását követjük nyomon, ebben a szakaszban egyensúlyi helyzetben, a következőben pedig disequilibriumban. A költségvetési szféra egyensúlyán az adósság/GDP hányados változatlanságát értjük, míg a költségvetés egyensúlya azt jelenti, hogy az elsődleges hiány nagysága éppen zérus. Az egyensúlyi helyzet a költségvetési szféra egyensúlyát jelenti.

Elvégezve a szögletes zárójelben álló kifejezés felbontását a (40) egyenletben, látható, hogy a (19) differenciálegyenlet jobb oldalán az utolsó tagban szereplő kerek zárójelben a kibocsátás növekedési rátája áll. Az előző szakaszban láttuk, hogy a versenyszféra egyensúlyi helyzetében ez az exogén technikai haladás rátájával egyenlő, így a következőt írhatjuk:

$$\dot{b} = (g - \tau) + [(1 - \tau)r^* - m]b \,, \tag{26}$$

ahol r^* a kamatláb (22) egyenlettel meghatározott egyensúlyi értéke. A (26) egyenlet egyébként ekvivalens Mellár (2002) adósságdinamikáról szóló tanulmányának alapegyenletével. Modellünk azonban a jobb oldalon szereplő változók endogenizálásának más lehetőségét kínálja.

A (26) differenciálegyenlet szerint deficites költségvetés esetén az adósság/GDP arány csakis akkor nem növekszik, ha az állampapírok hozama alacsonyabb a kibocsátás növekedési rátájánál, azaz $(1 - \tau)r^* < m$. Ez az egyenlőtlenség nem mond ellent a transzverzalitási feltétel teljesüléséhez szükséges (38) relációnak, így nem állítható, hogy modellünkben a deficites költségvetés feltétlenül az adósság/GDP arány növekedését eredményezné. Ehhez azonban az adókulcsnak az $\left(1 - \frac{m}{r^*}, 1 - \frac{(1-\mu g)m}{r^* + \mu g\delta}\right)$ intervallumba kell esnie. Ez az intervallum annál tágabb, minél magasabb μ értéke. Speciálisan korrupciómentes esetben ilyen τ nem is létezik. Ekkor $\tau = 1 - \frac{m}{r^*}$ esetén az adósság/GDP hányados növekedése éppen az elsődleges deficit nagyságával egyezik meg, és τ bármilyen csekély mértékű csökkentése elegendő lenne a (38) egyenlőtlenség kielégítéséhez. Kiegészítve a versenyszféra egyensúlyának előző szakaszban adott feltételeit a költségvetési szféra hosszú távú egyensúlyát meghatározó $\dot{b} = 0$ egyenlettel, így a következő megállapítást tehetjük: Minél erősebb a korrupció, annál magasabb lehet az adókulcs egyensúlyt biztosító értéke, tehát annál nagyobb a kormányzat mozgástere az adópolitika kialakítása során.

Iménti eredményünkhöz az egyensúlyi kamatláb exogén adottságként történő feltételezése mellett jutottunk. A kamatláb endogenizálásához helyettesítsük be a (22) összefüggést a (26) differenciálegyenletbe. Ekkor b mozgásegyenlete a következő:

$$\dot{b} = g - \tau + [(1-\mu g)(\theta m + \rho) - (1-\tau)\mu g\delta - m]b\,. \tag{27}$$

Mivel a jobb oldalon álló kifejezés μ növekedésével csökken, a korrupció erősödése mérsékli az adósság/GDP hányados növekedési ütemét, sőt, ha a szögletes zárójelben álló kifejezés negatív, akkor értéke akár elsődleges költségvetési deficit esetén is változatlan maradhat, vagy csökkenhet. A versenyszféra egyensúlya mellett a költségvetési szféra egyensúlyát fel nem borító elsődleges deficit tehát annál nagyobb lehet, minél erőteljesebb a korrupció. Itt is érdemes a korrupciómentes $\mu = 0$ esetet megvizsgálni. A (27) differenciálegyenletből következik, hogy $\dot{b} = 0$ akkor és csakis akkor teljesül, ha $\frac{g-\tau}{b} = m - (\theta m + \rho)$. Figyelembe véve a transzverzalitási feltételnek a versenyszféra egyensúlyi helyzetére levezetett (23) alakját, látható, hogy korrupció hiányában és pozitív államadósság mellett az adósság/GDP hányados értéke csakis elsődleges költségvetési többlet ($g < \tau$) mellett maradhat változatlan.

