RUGALMAS ÖREGKORI NYUGDÍJSZABÁLY OPTIMÁLIS TERVEZÉSE KÉT TÍPUS ESETÉN[1]

SIMONOVITS ANDRÁS
MTA, Közgazdaságtudományi Kutatóközpont, BME és CEU

Ez a dolgozat a rugalmas öregkori nyugdíjszabály tervezésének legegyszerűbb esetét mérlegeli, amikor a népesség két típusból áll: a (várhatóan) rövidebb és hosszabb életű típusból. Öt eredményt fogalmazunk meg: 1. A hagyományosan semleges szabály esetén a kormányzat mindenkinek olyan életjáradékot fizet, amely az életpálya befizetések és hátralévő élettartam hányadosa: NDC-szabály. Minden egyénnek magáninformációja van saját várható élettartamáról, és ennek függvényében választja meg szolgálati idejét. Mivel a várhatóan rövidebb életű egyének rövidebb ideig dolgoznak, mint a várhatóan hosszabb életűek, ezért az előbbiek ráfizetnek, az utóbbiak támogatást kapnak; és a rendszer egyenlege sem nulla, hanem negatív. 2. Az aszimmetrikus információ miatt az érdekeltségi feltételeket is figyelembe kell venni. Ha mindkét típus esetén külön költségvetési korlátot állítunk föl, akkor meghatározhatjuk a "semleges" második legjobb szabályt, amely azonban túlságosan alacsony nyugdíjat és korai nyugdíjkort ad a rövidebb életűnek. 3. Aggregált költségvetési korláttal helyettesítve a típusfüggő korlátokat, de megtartva az érdekeltségi feltételeket, a kormányzat olyan szabályt választ, amely maximalizálja a társadalmi jóléti függvényt, és *újraelosztást* hajt végre a rövidebb életűtől a hosszabb életű számára. 4. A semleges szabály nemcsak jóléti értelemben marad el az újraelosztótól, hanem gyakran Pareto-értelemben is. 5. Kiterjesztve az elemzést eltérő munkaáldozatú egyénekre (de megkövetelve a várható élettartamok azonosságát), a semleges megoldás elfogadhatóvá válik.

Köszönetnyilvánítás. Külön hálával tartozom Eső Péternek korábbi együttműködéséért (Eső–Simonovits, 2003), amelynek hatása különösen a 4. ponton érezhető. Köszönetemet fejezem ki Alács Péternek, Csorba Gergelynek, Peter Diamond-nak, Wulf Gaertnernek és Pierre Pestieau-nak előzetes írásaimhoz fűzött hasznos megjegyzéseikért. A cikkben kifejtettekért természetesen egyedül én vagyok felelős. A kutatást az OTKA T046175 támogatta.

1 Bevezetés

,,Az időskori válság elhárítása" (World Bank, 1994) megjelenése óta a létező társadalombiztosítási nyugdíjrendszerek bírálata folyamatosan hatalmas figyelmet kapott. Egyrészt több szakember (például Kotlikoff, 1996) kifogásol-

[1]Beérkezett: 2005. január 22. e-mail: `simonov@econ.core.hu`.

ta, hogy számos tb-rendszer alkalmaz *újraelosztó* (degresszív) nyugdíjképleteket, amelyek csak gyenge kapcsolatot teremtenek a havi befizetések és a havi kifizetések közt. Hasonló irányú kritikát tartalmazott Gruber–Wise, szerk. (1999) és Börsch-Supan (2001), akik kifogásolták a korai, illetve késői nyugdíjbavonulás elégtelen büntetését és jutalmazását. Másrészt a Világbank (131. o.) azért támadta e rendszereket, mert „a degresszív képlet ellenére a tb-rendszer elégtelen mértékben osztja el újra a befizetéseket a gazdagoktól a szegényeknek". Érve: „e formulák tartalmaznak keresetfüggő részt is, ugyanakkor a jól kereső egyének később állnak munkába és nyugdíjazás után tovább élnek." Ezzel egyidőben Orszag–Stiglitz (2001) éppen azon az alapon védte a degresszív rendszereket, hogy az életpálya egészét tekintve alig osztják újra a jövedelmeket.

Számos modell létezik (például Sheshinski, 1978), amely a nyugdíjba vonulási döntést adott nyugdíjszabály esetén modellezi. E modellek alapötlete a következő: a felnőtt kor két részből áll: munka- és nyugdíjaskor. A nyugdíjasok életjáradékot kapnak, amelynek értéke a járulékkulcstól és a nyugdíjazási kortól (valamint a szolgálati időtől) függ. Minden dolgozó optimalizálja nyugdíjba vonulási korát – életpálya hasznosságfüggvényét maximalizálva.

A vonatkozó irodalom zöme (például Gruber–Wise, szerk., 1999) felteszi, hogy a kormányzatnak és az egyéneknek azonos információjuk van a várható élettartamokról, és az egyéni munkaáldozatok különbözők. Ekkor létezik egy kézenfekvő szabály, amelyet az irodalom *biztosításmatematikailag semleges*nek (vagy korrektnek vagy méltányosnak) hív: az életjáradék az életpálya befizetés és a hátralévő várható élettartam hányadosa. Ekkor azok a dolgozók, akik előnyben részesítik a szabadidőt (másképpen: nagyobb a munkaáldozatuk), korábban mennek nyugdíjba és kisebb életjáradékot kapnak – kisebb életpálya-járulékuknak és rövidebb hátralévő várható élettartamuknak megfelelően. Figyeljük meg, hogy a kormányzatnak nem kell ismernie az egyéni munkaáldozatokat a szabály megalkotásához.

Az *eszmei tőkeszámlák* (angol rövidítésük: NDC) gyakorlati bevezetésével (Svédország, Lengyelország, stb.) a biztosításmatematikailag semleges szabály lépett életbe, ahol az ösztönzést és az újraelosztás kiküszöbölését állítólag megoldották. (Az eszmei tőkeszámla problémáinak technikai elemzését lásd Valdés-Prieto (2000). Gyakorlati nehézségekről Legros (2003) számol be.)

Ez a szabály azonban figyelmen kívül hagyja az imént említett tényt: a gazdagok tovább élnek és később mennek nyugdíjba (empirikus igazolást Waldron (2001) nyújt). Ezzel szemben a legtöbb modell elhanyagolta azt a fontos körülményt, hogy a kormányzat nem ismeri előre a különböző típusú dolgozók várható élettartamát, a dolgozók viszont ismerik saját típusukat: aszimmetrikus információ. Smith és szerzőtársai (2001) adatokkal támasztják alá, hogy az egyének viszonylag jól előrejelzik várható élettartamukat.

Ezért a szóban forgó szabály általában nem méltányos: sőt, még aggregált szinten is hiányt okoz (vö. Simonovits, 2001, Függelék). Ezért a szabályt *hagyományosan semleges*nek nevezzük a továbbiakban. Az NDC rendszerek eme hibája miatt alaposabban kell elemeznünk a társadalmilag optimális nyugdíjszabályokat.

A rugalmas nyugdíjkorhatár és a nyugdíjrendszeren belüli újraelosztás kérdését szabatosan az optimális nyugdíjösztönzés elméletével oldhatjuk meg, amely a *Mirrlees* (1971) által kialakított *mechanizmustervezés* módszerén alapul (magyarul: Gömöri, 2001). Érdekeltségi feltételeket vezetünk be, amelyek az egyéneket igazmondásra késztetik: minden típusnak érdeke a saját típusára tervezett szerződést választania. Itt a kormányzat a társadalmi jóléti függvényt (például az életpálya-hasznosságok ellentett reciprokának várható értékét) egy költségvetési korlát (például a várható életpálya-egyenleg nulla) mellett maximalizálja, figyelembe véve az egyéni érdekeltségi korlátokat is.

Elhanyagolva a kereseti különbségeket, kétféle heterogenitás releváns: a várható élettartamok és a munkaáldozat (vagy szabadidő-preferencia) heterogenitása. A várható élettartamok heterogenitására koncentrálunk (2–5. pont), és a munkaáldozati heterogenitásával csak a 6. pontban foglalkozunk. Az egyszerűség kedvéért a típusfüggő korlátokkal indítunk, az igazi, *semleges* második legjobb szabályt elemezzük. Látjuk majd, hogy megtalálása viszonylag egyszerű, és független a társadalmi jóléti függvénytől; azonban a szabálynak kellemetlen tulajdonságai is vannak. Ezért a típusfüggő korlátokat egyetlen egy költségvetési korláttal helyettesítjük: újraelosztó szabály.

Vegyük észre, hogy ebben a bevezető cikkben több egyszerűsítő feltevést használunk, mint amennyire szükség van. Nevezetesen mindössze *két típus*t különböztetünk meg: a vizsgált népesség (korosztály) a várhatóan rövidebb és a várhatóan hosszabb élettartamú típusokból áll. Még ebben a végletesen leegyszerűsített keretben is lehetséges az optimum legfontosabb tulajdonságait bemutatni: 1. A hagyományosan méltányos szabály ilyen fajta aszimmetrikus információ esetén nem semleges. 2. A második legjobb semleges szabályban a szolgálati idő gyakran túlzottan érzékeny a várható élettartamra: a két szolgálati idő közti különbség nagyobb mint a várható élettartamok közti különbség. 3. Az újraelosztó második legjobb rendszerben a várhatóan rövidebb életű támogatja a várhatóan hosszabb életűt. 4. Az újraelosztó második legjobb rendszer gyakran nemcsak a támogatott, hosszabb életűnek ad nagyobb hasznosságot, mint a semleges megoldás, de a támogató, rövidebb életűnek is. (A 2. és a 4. eredmény akkor igaz, ha a rövidebb és a hosszabb várható élettartam hányadosa kellően közel esik 1-hez.) 5. Kiterjesztve az elemzést eltérő munkaáldozatú egyénekre (de megkövetelve a várható élettartamok azonosságát), belátjuk, hogy ilyenkor a semleges megoldás nem is olyan rossz.

Analitikus eredményeinket kiegészítjük numerikus szimulációkkal. Bár majdnem minden kéttípusú modell rossz közelítés, a numerikus eredmények segítenek megérteni, hogy a különféle mechanizmusok közti minőségi különbségek mennyiségileg is fontosak. A kéttípusú modellekre vonatkozó eredményeket összehasonlítva a többtípusúakkal, érdekes eltéréseket tapasztalunk. Például a Pareto-dominanciáról szóló 4. eredmény szigorúbb feltételeket követel meg a kéttípusos esetben, mint a többtípusosban.

Ezen a helyen vázoljuk az irodalmi előzményeket. A mechanizmustervezést először Diamond–Mirrlees (1978) alkalmazta a nyugdíjrendszerre. Egy olyan modellt vizsgált, ahol az egyének ex ante egyformák, de a minimális nyugdíjkorhatár elérése után bizonyos valószínűséggel olyan nehézzé válik számukra a munka, hogy kénytelenek nyugdíjba menni, ha ugyan már korábban nem mentek nyugdíjba. A kormányzat képtelen vagy nem akarja megfigyelni, hogy tényleg lerokkant-e egy dolgozó vagy sem, ezért kifinomult járadék–szolgálati idő függvényt kell alkalmaznia ahhoz, hogy egyensúlyt találjon a biztosítás és az ösztönzés között. A módszert az ex-ante heterogén népesség elemzésére Fabel (1994), Diamond (2003), Eső–Simonovits (2003) és Simonovits (2003), (2004) terjesztette ki. (Simonovits (2001) még csak pedzegette a tervezéselméleti megközelítést! Simonovits (2002) lineáris járadékfüggvényre szorítkozva, képes volt olyan helyzetet is modellezni, ahol mind a munkaáldozat, mind a várható élettartam heterogén, és korrelálatlan. Alács (2004) újszerű numerikust eljárást dolgozott ki a speciális, de kétdimenziós feladat megoldására.)

Tehát az egyének különböznek várható élettartamban (vagy munkaáldozatban), és a kormányzat olyan járadék–szolgálati idő függvényt keres, amely maximalizálja a társadalmi jóléti függvényt az érdekeltségi és a költségvetési feltételek mellett. Tudomásom szerint csupán Simonovits (2004) vizsgálta a semleges nyugdíjszabályt, bár más területeken már évtizedekkel korábban is foglalkoztak a kérdéssel. Például Rothschild–Stiglitz (1976) második legjobb biztosítási szerződésében mind a jó sofőr, mind a rossz sofőr a ,,pénzénél marad", a jó vezető a viszonylag nagy önrészesedés vállalásával igazolja a biztosítónak, hogy ő tényleg kevés balesetet csinál. Sőt, a Pareto-dominancia is megjelenik (638. o.): ,,A [semleges] elválasztó egyensúly... lehet, hogy nem Pareto-optimális, még a rendelkezésre álló információ mellett sem." Ugyanakkor az eredeti jövedelemadózási feladat eleve újraelosztást tételezett föl. A nyugdíjrendszeren belüli újraelosztást más szempontból elemezte Augusztinovics (2000a).