A (27) mozgásegyenletből az adósság/GDP hányados egyensúlyi értéke is egyszerűen levezethető:

$$b^* = \frac{g-\tau}{m + (1-\tau)\mu g\delta - (1-\mu g)(\theta m + \rho)}\,.$$

A nevező μ növekedésével nő, konstans elsődleges deficit mellett tehát annál nagyobb lehet b^* értéke, minél erősebb a korrupció.

A (27) differenciálegyenlet gyakorlatban történő alkalmazását jelentősen megnehezíti, hogy mind az elit háztartások időpreferencia rátáját, mind pedig az egyenletes fogyasztási pályához történő ragaszkodás erősségét mérő θ paramétereket tartalmazza. Mivel ezek számszerűsítése meglehetősen problematikus, célszerű a (23) transzverzalitási feltétel alkalmazásával az adósság/GDP hányados növekedési rátájának alsó korlátját levezetni. Beírva a (23) egyenlőtlenséget a (27) mozgásegyenletbe:

$$\dot{b} > g - \tau + [(1-\mu g)m - (1-\tau)\mu g\delta - m]b\,.$$

Elvégezve az egyszerűsítéseket a jobb oldalon, és átrendezve:

$$\hat{b} > \frac{g-\tau}{b} - \mu g[m + \delta(1-\tau)]\,.$$

Ezek szerint az adósság/GDP arány konstans szinten tartásának szükséges feltétele:

$$\frac{g-\tau}{b} < \mu g[m + \delta(1-\tau)]\,.$$

Ebből a kormányzati kiadásokra:

$$g < \frac{\tau}{1 - \mu b[m + \delta(1-\tau)]}\,.$$

Most is látható, hogy a korrupció erősödése lehetővé teszi a kormányzati kiadások növelését az adósság/GDP arány konstans szintje mellett, továbbá $\mu = 0$ esetben egyenlőtlenségünk az elsődleges költségvetési többletet előíró $g < \tau$ alakra egyszerűsödik.

Behelyettesítve a (27) egyenletbe a (25) egyenlőtlenséget, megkapjuk az adósság/GDP arány növekedésének azt a felső korlátját, amely mellett az elit háztartások fogyasztása még pozitív lehet:

$$\dot{b} < (1-\tau)\left[(1-\mu g)\frac{\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2} + \mu g\right] + \left[(1-\mu g)(\theta m + \rho) - (1-\tau)\mu\rho\delta - m\right] b\,.$$

Alkalmazzuk a jobb oldalra a $\phi(\mu, b)$ jelölést az egyszerűbb írásmód érdekében. Ezek után felvethető a kérdés, hogy miként befolyásolja a korrupció $\dot{b}$ felső korlátját a versenyszféra egyensúlya mellett. A parciális derivált nem ad egyértelmű választ:

$$\frac{\partial\phi}{\partial\mu} = (1-\tau)g\frac{1-\tilde{\epsilon}_1-\tilde{\epsilon}_2}{1-\tilde{\epsilon}_2} - bg\left[\theta m + \rho + (1-\tau)\delta\right]\,.$$

A (12) egyenlőtlenség miatt az első tag pozitív, a második viszont negatív. Érdekes ugyanakkor, hogy míg az első tag nagysága b-től független, a másodiké azzal egyenesen arányos. Ez azt jelenti, hogy a versenyszféra egyensúlya mellett a korrupció erősödése az adósság/GDP hányados növekedésének felső korlátját csökkenti, ha b értéke meghaladja az $\frac{(1-\tau)(1-\tilde{\epsilon}_1-\tilde{\epsilon}_2)}{(1-\tilde{\epsilon}_2)[\theta m+\rho+(1-\tau)\delta]}$ küszöbértéket. Amennyiben elmarad attól, úgy a μ növekedésével $\dot{b}$ felső korlátja növekszik.

A korrupció itt bemutatott hatása mögött az az elv húzódik meg, hogy a költségvetési hiányt megtakarításokból kell finanszírozni. Minél elterjedtebb a jelenség, annál magasabb az elit háztartások jövedelme, így annál többet takarítanak meg. A magas államadósság ezek szerint a lakossági jövedelmek nagyfokú szóródását teszi szükségessé modellünkben, ugyanis ezáltal nőnek a megtakarítások.

5 Stabilizációs stratégiák

Az előző szakaszban az egyensúlyi helyzetre koncentráltunk. Az ott levezetett eredmények azonban egyszerűen alkalmazhatók arra az esetre is, amikor a gazdaságpolitika célja az adósság/GDP hányados csökkentése a versenyszféra egyensúlya mellett. A továbbiakban azt az esetet vesszük szemügyre, amikor valamilyen exogén tényező a gazdaságot egyensúlyi helyzetéből kitéríti. Ez történik például, amikor a választások közeledtével a kormányzat megkísérli az adósság kinövését, s ennek érdekében ,,közérzetjavító” intézkedéseket hoz. Modellünkben ez mind a g paraméter növelése, mind pedig τ csökkentése révén megvalósulhat. A (21) egyenlőtlenségek szerint mindkét esetben a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értékének növekedése következik be. A (16) egyenlet szerint ekkor az új egyensúlyi helyzet kialakulásáig a reálbér az exogén technikai haladás rátájánál gyorsabb ütemben növekszik. A bérből és fizetésből élők által érzékelhető különbség a két intézkedés között abban áll, hogy az (1) egyenlet szerint az adókulcs csökkentése azonnal emeli a fogyasztásukat, míg g növelése esetén a reálbérnövelő hatás csak később, a hatékony tőkeintenzitás növekedésével jelentkezik. A kormányzat fent említett beavatkozásának másik következménye a (19) egyenlet szerint $\dot{b}$ növekedése, ami az általános $b > 0$ esetben az adósság/GDP hányados növekedésével is együtt jár. A transzverzalitási feltétel az egyetlen, új egyensúlyi helyzetbe tartó pályagörbére kényszeríti a gazdaságot, az államadósság/GDP hányados alakulását pedig e növekedési pályán a (19) állapotegyenlet írja le. Ennek az egyenletnek a jobb oldalán három tag szerepel. Ezek rendre: az elsődleges költségvetési deficit, az államadósság kamatterhe és a GDP növekedésének adósság/GDP hányadost csökkentő hatása.

Tegyük fel, hogy a fent említett gazdaságélénkítő intézkedések elsődleges költségvetési deficitet eredményeznek. Ez a (19) egyenlet szerint önmagában b növekedésének irányába hat. Az államadósság kamatterhe szintén pozitív, de a hatékony tőkeintenzitás gazdaságélénkítő intézkedések által kiváltott növekedése a (13) egyenlet szerint a tőke csökkenő határtermelékenysége miatt mérsékli a kamatlábat, ami e tag értékét csökkenti. Másrészt $\hat{\bar{k}} > 0$, ami az utolsó tag révén az adósság/GDP hányados csökkentésének irányában hat. Ha ez a csökkentő hatás meghaladja az elsődleges deficit és a mérséklődő kamatteher összegét, akkor az említett ,,közérzetjavító" intézkedések révén a gazdaságnak sikerül kinőnie az adósságból. Ha nem, akkor az adósságcsökkentés másik útja marad, g csökkentése, illetve τ növelése. A sikert azonban e megszorító intézkedések sem garantálják. A két restriktív intézkedés bármelyike csökkenti ugyan az elsődleges költségvetési deficitet, a (21) parciális deriváltak szerint azonban a megszorító intézkedések hatására csökken a hatékony tőkeintenzitás egyensúlyi értéke is. Mivel a versenyszféra egyensúlyi helyzete stabil, ez a hatékony tőkeintenzitás visszaesését eredményezi, ami növeli a kamatlábat, és így az államadósság után fizetendő kamatterhet is. A hatékony tőkeintenzitás csökkenése esetén továbbá $\hat{\bar{k}} < 0$, így a (19) egyenlet utolsó tagjának előjele is bizonytalanná válik. Ez utóbbi hatásokat az elsődleges költségvetési deficit csökkenése nem feltétlenül képes kompenzálni, így semmi nem garantálja, hogy sikerül kifogyni az adósságból. Egészen biztosan nem sikerül kifogyni az adósságból elsődleges költségvetési deficit mellett, ha a megszorítások következtében a hatékony tőkeintenzitás túlságosan gyorsan csökken, azaz

$$\epsilon_K \hat{\bar{k}} < m(\epsilon_{\bar{L}} + \epsilon_K)\ . \tag{28}$$

Amennyiben a kormányzati kiadások csökkentésének illetve az adókulcs emelésének azt a mértékét nevezzük sokkterápiának, mely a GDP csökkenését, azaz a (28) egyenlőtlenség teljesülését előidézi, akkor azt mondhatjuk, hogy a sokkterápia eredményességének szükséges feltétele az elsődleges költségvetési többlet.

Mindezek után arról kell még szólni, hogy miként érinti a korrupció az adósságkezelés imént vizsgált két stratégiájának eredményességét. A (19) mozgásegyenlet jobb oldalán egyetlen olyan kifejezés szerepel, melynek értékét μ nagysága befolyásolja: az $r = f'(\bar{k}) - \delta$ kamatláb.