A heterogén munkaáldozatot tükrözi az eszmei számlarendszer, azonban elemzését nehézzé teszi az újraelosztó első legjobbnál jelentkező sarokmegoldás – legalább is az utilitarista társadalmi jóléti függvény esetén. Ekkor ugyanis a kis munkaáldozatú típus sohasem megy nyugdíjba, a nagy munkaáldozatú típus sohasem dolgozik. Vagy felcserélve a korfüggetlen munkaáldozati függvényeket korfüggőkkel, vagy bevezetve a minimális és a maximális szolgálati időt (Diamond, 2003 és Sheshinski, 2004), megszabadulhatunk a fenti visszásságtól. (Érdekes, hogy a gyakorlatban előre meghatározott, minimális vagy a normális korhatáron megy nyugdíjba a dolgozók jelentős része.) Az említett két szerző elhanyagolta a munkába állástól a korai nyugdíjazásig terjedő szakaszt, megnehezítve ezzel a numerikus elemzést.

Összehasonlítva a kétfajta modellt, az érdekeltségi feltételek közti különbség nyilvánvaló: a heterogén várható élettartamú modellben a hosszabb élettartamú hazug típus ingyen nyugdíjat kapna a letagadott időszakra, míg a heterogén munkaáldozatú modellben a korai nyugdíjba vonulást arányosan csökkentett járadékkal büntetik.

Mint minden modell, a cikkben szereplő modellek is számos bonyodalmat figyelmen kívül hagynak. *a)* A nyugdíjszabályok bonyolultsága miatt az optimalizálók dolga eléggé nehéz. Amint Aaron (1982, 60–61. o.) megjegyzi: ,,Ha az elemzőknek egyelőre nem sikerült megfejteniük [a járadékújraszámítás és az aktuáriusi kiigazítás] hatásait, és továbbra is vitatkoznak, hogy e hatások támogatást vagy adót jelentenek-e, mennyire valószínű, hogy a dolgozók és hitveseik megtalálják a választ?” *b)* Inkább a szakirodalmat, mintsem a valóságot követve, föltesszük, hogy a dolgozó választja meg szolgálati idejének hosszát. A munkakeresleti korlátokkal foglalkozó kevés forrás közül hármat említek: Lazear (1979), Augusztinovics–Martos (1995) és Spieza (2002).

A cikk felépítése a következő: a 2–5. pont a heterogén élettartamú típusokkal foglalkozik. A 2. pontban ismertetjük a hagyományosan semleges ösztönzést és bírálatát. A 3. pontban a semleges első- és második legjobb megoldásokat. A 4. pont módosítja a megoldást az újraelosztás esetére. Az 5. pontban összehasonlítunk számos megoldást. A 6. pont a heterogén munkaáldozat modelljét elemzi. A 7. pont néhány következtetést fogalmaz meg. A korábbi cikkekre való hivatkozások nem jelentik azt, hogy a cikk csak ezek ismeretében olvasható.

2 A hagyományosan semleges ösztönzés

Ebben a pontban a *hagyományosan semleges* ösztönzést elemezzük. Két esetet mérlegelünk: (i) a kormányzatnak ugyanaz az információ áll az egyéni élettartamokról a rendelkezésre, mint az egyéneknek: szimmetrikus információ; (ii) a kormányzatnak kevesebb információja van az egyéni élettartamokról, mint az egyéneknek: aszimmetrikus információ.

Szimmetrikus információ

Az egyszerűség kedvéért elhanyagoljuk a gyerekkor, a növekedés, az infláció, a leszámítolási- és a kamatláb létezését. Egyelőre minden egyén azonos véletlen élettartamú, jele: D. E változó értéke D_L és D_H, $D_L < D_H$, 1/2–1/2 valószínűséggel. Átlaguk $\overline{D} = (D_L + D_H)/2$. Minden dolgozó egységnyi bért kap egységnyi idő alatt, amelyből évente τ járulékot fizet, R évig. Cserében a várhatóan hátralévő $\overline{D} - R$ évre évi $\overline{b}(R)$ járadékot kap. A kormányzat és az egyének ugyanazt tudják D eloszlásáról: *szimmetrikus információ*, ezért a kormány az R szolgálati időtől függő

$$\overline{b}(R) = \frac{\tau R}{\overline{D} - R} \tag{2.1}$$

járadékot fizeti.

A be- és kifizetések *életpálya-egyenlege* $\overline{z} = \tau R - \overline{b}(R)(D - R)$, azaz D-től függően $\overline{z}_L$ vagy $\overline{z}_H$. Átlaguk $\overline{Z} = (\overline{z}_L + \overline{z}_H)/2 = 0$. Rátérünk a heterogenitásra. Feltesszük, hogy $i = 1, \dots, n$ típusú egyén létezik, típustól függő R_i szolgálati idővel. Ekkor is érvényben marad $\overline{Z}_i = 0$, $i = 1, \dots, n$.

Aszimmetrikus információ

Már a Bevezetésben is utaltunk arra, hogy a szimmetrikus információ feltevése gyakran elfogadhatatlan. Az aszimmetrikus információ legegyszerűbb esetét mérlegelendő, tegyük föl, hogy két típusú egyén létezik: a *várhatóan* rövidebb és a hosszabb életű, D_L és D_H élettartammal, mindkettő súlya a népességben 1/2. Föltesszük, hogy az egyének ismerik saját várható élettartamukat, a kormányzat viszont nem: *aszimmetrikus információ.* Feltesszük, hogy mindketten ugyanakkor, 0 évesen kezdenek dolgozni; és évi keresetük egységnyi, amelyből R_L, illetve R_H éven keresztül évi τ összeget fizetnek a nyugdíjbiztosításra.

Ha mindkét típusú egyén saját magáról gondoskodik: *autarkia*, akkor a járadékfüggvény egyszerűen

$$b_i(R) = \frac{\tau R}{D_i - R}\,, \tag{2.2}$$

és az egyének a megfelelő $b_i(R)$ járadékot életük végéig kapják; az életpálya-egyenleg 0.

Az öngondoskodásban azonban nem bízik meg a modern társadalom, helyette mindenkinek társadalombiztosításban kell részt vennie. Mivel feltevésünk szerint a kormányzat nem tudja megkülönböztetni a két típust, egyéni várható élettartam helyett a $\overline{D} = (D_L + D_H)/2$ *átlagos* várható élettartammal számol. A nevezett elv hívei szerint R évi szolgálat után az éves nyugdíj értékét ismét (2.1) adja, bár most a D-k mást jelentenek, mint a szimmetrikus esetben.

Ez az eljárás azonban hibás. Ezt a legegyszerűbb esetben igazoljuk. Föltesszük, hogy a legkorábbi halált is megelőzi a legkésőbbi nyugalomba vonulás. Nem túl nehéz belátni, hogy abban a valószerű esetben, amikor a várhatóan rövidebb életűek kevesebb ideig dolgoznak, mint a várhatóan hosszabb életűek: $R_L < R_H < D_L$, az előbbiek kevesebbet, az utóbbiak többet kapnak, mint amennyi járna, sőt az egész rendszer veszteséges (lásd 1. tétel).