Minél magasabb a kamatláb, annál kisebb az esélye az adósság kinövését megkísérlő gazdaságpolitika sikerességének. A (14) reláció szerint erősebb korrupció esetén a kamatláb alacsonyabb, tehát könnyebben nőheti ki a gazdaság a felhalmozott államadósságot. A nagyobb mértékű korrupció azonban az adósságból kifogyni igyekvő gazdaságpolitikát is elősegíti, hisz az alacsonyabb kamatláb ebben az esetben is kedvező a (41) differenciálegyenlet jobb oldalán álló kifejezés negativitásának szempontjából. E differenciálegyenlet mindkét oldalát b-vel osztva látható, hogy a korrupció erősödése a kamatláb mérséklése révén annál nagyobb mértékben csökkenti az adósság/GDP hányados növekedési rátáját, minél alacsonyabb az adókulcs.

6 Következtetések

Dolgozatunkban a korrupció államadósságra gyakorolt hatását vizsgálva azt találtuk, hogy minél elterjedtebb a jelenség, annál sikeresebben tarthatja konstans szinten, vagy csökkentheti a kormányzat az adósság/GDP hányados értékét. Ez a következtetés a versenyszféra egyensúlyában éppúgy érvényes, mint a fiskális expanzió, illetve restrikció által megváltoztatott egyensúlyi helyzet felé tartó növekedési pályán. A korrupció államadósságot mérséklő hatását egyértelműen a (14) egyenlőtlenség biztosítja, mely szerint erősebb korrupció alacsonyabb kamatlábat, s így az államadósság után fizetendő alacsonyabb kamatterhet eredményez.

E kulcsszerepet játszó összefüggéssel szemben fölvethető, hogy azt egy mindeddig ki nem mondott feltevés mellett kaptuk. Eszerint a hatékony tőkeintenzitás profitmaximumot biztosító értékének meghatározása során a vállalatok figyelembe veszik, hogy magasabb adók a produktív közjavak nagyobb mennyiségét eredményezik, s így a tőke határtermelékenységét növelik. A (13) egyenlet egyébként a kamatláb Barro (1990) közjavakat tárgyaló cikkében alkalmazott egyenlettel is ellentétben áll. Megmutatható azonban, hogy a korrupció kamatlábat mérséklő hatása akkor is fennáll, ha Barro nyomán feltesszük, hogy a vállalatok nem érzékelik adófizetésük pozitív extern hatását.

Ezek után föl kell tenni a kérdést, valóban olyan kedvező-e a jelenség az adósságkezelés szempontjából, mint az a fentiekből következik, vagy vannak a modellnek olyan feltevései, melyek a korrupció itt levezetett előnyös tulajdonságaihoz vezetnek. Ebből a szempontból két feltevés tűnik különösen problematikusnak. Az egyik az, hogy a bérből és fizetésből élő háztartások nem takarítanak meg, a másik pedig a termelési függvény (9) egyenletben adott specifikációja. Ennek következménye ugyanis, hogy az egyensúlyi növekedési ráta a korrupciótól független nagyságként jelenik meg a modellben. A kibocsátás növekedési rátájára levezetett (40) összefüggés a (19) állapotegyenlet jobb oldalának utolsó tagjában jelenik meg kerek zárójelek közé írva. Látható, hogy ennek magasabb értéke az adósság/GDP arány csökkenését eredményezi.

A B függelékben egy olyan termelési függvényt vezetünk be a modellbe, melyre nem érvényes a tőke csökkenő hozadékának elve. Az ilyen, AK típusú termelési függvények esetében a munka határtermelékenysége zéró. Barro és Sala-i-Martin (1995) könyve e problémát olymódon oldja meg, hogy munkán a képzetlen munkát érti. Így a nyers munkára vonatkozó bérráta ugyan nulla, a képzett munka díjazása viszont az abban megtestesülő emberi tőke alapján, a tőkejövedelmekre vonatkozó díjazás szerint történik. E termelési függvény alkalmazása tehát lehetetlenné teszi két szektor elhatárolását a háztartások oldalán. Modellünk terminológiájával élve így azt mondhatjuk, hogy most valamennyi háztartás az elithez tartozik, tehát mindegyik megtakarít.

A B függelékben levezetett (42) egyenlőtlenség szerint a korrupció erősödése ebben az esetben is mérsékli a kamatláb nagyságát. Ugyanitt azt is megmutatjuk, hogy a tőke állandó hozadéka mellett a kibocsátás növekedési rátája nem független a korrupció erősségétől. Az összefüggés irányát a (44) derivált előjele határozza meg, ami a szögletes zárójelben álló kifejezéstől függ. Ezt átalakítva kapjuk, hogy $\mu > \frac{1}{\epsilon_K} - \frac{1-\epsilon_k}{g\epsilon_K}$ esetén a korrupció visszaszorulása növeli a kibocsátás növekedési rátáját, fordított reláció esetén csökkenti. Figyelembe véve a (19) állapotegyenletet, a korrupció hatása tehát kettős: egyrészt a kamatláb mérséklése révén csökkenti az államadósság után fizetendő kamatterhet, másrészt a gazdaság növekedési ütemét is befolyásolja. Az utóbbi hatás iránya azonban a korrupció erősségétől, a tőke parciális termelési rugalmasságától és a kormányzati kiadások GDP-hez viszonyított arányától függ.