A pontosabb megfogalmazáshoz szükségünk lesz a következő jelölésekre. Az évi nyugdíj értéke: $\overline{b}_L = \overline{b}(R_L)$ és $\overline{b}_H = \overline{b}(R_H)$; illetve az életpálya során befizetett járulékok és járadékok *várható egyenlege*: $\overline{z}_i = \tau R_i - \overline{b}(R_i)(D_i - R_i)$, azaz $\overline{z}_L$ és $\overline{z}_H$. Az egy főre jutó teljes egyenleg $\overline{Z} = (\overline{z}_L + \overline{z}_H)/2$. Most már kimondhatjuk állításunk.

1. tétel. *Tegyük föl, hogy a várhatóan rövidebb életűek kevesebb ideig dolgoznak, mint a várhatóan hosszabb életűek: $R_L < R_H < D_L$. Ha a nyugdíjakat a (2.1) képlet szerint állapítják meg, akkor a várhatóan rövidebb életűek életpálya-egyenlege pozitív, a várhatóan hosszabb életűeké negatív, és az átlag-egyenleg is negatív:*

$$\overline{z}_L > 0 > \overline{z}_H \quad \text{és} \quad \overline{Z} < 0\,. \tag{2.3}$$

Megjegyzés. Ha a két típus szolgálati ideje azonos: $R_L = R_H$, akkor legalább az átlagos várható egyenleg nulla: $\overline{Z} = 0$.

Bizonyítás. Helyettesítsük be $\overline{z}$-ba a $\overline{b}$ képletet:

$$\overline{z} = \tau R - \frac{\tau R}{\overline{D} - R}(D - R) = \tau \frac{R(\overline{D} - D)}{\overline{D} - R} = \overline{b}(R)(\overline{D} - D)\,. \tag{2.4}$$

Ebből már adódik a $\overline{z}_L > 0 > \overline{z}_H$ egyenlőtlenség. A $\overline{Z} < 0$ egyenlőtlenség bizonyításához vegyük figyelembe, hogy $\overline{D} - D_L = -(\overline{D} - D_H)$, tehát (2.4) értelmében $\overline{Z} = (\overline{D} - D_L)(\overline{b}_L - \overline{b}_H)/2$. Mivel az első tényező pozitív, a második tényező viszont az $R_L < R_H$ feltevésünk szerint negatív, tehát $\overline{Z} < 0$. Ha $R_L = R_H$, akkor $\overline{b}_L = \overline{b}_H$, azaz $\overline{Z} = 0$ ■

Ezentúl az ún. semleges járadékfüggvényt *hagyományos*nak nevezzük (korábban a naiv elnevezést használtam). Ha csupán az összesített hiány zavarna bennünket, könnyen megszabadulhatunk tőle. A *kiigazított hagyományos* járadék esetén a $\overline{\tau}$ kifizetési kulcsot annyira csökkentjük a τ befizetési kulcshoz képest, hogy a teljes egyenleg nulla legyen:

$$\overline{b}(R) = \frac{\overline{\tau} R}{\overline{D} - R}, \quad \text{ahol} \quad \overline{Z}(\tau, \overline{\tau}) = 0\,. \tag{2.$\overline{2}$}$$

Természetesen a várhatóan rövidebb életűek továbbra is többet fizetnek, a várhatóan hosszabb életűek pedig kevesebbet, mint kellene — de tompítva.

Szemléltetésül egy számpéldát mellékelünk (*1. táblázat*), táblázatos alakban. (Az utolsó három sorában szereplő szabályokkal csak később ismerkedünk meg.)

Szabály	Szolgálati idő		Járadék		Életpálya egyenleg	
	rövid R_L	hosszú R_H	kicsi b_L	nagy b_H	rövid z_L	hosszú z_H
Autark	40,0	48,0	0,80	0,80	0,0	0,0
Hagyományos	40,0	48,0	0,53	1,37	2,7	−6,9
Kiigazított	40,0	48,0	0,43	1,10	3,7	−3,9
Semleges 2. legjobb	34,7	48,0	0,45	0,80	0,0	0,0
Újraelosztó 1. legjobb	37,3	50,7	0,80	0,80	−2,7	2,7
Újraelosztó 2. legjobb	41,0	45,3	0,61	0,80	2,7	−2,7

1. táblázat. Nyugdíjszabályok összehasonlítása: eltérő élettartamok

Megjegyzések: 1. $D_L = 50$, $D_H = 60$, $f_L = f_H = 0{,}5$; $\tau = 0{,}2$ és $\overline{\tau} = 0{,}16$; – kerekítési hibákkal. 2. Az autark megoldással még semleges első legjobb megoldásként fogunk találkozni a későbbiekben.

A szimmetrikus információ esetén minden dolgozó várható felnőtt élettartamának a 80 százalékát tölti munkával, teljes keresetének 20 százalékát fizeti járulékként, és a nettó keresetével megegyező nyugdíjat élvez. Ugyanez a helyzet az autark szabály és aszimmetrikus információ esetén.

Hagyományos szabály esetén az átlagos várható élettartammal való számítás jelentősen csökkenti a várhatóan rövid életűeknek a teljes keresethez viszonyított nyugdíját (53 százalékra), és jelentősen növeli a várhatóan hosszú életűekét (137 százalékra), és az életpálya során az előbbi 2,7 évnyi keresetével többet, az utóbbi 6,9 évnyi keresettel kevesebbet fizet, mint várható értékben kellene. Figyeljük meg, hogy a várható egyensúlyhiány páronként 4,2 évnyi kereset!

A kiigazítás során a járulékkulcsot 4 százalékponttal kell csökkenteni, hogy az egyensúly fennmaradjon: $\bar{\tau} = 0{,}16$. A hagyományos rendszer torzulásai arányaiban megmaradnak, csak nagyságuk csökken. Kerekítési hiba miatt $Z = 0{,}1$. Természetesen az 1. tétel igaz tetszőleges típusszám és eloszlás esetén is, csak a számolás némileg bonyolultabb (Simonovits, 2002).

Egyéni optimalizálás

A neoklasszikus közgazdaságtan hagyományát követve, a továbbiakban egyéni optimalizálásból származtatjuk a modell bizonyos változóit (Sheshinski, 1978).

Föltesszük, hogy az egyéneknek jól viselkedő pillanatnyi *hasznosságfüggvényük van*, amely a fogyasztáson kívül a szabadidőtől is függ: c fogyasztás és l szabadidő esetén a pillanatnyi hasznosság értéke $\mathbf{u}(c, l)$. Fenntartva azt a feltevést, hogy az életpálya dolgozó és nyugdíjas korszakra bomlik, ahol $0 < l_m < l_M$ a dolgozók, illetve a nyugdíjasok szabadideje, definiáljuk a dolgozók és a nyugdíjasok pillanatnyi hasznosságfüggvényét: $u(a) = \mathbf{u}(a, l_m)$ és $v(b) = \mathbf{u}(b, l_M)$, ahol $a = 1 - \tau$ a dolgozó pillanatnyi fogyasztása és b a nyugdíjas pillanatnyi fogyasztása. Mivel egy nyugdíjasnak több szabadideje van, mint egy dolgozónak, $u(c) < v(c)$ minden c-re áll. Érdektelen eredményeket elkerülendő, ahol a dolgozók nem dolgoznak vagy nem mennek nyugdíjba, vagy ha mégis, akkor nyugdíjuk nagyobb korábbi teljes keresetüknél, tegyük föl, hogy $v(0) - v'(0)\tau < u(1-\tau) < v(1) - v'(1)(\tau+1)$. Néha még azt is megköveteljük, hogy $v(0) = -\infty$.

Időben additív *életpálya-hasznosságfüggvényt* feltételezünk:

$$U(D, R, a, b) = u(a)R + v(b)(D - R)\ . \tag{2.5}$$

A nyugdíjrendszer modellezésénél gyakori egyszerűsítő feltevés, hogy a dolgozó pillanatnyi hasznosságfüggvénye csak egy állandóban különbözik a nyugdíjasétól:

$$u(c) = v(c) - \varepsilon\ , \qquad \varepsilon > 0\ . \tag{2.6}$$

A továbbiakban rögzítjük a járulékkulcsot, és az $u = u(1-\tau)$ rövidítést alkalmazzuk.

Adott járadék–szolgálati idő szabály

Könnyebb egy általános, sima és növekvő $b(R)$ járadék–szolgálati idő szabályt tanulmányozni, mint a speciális, hagyományosan semleges szabályt. Az optimális szolgálati időt meghatározó szabályt idézzük.

2. tétel. *a) Belső optimumban, az U hasznosságfüggvény, a $b(R)$ járadékfüggvény és a τ járulékkulcs esetén az optimális $R(D)$ szolgálati idő–élettartam-függvény kielégíti a következő egyenletet:*

$$u + v'(b)b'(R)(D - R) - v(b) = 0\ . \tag{2.7}$$

b) (2.7) mellett az optimum elégséges feltétele:

$$(v''^2 + v'b'')(D - R) - 2v'b' < 0\ , \tag{2.8}$$

amelyből következik, hogy az optimális $R(D)$ szolgálati idő a D várható élettartam növekvő függvénye.

c) Konkáv v és b függvény esetén, az optimális szolgálati idő növekedése kevesebb, mint fele a várható élettartam növekedésének: $0 < R'(D) < 1/2$.

Bizonyítás. a) Deriváljuk U-t R szerint, és tegyük nullává a deriváltat, stb.

b) Elegendő, ha az $U'_R(D, \tau, R)$ függvény R-nek csökkenő függvénye. Az implicit függvény tételét alkalmazva az $U'_R(D, \tau, R) = 0$ függvényre:

$$R'(D) = -\frac{U''_{RD}}{U''_{RR}} = \frac{v'b'}{2v'b' - (v''b'^2 + v'b'')(D - R)}\ . \tag{2.9}$$

Figyelembe véve, hogy $v' > 0$, $b' > 0$, feltételünkből következik $R'(D) > 0$.

c) Nyilvánvalóan következik (2.9)-ből és $b'' < 0$-ból. ∎

Az 1. táblázatban megkezdett szimulációt most már folytathatjuk. Eddig nem foglalkoztunk a hasznosságfüggvények előjelével. Ha azonban megfelelően akarjuk korlátozni az időbeli helyettesíthetőséget ($\sigma < 0$), akkor a szimulációban szereplő, CRRA-alakú u és v negatívnak adódik. Tehát (2.5) miatt U is negatív lenne, ezért a később bevezetendő társadalmi jóléti függvény CRRA-specifikációja értelmetlen lenne. Emellett minél tovább él az egyén, annál kisebb lenne az életpálya-hasznossága, s ez ellent mondana a később bevezetendő érdekeltségi feltételeknek is. Ezeket a következményeket el kell kerülnünk, tehát hozzáadunk egy megfelelően nagy pozitív θ állandót u-hoz és v-hez. Csupán azt kell tudatosítanunk, hogy minél nagyobb állandót alkalmazunk, annál inkább eltűnnek a relatív különbségek az életpálya-hasznosság-függvények között. CRRA-hasznosságfüggvényt feltételezve: $v(b) = b^\sigma/\sigma + \theta$, ahol $-\infty < \sigma < 1$ a *rugalmasság*. Legyen $\sigma = -0{,}5$; $\varepsilon = 1{,}4$; $\theta = 4{,}1$ (vö. Eső–Simonovits, 2003).

Simonovits (2002, 2. következmény) megmutatta, hogy a járadékszabályok széles osztályában az életpálya-egyenleg növekvő függvénye a várható élettartamnak. Két-típusú kiegyensúlyozott modellünkben ($Z = 0$), ebből már következik $z_L > 0 > z_H$.

Befejezvén az adott járadékszabály hagyományos elemzését, rátérünk cikkünk központi kérdésére, a nyugdíjszabályok tervezésére.

3 Semleges nyugdíjszabályok tervezése

Egy járadékszabályt *semleges*nek nevezünk, ha minden típusfüggő egyenleg 0. Egy ilyen rendszerben, amelyet $\tilde{\ }$ jelöl, a szolgálati időt meghatározza a járadék:

$$\tilde{R}_L = \frac{b_L D_L}{\tau + b_L} \quad \text{és} \quad \tilde{R}_H = \frac{b_H D_H}{\tau + b_H}\ . \tag{3.1}$$

Főleg második legjobb (az érdekeltségi feltételeket kielégítő) optimumok érdekelnek bennünket, de az elemzést megkönnyíti, ha először eltekintünk az érdekeltségi feltételektől: első legjobb optimumot tanulmányozzuk. A semleges rendszer sajátos természete miatt mindkét megoldás vizsgálható a társadalmi jóléti függvény bevezetése nélkül. Ez a pont a Simonovits (2004) cikken alapul.

3.1 Semleges első legjobb

Ha a kormányzat ismerné az egyéni paraméterek értékét, és rá tudná kényszeríteni az egyéneket parancsai követésére, akkor az *első legjobb megoldás* egy olyan (b_L^*, b_H^*) járadékpár és egy olyan (R_L^*, R_H^*) szolgálati idő pár lenne, hogy mindkét típus életpálya-hasznossága maximális lenne, feltéve, hogy a másik érték adott: Pareto-optimalitás. (Azok, akik az első legjobb megoldásnál csupán a fizikai korlátokat engedik meg, szimmetrikus információ melletti optimumra is gondolhatnak.) A következő tétel jellemzi az első legjobb megoldásokat.