Paldam (2002) empirikus kutatásai során erős negatív irányú összefüggést talált a korrupció erőssége és az egy főre eső reál GDP mértéke között, így valószínűsíthető, hogy az imént felsorolt paraméterekre általában teljesül a $\mu > \frac{1}{\epsilon_K} - \frac{1-\epsilon_k}{g\epsilon_K}$ reláció. Ennélfogva a korrupció adósság/GDP arányra gyakorolt hatása nem egyértelmű. Ha viszont μ értéke nem éri el a fenti küszöbértéket, akkor továbbra is azt mondhatjuk, hogy az erősebb korrupció egyértelműen előnyös az államadósság kezelése szempontjából.

A függelék

Az elit háztartások vagyonának megváltozása jövedelmük és fogyasztásuk különbségével, azaz megtakarításuk nagyságával egyenlő, tehát a (2) egyenletnek megfelelően:

$$\dot{A} = S = (1-\tau)(rA + Y_2) - C_2 \tag{29}$$

Figyelembe véve, hogy a (8) és (5) egyenletek szerint $Y_2 = \frac{\mu g}{1-\mu g}[(r+\delta)K + wL]$, továbbá a (3) egyenletből adódóan $K = A - B$, az elit háztartások vagyonának alakulását az alábbi mozgásegyenlet írja le:

$$\dot{A} = \frac{1-\tau}{1-\mu g} rA + \frac{(1-\tau)\mu g}{1-\mu g}\delta A - \frac{(1-\tau)\mu g}{1-\mu g}[(r+\delta)B - wL] - C_2 \,. \tag{30}$$

Kiegyensúlyozott növekedés csakis abban az esetben lehetséges, ha az elit háztartások mindenkori hasznossága az alábbi CRRA (Constant Relative

Risk Aversion) hasznossági függvény szerint függ folyó fogyasztásuktól:

$$u = u(C_2) = \frac{C_2^{1-\theta} - 1}{1-\theta}\,. \tag{31}$$

Mivel az elit háztartások végtelen időhorizonton igyekeznek jólétüket maximalizálni, döntési problémájuk a következő:

$$\max W = \int_0^\infty e^{-\rho t} \frac{C_2^{1-\theta} - 1}{1-\theta}\, dt\,, \tag{32}$$

figyelembe véve a (30) egyenletet, valamint az államadósság és a vagyon induló nagyságát. $\rho > 0$ az időpreferencia rátáját jelöli. A problémához az alábbi Hamilton-függvény tartozik:

$$H(C_2, \lambda) = e^{-\rho t} \frac{C_2^{1-\theta}}{1-\theta} +$$
$$+\lambda \left[\frac{1-\tau}{1-\mu g} rA + \frac{(1-\tau)\mu g}{1\mu g} \delta A - \frac{(1-\tau)\mu g}{1-\mu g} [(r+\delta)B - wL] - C_2 \right]\,.$$

A kanonikus egyenletek:

$$\lambda = e^{-\rho t} C_2^{-\theta} \tag{33}$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{1-\tau}{1-\mu g}(r + \mu g \delta)\lambda\,. \tag{34}$$

Mivel a Hamilton-függvény A-ban és C_2-ben konkáv, a kanonikus egyenletek a $\lim\limits_{t\to\infty} \lambda A = 0$ transzverzalitási feltétellel együtt az elit háztartások optimális fogyasztási pályájának nem csak szükséges, hanem elegendő feltételeit is meghatározzák. A (33) egyenletből következik, hogy λ az elit háztartások fogyasztásból származó mindenkori határhasznának jelenre diszkontált értékeként értelmezhető. A (33) egyenletet az idő szerint differenciálva kapjuk, hogy

$$\dot{\lambda} = -e^{\rho t} C_2^{-\theta}(\rho + \theta \hat{C}_2) = -\lambda(\rho + \theta \hat{C}_2)\,.$$

Az átalakítás során a (33) egyenletet alkalmaztuk. $\hat{C}_2 = \frac{\dot{C}_2}{C_2}$ az elit háztartások fogyasztásának növekedési rátája. Iménti összefüggésünk és a (34) egyenlet felhasználásával