3. tétel. *Ha minden egyén megválaszthatja b járadékát vagy az R szolgálati idejét, akkor a D várható élettartamától függetlenül a b^* semleges első legjobb járadék kielégíti a következő nem lineáris egyenletet:*

$$u - v(b^*) + v'(b^*)(\tau + b^*) = 0 \; . \tag{3.2}$$

A semleges első legjobb szolgálati idő arányos a várható élettartammal:

$$R^*(D) = \frac{b^*}{b^* + \tau} D \; . \tag{3.3}$$

Megjegyzések. 1. A 3. tétel igazolja, hogy az 1. táblázatban szereplő szimmetrikus szabály, azaz a semleges első legjobb szabály megegyezik az önkényesen választott járadék és nyugdíjazási kor értékével.

2. Megoldásunkban a semleges első legjobb szolgálati idő nagyon egyszerűen függ a várható élettartamtól: arányos vele, és az arányossági szorzó $b^*/(b^* + \tau) < 1$.

3. A hasznossági függvényről tett feltevések szerint egyetlen egy olyan b^* járadék létezik, amely kielégíti a (3.2) egyenletet.

Bizonyítás. Behelyettesítve (3.1)-et (2.5) életpálya-hasznosságfüggvénybe, adódik

$$\tilde{U}_L = \varphi(b_L)D_L \quad \text{és} \quad \tilde{U}_H = \varphi(b_H)D_H \; , \tag{3.4}$$

ahol

$$\varphi(b) = \frac{ub + v(b)\tau}{\tau + b} \; . \tag{3.5}$$

Deriválva $\varphi(b)$-t, majd nullává téve: $\varphi'(b) \approx [u + v'(b)\tau](\tau + b) - [ub + v(b)\tau] = \tau[u - v(b) + v'(b)(\tau + b)] = 0$. (3.2) segítségével adódik $b = b^*$, függetlenül D-től. Az egyértelműség oka: $\varphi''(b) \approx v'(b) \approx -v'(b) + v''(b)(\tau + b) - v'(b) \approx v''(b) < 0$. ∎

3.2 Semleges második legjobb

A valóságban azonban a kormányzat csak az egyéni paraméterek eloszlását ismeri (vagy használhatja föl). Ekkor az első legjobb – ömlesztett – megoldás csalásra csábít: például a várhatóan hosszabb életű egyének érdekeltek abban, hogy várhatóan rövidebb életűnek tüntessék föl magukat, csak hogy hamarabb mehessenek nyugdíjba, és a kormányzat által várt időszaknál hosszabb ideig élvezhessék alacsonyabb nyugdíjukat. De fordított irányú csalás is elképzelhető, ha túlzottan kicsiny az L-járadék. A csalást kizárandó, *érdekeltségi feltételek*et kell kirónunk. Képletben:

$$uR_H + v(b_H)(D_H - R_H) \geq uR_L + v(b_L)(D_H - R_L)\ , \tag{3.6H}$$

és

$$uR_L + v(b_L)(D_L - R_L) \geq uR_H + v(b_H)(D_L - R_H)\ . \tag{3.6L}$$

Ekkor a *második legjobb megoldás* egy Pareto-optimális megoldás, amely az első legjobb megoldás (3.1) költségvetési korlátjai mellett kielégíti (3.6) érdekeltségi feltételeket is. Ekkor a feladat a következőképpen fogalmazható meg: melyik az a $(\bar{b}_L, \bar{b}_H)$ második legjobb járadékpár, amelyre mindkét típus életpálya-hasznosságfüggvénye maximális — (3.1) és (3.6) mellett? Látni fogjuk, hogy a H-korlát lesz feszes. A bizonyításokat leegyszerűsítendő, tegyük föl, hogy $\tau = 1 - b^*$ és $v(0) = -\infty$.

Belátjuk a következő tételt.

4. tétel. *A semleges második legjobb megoldásban a $\bar{b}_H = b^*$, és a $\bar{b}_L < b^*$ járadékot a*

$$D_H\varphi(b^*) = D_L\varphi(\bar{b}_L) + (D_H - D_L)v(\bar{b}_L) \tag{3.7}$$

implicit egyenlet határozza meg.

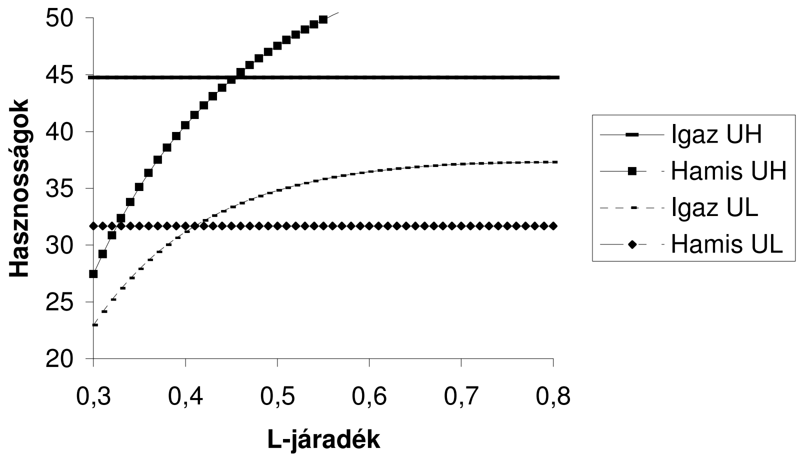
Megjegyzés. Vegyük észre, hogy a második legjobb megoldásban csak a H-típus kaphat első legjobb járadékot. Ez jellemző az ilyen modellekre. (Például a Bevezetésben említett Rothschild–Stiglitz (1976) optimális biztosítási modellben az L-típus csak részleges biztosítást vehet, hogy bizonyítsa: nem H-típusú.)

Bizonyítás. A (3.6H) érdekeltségi feltétel a

$$D_H\varphi(b_H) = D_L\varphi(b_L) + (D_H - D_L)v(b_L) \tag{3.8}$$

egyenlőségre egyszerűsödik. Ebben a feltételben minél nagyobb $b_H \leq b^*$, annál nagyobb $\tilde{U}_H$ és annál gyengébb a b_L-re vonatkozó korlát. Ezért a második legjobb megoldásban az $\tilde{U}_H$ függvény $\bar{b}_H = b^*$-nél maximális, míg az $\tilde{U}_L$ függvény $\bar{b}_L$-nél, amely kielégíti (3.7)-et. A (3.6L) feltétel is teljesül. ■

Az *1. ábra* a hasznosságtérképet a rövidebb életűek járadékának a függvényében ábrázolja: IgazUH (U_H), HamisUH (U_{HL}) és IgazUL (U_L), HamisUL (U_{LH}) görbék az L-járadék (b_L) függvényei. IgazUH egy folytonos vízszintes vonal, amelyet a HamisUH görbét az N2B jelzésű semleges második legjobb járadékban metszi: $\bar{b}_L = 0{,}45$. Figyeljük meg, hogy $b_L = 0{,}42$ előtt az IgazUL görbe a HamisUL alatt húzódik, érdekeltté téve L-t, hogy H-nak tettesse magát. Ez a körülmény azonban nem játszik szerepet a Pareto-optimális választás esetében.



1. ábra. Semleges 1. és 2. legjobb

Az 1. táblázatban már találkoztunk a semleges első legjobbal autarkia néven, és most hozzávesszük a második legjobb megoldást. Vegyük észre, hogy a szolgálati idők *túlságosan érzékenyek*, hiszen eltérésük nagyobb, mint a várható élettartamok eltérése: 13 év szemben a 10 évvel. (Összehasonlításként megjegyezzük, hogy a 2.c tétel szerint az adott járadékszabályok tág osztályára nincs érzékeny függés.) Ahhoz, hogy ezt és más állításokat megfogalmazhassunk, szükségünk lesz a *minmax-hányados*ra, amely a rövidebb és a hosszabb várható élettartam hányadosa.

1. következmény. *A semleges második legjobb szolgálati idő pontosan akkor függ érzékenyen a várható élettartamtól: $\bar{R}_H - \bar{R}_L > D_H - D_L$, ha a minmax-hányados elég közel esik 1-hez:*

$$\delta = \frac{D_L}{D_H} > \delta_* \,, \tag{3.9}$$

ahol a δ_* kritikus hányadost a

$$(1-\delta_*)u + (1-b^*)v^* = (2-b^*-\delta_*)(v^*-1+\delta_*), \quad v^* = v(b^*) \tag{3.10}$$

egyenlet határozza meg.

Megjegyzés. Megmutatható, hogy (3.10)-nek létezik egy minimális pozitív gyöke.

Bizonyítás. Be akarjuk látni, hogy $\bar{R}_L < R_* = \bar{R}_H - D_H + D_L$. Bevezetve a δ és az $R_H^* = b^* D_H$ mennyiségeket, egyenlőtlenségünk ekvivalens

$$\bar{b}_L < b_* = \frac{(1-b^*)R_*}{D_L - R_*} = b^* - 1 + \delta$$

egyenlőtlenséggel. Most (3.8) a következő képletre egyszerűsödik:

$$b^*u + (1 - b^*)v^* = \varphi(b^*) = \delta\varphi(\bar{b}_L) + (1 - \delta)v(\bar{b}_L) \; . \tag{3.8'}$$

Átrendezve az egyenlőtlenséget:

$$ub^* + v^*(1 - b^*) < (\delta - 1 + b^*)u + (2 - b^* - \delta) \; . \tag{3.11}$$

Egyszerű számolással igazolható, hogy (3.11) pontosan akkor érvényes a $0 < \delta < \delta_*$ szakaszon, ha (3.9)–(3.10) teljesül. ■

4 Újraelosztó nyugdíjszabályok tervezése

Tudomásom szerint az összes nyugdíjtervezési cikk – Simonovits (2004) kivételével – újraelosztó szabályokat mérlegelt, ahol a semleges rendszer típusfüggő egyenlegei helyett egy aggregált egyenleg szerepel. (Ez természetes feltevés volt az optimális jövedelemadó-tervezésben, ahonan az egész mechanizmustervezés indult.) Azt várhatnánk, hogy bármely újraelosztás az egyik típusnak a másik típus kárára kedvez. Ez azonban nem mindig van így. A következő (5.) pontban látni fogjuk, hogy az újraelosztó második legjobb megoldás gyakran Pareto-dominálja a semlegest. Már korábban említettük, hogy ez a pont az Eső–Simonovits (2003) cikken alapul.

Társadalmi jólét

Már két típus esetén is különböző egyéni hasznossági optimumpárokat kell minősítenünk. Ha nem elégedünk meg a határozatlan Pareto-rendezéssel, akkor be kell vezetnünk egy alkalmas társadalmi jóléti függvényt. Tegyük föl, hogy az L- és a H-típusú egyének súlya születéskor a népességben rendre $f_L > 0$ és $f_H > 0$, $f_L + f_H = 1$. Stacionárius népességet tételezünk föl, ezért a korosztályi hosszmetszeti adatok megegyeznek az aggregált keresztmetszeti adatokkal. Két típus esetén a két legegyszerűbb *társadalmi jóléti függvény* rendre a két életpálya-hasznosság összege, illetve minimuma. Képletben, Utilitarista:

$$V = f_L U_L + f_H U_H \; . \tag{4.1'}$$

Rawls-féle:

$$V = \min(U_L, U_H) \; . \tag{4.1''}$$

Általánosabban, legyen ψ egy konkáv skalár-skalár függvény, amely az egyéni életpálya-hasznosságokat transzformálja, mielőtt összeadnánk őket. Ekkor a kétszemélyes CRRA-típusú *társadalmi jóléti függvény* képlete:

$$V = f_L\psi(U_L) + f_H\psi(U_H) \; . \tag{4.1}$$

Minél konkávabb a ψ függvény, annál inkább egyenlősítő a társadalmi jóléti függvény. Szimulációban alkalmazható a CRRA-specifikáció: $\psi(U) = U^\phi/\phi$, ahol ϕ 1-nél nem nagyobb valós szám az *egyenlőtlenségi index.* Sajnos, az elemzésben el kell különítenünk az utilitarista esetet a többitől (Eső–Simonovits, 2003). Emlékeztetünk arra, hogy minél nagyobb a θ additív állandó, annál kisebb a U_i-k közti relatív különbség.

Mivel nem követeljük meg, hogy az egyéni életpálya-egyenlegek nullák legyenek (semlegesség), társadalmi költségvetési korlátot kell felállítanunk, amelyben a z_H és z_L egyéni egyenleg súlyozott összege szerepel:

$$Z = f_L z_L + f_H z_H = 0\,. \tag{4.2}$$

A mechanizmustervezés eszközeit követve, most is az első legjobb megoldást elemezzük először, és csak aztán térünk rá a második legjobb megoldásra.

Újraelosztó első legjobb megoldás

Ha a kormányzat ismerné az egyéni jellemzőket, és képes lenne érvényesíteni akaratát, akkor az *első legjobb megoldás* egy olyan (b_L°, b_H°) nyugdíjpár és (R_L°, R_H°) szolgálatiidő-pár lenne, amelyre a (4.1) társadalmi jóléti függvény maximális lenne a (4.2) költségvetési korlát mellett.