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\theta} \left[\frac{1-\tau}{1-\mu g}(r + \mu g \delta) - \rho \right]\,.$$

Bevezetve a $\bar{c}_2 = \frac{C_2}{L}$ jelölést, amiből $\hat{\bar{c}}_2 = \hat{C}_2 - m$, továbbá felhasználva a (13) összefüggést:

$$\hat{\bar{c}}_2 = \frac{1}{\theta} \left[\frac{1-\tau}{1-\mu g} \left(f'(\bar{k}) - (1-\mu g)\delta \right) - \rho \right] - m\,. \tag{35}$$

A hatékony tőkeintenzitás mozgásegyenletének levezetéséhez helyettesítsük be a (6) egyenletbe a (29) megtakarítási függvényt. Kapjuk, hogy $\dot{K} = (1-\tau)(rA + Y_2) - C_2 - \dot{B} - \delta K$, ahol $\dot{B}$ az államadósság változása. Ennek nagysága megegyezik az elsődleges költségvetési hiány és az államadósság után fizetendő kamatok összegével, tehát:

$$\dot{B} = (g-\tau)Y + (1-\tau)rB \; . \tag{36}$$

Figyelembe véve a (8) összefüggéseket, a következőket írhatjuk:

$$\dot{K} = (1-\tau)\left[rA + \frac{\mu g}{1-\mu g}Y_1\right] - C_2 - \frac{g-\tau}{1-\mu g}Y_1 - (1-\tau)rB - \delta K \; .$$

Alkalmazva a (3) egyenletet, az $(1-\tau)rB$ tag kiesik, és így:

$$\dot{K} = (1-\tau)rK + \frac{(1-\tau)\mu g - g + \tau}{1-\mu g}Y_1 - \delta K - C_2 \; .$$

A $\bar{c}_2$ változóhoz hasonlóan bevezetett hatékony tőkeintenzitást definiáló $\bar{k} = \frac{K}{\bar{L}}$ egyenlet mindkét oldalát az idő szerint deriválva: $\dot{\bar{k}} = \dot{K}e^{-mt} - m\bar{k}$, amiből:

$$\dot{\bar{k}} = (1-\tau)r\bar{k} + \frac{(1-\tau)\mu g - g + \tau}{1-\mu g}f(\bar{k}) - (m+\delta)\bar{k} - \bar{c}_2 \; .$$

Felhasználva a (10) és (13) egyenleteket, $\bar{k}$ alábbi mozgásegyenletét kapjuk:

$$\dot{\bar{k}} = \left[\frac{(1-\tau)\tilde{\epsilon}_1}{1-\tilde{\epsilon}_2} + \frac{(1-\tau)\mu g - g + \tau}{1-\mu g}\right] f(\bar{k}) - (m + 2\delta - \delta\tau)\bar{k} - \bar{c}_2 \; . \tag{37}$$

A $\lim_{t\to\infty} \lambda A = 0$ transzverzalitási feltétel azt fejezi ki, hogy az elit háztartások birtokában lévő befektetések jelenértékének végtelen időhorizonton nullához kell tartania. A λ változó kiküszöbölése érdekében alkalmazzuk a (34) differenciálegyenlet megoldása során a (33) egyenletet, majd behelyettesítve, a transzverzalitási feltétel az alábbi formában adódik:

$$\lim_{t\to\infty} A\,[C_2(0)]^{-\theta}\, e^{\int_0^t \frac{1-\tau}{1-\mu g}[r(v)+\mu g\delta]\,dv} = 0 \; ,$$

ahol $r(v)$ a kamatláb v időpontbeli nagyságát jelöli. Figyelembe véve, hogy $\bar{L} = e^{mt}$, e változóval szorozva és osztva a bal oldalon:

$$\lim_{t\to\infty} \frac{A}{\bar{L}}\,[C_2(0)]^{\theta}\; e^{-\int_0^t \frac{1-\tau}{1-\mu g}[r(v)+\mu g\delta] - m\,dv} = 0 \; .$$

A fenti formában felírt transzverzalitási feltétel akkor és csakis akkor teljesül, ha fennáll az

$$\frac{1-\tau}{1-\mu g}[r + \mu g\delta] > m \tag{38}$$

egyenlőtlenség.

Az adósság/GDP hányados mozgásegyenleteinek levezetéséhez vegyük a $b = \frac{B}{Y}$ egyenlet mindkét oldalának idő szerinti deriváltját. Ekkor

$$\dot{b} = \frac{\dot{B}}{Y} - b\hat{Y} \; . \tag{39}$$

$\hat{Y}$ meghatározásához pedig képezzük a (9) termelési függvény totális deriváltját:

$$dY_1 = F_1 dK + F_2 d\bar{L} + F_3 dG_1 \; ,$$

ahol F_i a függvény i-edik változó szerint vett parciális deriváltja. Mindkét oldalt dt-vel osztva:

$$\dot{Y}_1 = F_1\dot{K} + F_2\dot{\bar{L}} + F_3\dot{G}_1 \; .$$

Figyelembe véve, hogy $G_1 = \frac{g-\mu g}{1-\mu g}Y_1$, elvégezve az idő szerinti deriválást: $\dot{G}_1 = \frac{g-\mu g}{1-\mu g}\dot{Y}_1$. Behelyettesítve iménti egyenletünkbe, majd átrendezve:

$$\dot{Y}_1 = F_1\dot{K} + F_2\dot{\bar{L}} + F_3\frac{g-\mu g}{1-\mu g}\dot{Y}_1 \; .$$

A közjavak parciális termelési rugalmassága

$$\epsilon_{G_1} = \frac{F_3 G_1}{Y_1} = F_3\frac{g-\mu g}{1-\mu g} \; .$$

Figyelembe véve továbbá, hogy a tőke parciális termelési rugalmassága $\epsilon_K = F_1 K/Y_1$, a hatékony munka parciális termelési rugalmassága pedig $\epsilon_{\bar{L}} = F_2\bar{L}/Y_1$, mindkét oldalt Y_1-gyel osztva a következő egyenlethez jutunk:

$$\hat{Y}_1 = \epsilon_K\hat{K} + \epsilon_{\bar{L}}\hat{\bar{L}} + \epsilon_{G_1}\hat{Y}_1 \; .$$

A (8) összefüggésből következik, hogy $\hat{Y}_1 = \hat{Y}$, másrészt feltevésünk szerint $\hat{\bar{L}} = m$. Figyelembe véve továbbá, hogy a lineáris homogenitás miatt $\epsilon_K + \epsilon_{\bar{L}} + \epsilon_{G_1} = 1$, a következőt írhatjuk:

$$\hat{Y} = \epsilon_K\hat{K} + \epsilon_{\bar{L}}m + (1 - \epsilon_K - \epsilon_{\bar{L}})\hat{Y} \; .$$

Mivel $\hat{K} = \hat{\bar{k}} + m$, egyenletünket átrendezve Y következő növekedési rátáját kapjuk:

$$\hat{Y} = \frac{1}{\epsilon_K + \epsilon_{\bar{L}}}\left[\epsilon_K\hat{\bar{k}} + m(\epsilon_K + \epsilon_{\bar{L}})\right] \; . \tag{40}$$

Behelyettesítve ezt a (39) egyenletbe és figyelembe véve a (36) összefüggést, b alábbi mozgásegyenlete adódik:

$$\dot{b} = [g - \tau] + (1-\tau)rb - \frac{1}{\epsilon_K + \epsilon_{\bar{L}}}\left[\epsilon_K\hat{\bar{k}} + m(\epsilon_K + \epsilon_{\bar{L}})\right]b \; . \tag{41}$$

B függelék

Tekintsük az $Y_1 = DK^{\alpha}G_1^{1-\alpha}$ termelési függvényt, ahol D technológiai paraméter, és $\epsilon_K = \alpha$. Mivel $m = 0$, a modell több, eddig különbözőnek tekintett változója egybeesik: $\bar{L} = L$, $\bar{k} = k = K$, továbbá minden jövedelem tőkejövedelem, melyet most a háztartások egyetlen szektora sajátít el. $L = 1$ esetén az egységnyi munkára eső fogyasztás $c = \bar{c}_2 = C_2$. A továbbiakban az egyszerűbb jelöléseket fogjuk használni, de az eddigi eredményekkel történő könnyebb egybevetés érdekében a szabályozási vektort a k és c változókra írjuk fel. Elvégezve az 1.5 pontban bemutatott átalakításokat, a (9) termelési függvény az alábbi formában írható fel:

$$Y_1 = A^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{g - \mu g}{1 - \mu g} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} K = \tilde{D}K \, .$$

A $\tilde{D}$ szimbólumot csupán az egyszerűbb jelölés érdekében vezettük be. Az intenzív termelési függvény: $f(k) = \tilde{D}K$, ahol $\tilde{D} > 0$. A kormányzati kiadások növelése ezúttal is élénkíti a gazdaságot: $\frac{\partial \tilde{D}}{\partial g} = \frac{1-\alpha}{(1-\mu g)\alpha g}\tilde{D} > 0$. Másrészt $\frac{\partial \tilde{D}}{\partial \mu} = -\frac{(1-g)(1-\alpha)}{(1-\mu g)(1-\mu)\alpha}\tilde{D} < 0$, és $r = \tilde{D} - \delta$ miatt továbbra is érvényes, hogy

$$\frac{\partial r}{\partial \mu} < 0 \, . \tag{42}$$

Az A függelékben követett gondolatmenet alapján a szabályozási vektor alábbi mozgásegyenletéhez jutunk:

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u & -1 \\ 0 & v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ c \end{bmatrix} , \tag{43}$$

ahol

$$u = \frac{1-g}{1-\mu g}\tilde{D} - (2-\tau)\delta \quad \text{és} \quad v = \frac{1}{\theta}\left[\frac{1-\tau}{1-\mu g}\tilde{D} - (1-\tau)\delta - \rho \right] .$$

Feltesszük, hogy $\frac{1-\tau}{1-\mu g}\tilde{D} > (1-\tau)\delta + \rho$, ekkor $v > 0$ és $c = c(0)e^{vt}$. A (43) rendszer most a következő elsőrendű differenciálegyenlet formájában írható fel: $\dot{k} - uk = -c(0)e^{vt}$, melyet megoldva:

$$k = e^{ut}\left(Z - \int c(0)e^{(v-u)t}\, dt \right) = Ze^{ut} - \frac{1}{v-u}c_2(0)e^{vt} \, .$$

A Z konstans értéke a $t = 0$ helyettesítéssel határozható meg, amiből $Z = k(0) - \frac{c(0)}{v-u}$. Kiegyensúlyozott költségvetés esetén $\lim\limits_{t\to\infty} \lambda A = 0$ transzverzalitási feltételből $B, K > 0$ miatt $Z = 0$, és így $\hat{k} = \hat{c}$ következne. Most azonban $g \neq \tau$ következtében a helyzet valamivel bonyolultabb. Az általános $\theta > 1$ esetben feltehető, hogy $v < u$, ekkor a tőkeállomány növekedési pályáját két különböző konstans ráta szerint növekvő változó összegeként kapjuk. Bár e növekedési ráták eltérőek, a korrupció erőssége a $\frac{\tilde{D}}{1-\mu g}$ kifejezés révén mindkettőt befolyásolja. Ha tehát a jelenség gazdasági növekedésre gyakorolt hatását vizsgáljuk, a kérdés az, hogy miként változik e kifejezés értéke μ növekedésével. Elvégezve a parciális deriválást,

$$\frac{d}{d\mu}\left(\frac{\tilde{D}}{1-\mu g}\right)=\frac{\tilde{D}}{(1-\mu g)^2(1-\mu)\alpha}\Big[\alpha+g-1-\mu g\alpha\Big] \tag{44}$$

adódik.

Irodalom

1. Barro, Robert J. (1990): Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth, *Journal of Political Economy*, 98, pp. S103–125.
2. Barro, R. J. és Sala-i-Martin (1995): *Economic Growth*, McGraw-Hill, New York.
3. Bessenyei, István (2001): Közjavak és korrupció Ramsey modelljében, *Szigma*, 32, pp. 29–47.
4. Blanchard, Olivier, J. (1985): Debt, Deficits and Finite Horizons, *Journal of Political Economy*, 93, pp. 223–247.
5. Diamond, Peter (1965): National Debt in a Neoclassical Growth Model, *The American Economic Review*, 55, pp. 1126–1150.
6. Káldor, Nicholas (1956): Alternative Theories of Distribution, *Review of Economic Studies*, 23, pp. 83–100.
7. Káldor, Nicholas és Mirrlees, James, A. (1962): A New Model of Economic Growth, *The Review of Economic Studies*, 29, pp. 174-192.
8. Mauro, Paulo (1998): Corruption and the Composition of Government Expenditure *Journal of Public Economics*, 69, pp. 263-279.
9. Mellár, Tamás (2002): Néhány megjegyzés az adósságdinamikához, *Közgazdasági Szemle*, 49, pp. 725-740.
10. Paldam, Martin (2002): The Cross-Country Pattern of Corruption: Economics, Culture and the Seesaw Dynamics, *European Journal of Political Economy*, 18, pp. 215-240.
11. Ramsey, Frank (1928): A Mathematical Theory of Saving, *Economic Journal*, 38, pp. 543-559.

CORRUPTION AND DEBT DYNAMICS

This paper discusses the effect upon debt dynamics of corruption in the framework of a neoclassical growth model. It is shown that increasing corruption can extend the limits of the fiscal policy as making the debt-stabilization policy more successful. Firms and households are divided into two sectors. Instead of using an economic planner or social welfare function, we assume that the elite households wish to maximize their welfare on an infinite time horizon.