5. tétel (Vö. Eső–Simonovits, 2003, 0. tétel.) *Az újraelosztó első legjobb megoldásban mindkét nyugdíj független a várható élettartamtól: $b_L^\circ = b_H^\circ = b^*$, és a közös érték kielégíti a semleges első legjobb megoldás optimális feltételét: (3.2)-t. A két optimális szolgálati idő a két egyéni várható élettartam inhomogén lineáris függvénye:*

$$R_L^\circ = R^* + \omega(D_L - \overline{D}) \quad \text{és} \quad R_H^* = R^\circ + \omega(D_H - \overline{D})\,, \tag{4.3}$$

ahol

$$R^\circ = \rho\overline{D}, \qquad \rho = \frac{b^*}{\tau + b^*} < 1 \quad \text{és} \quad \omega = \frac{v^*}{v^* - u} > 1\,. \tag{4.4}$$

Megjegyzések. 1. Meglepő, hogy az első legjobb nyugdíj értéke független a társadalmi jóléti függvénytől. Az ok egyszerű: a bizonyításban a ψ ,,kiesik", a két életpálya-hasznosság egyenlővé tehető az optimumban.

2. Ugyanez a függetlenség igaz a megfelelő szolgálati időkre is. Kivétel az utilitarista eset, ahol az optimum határozatlan. Ekkor az optimális szolgálati idő-párok egy olyan folytonos szakaszt alkotnak a paramétertérben, amelyet a $Z = 0$, $R_L < D_L$ és $R_H < D_H$ feltételek határoznak meg. Szimmetria miatt ilyenkor a továbbiakban (4.3) helyett az $R_L^\circ = R_H^\circ = R^\circ$ választással élünk, ahol R° az átlagos élettartamhoz tartozó autark szolgálati idő.

3. Az $R_L^\circ > 0$ és a $R_H^\circ < D_H$ feltételhez a következő feltevésekre van szükség:

$$D_H < \frac{\omega}{\omega - \rho} D_L \quad \text{és} \quad D_H < \frac{\omega - \rho}{(\omega + \rho - 2)_+} D_L\,,$$

ahol x_+ az x szám pozitív része.

4. Vegyük észre a hasonlóságot a semleges második legjobb megoldással: a szolgálati idő mindkét esetben érzékenyen függ a várható élettartamtól.

Bizonyítás. Vegyük a következő Lagrange-függvényt:

$$\mathcal{L} = f_L\psi(U_L) + f_H\psi(U_H) + \mu[f_L z_L + f_H z_H]\,.$$

Az elsőrendű optimalitási feltételek a következők:

$$\mathcal{L}'_b = \psi'(U_i)v'(b_i)(D - R_i) + \mu(R_i - D) = 0 \;\Leftrightarrow\; \psi'(U_i)v'(b_i) = \mu\,,$$
$$\mathcal{L}'_R = \psi'(U_i)[u - v(b_i)] + \mu(\tau + b_i) = 0\,.$$

Behelyettesítve az első egyenlet μ-jét a másodikéba, $\psi'(U_i^\circ)$-vel való egyszerűsítés után adódik a (3.2) egyenlet, azaz az optimális nyugdíj független a típustól. Ekkor az első egyenletből adódóan $\psi'(U_L^\circ)v'(b^\circ) = \psi'(U_H^\circ)v'(b^\circ)$, azaz $\psi'(U_L^\circ) = \psi'(U_H^\circ)$. Szigorúan konkáv jóléti függvényre szorítkozva, $U_L^\circ = U_H^\circ$: a két típus maximális életpálya-hasznossága egyenlő. (Az elfajult, utilitarista esetben a semmitmondó $1 \equiv 1$ azonosság adódik.) Behelyettesítve (2.1)-et egyenletünkbe és z°-okat $Z^\circ = 0$-ba [(4.2)], e két egyenlet adódik:

$$v^* D_H - [v^* - u]R_H = v^* D_L - [v^* - u]R_L\,,$$
$$f_L[(\tau + b^*)R_L - b^* D_L] + f_H[(\tau + b^*)R_H - b^* D_H] = 0\,.$$

A kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert megoldva, adódik (4.3)–(4.4). ■

Figyeljük meg a szoros kapcsolatot az újraelosztó első legjobb [(4.3)] és a semleges második legjobb szolgálati idők [(3.3′)] között: $R^*(D)$ és $R^\circ(D)$ szakaszok központja közös: $(\overline{D}, R^\circ)$, meredekségük rendre $\rho < 1$ és $\omega > 1$. Ebből adódik a

2. következmény. *Az újraelosztó első legjobb optimumban a várhatóan hosszabb életűek támogatják a várhatóan rövidebb életűeket:* $z_L^\circ < 0 < z_H^\circ$.

Egészítsük ki a korábbi numerikus futásokat a $\phi = -1$-hez tartozó futással! Ekkor az első legjobb szabályban a rövid életű csak 37 évet, a hosszú életű viszont 51 évet dolgozik, megsértve a második legjobbra kirótt $R_H < D_L$ feltételt. Azonos nyugdíjuk a semleges első legjobb megoldással egyezik, és jócskán eltér a korábbiaktól.

Második legjobb megoldás

De a kormányzat nem ismeri az egyéni jellemzőket, csak eloszlásukat. Ezért a *második legjobb megoldás*t kell bevezetnie, ahol az első legjobb megoldás célfüggvénye és korlátja mellett a (3.6H) *érdekeltségi korlát* is megjelenik. Egy meglepő tételt idézünk az utilitarista társadalmi jóléti függvény esetére.

6. tétel (Vö. Eső–Simonovits, 2003, 1. tétel). *Ha a jóléti függvény utilitarista, akkor egyetlen egy újraelosztó második legjobb nyugdíjszabály létezik, amely egyúttal megvalósítja az első legjobb szabályt:*

$$b(R) = \begin{cases} 0, & \text{ha } R < R^\circ; \\ b^*, & \text{ha } R \geq R^\circ. \end{cases}$$

Bizonyítás. Az első legjobb megoldás, ahol $b_L^\circ = b_H^\circ = b^*$ és $R_L^\circ = R_H^\circ = R^\circ$, kielégíti az érdekeltségi feltételt, tehát második legjobb is. ∎

Mivel ez a megoldás túl merev és igazságtalan, az utilitarista helyett a szigorúan konkáv társadalmi jóléti függvényekre szorítkozunk. Ekkor alaposabb elemzésre lesz szükség.

7. tétel (vö. Eső–Simonovits, 2003, 2. tétel). *A hosszabb várható élettartamúak járadéka azonos a semleges első legjobbal, míg a rövidebbé kisebb; hasonló a szolgálati idők sorrendje:*

$$\hat{b}_L < \hat{b}_H = b^* \quad \text{és} \quad \hat{R}_L < \hat{R}_H \ . \tag{4.5}$$

Bizonyítás. Először (4.5) elemi részét látjuk be: Helyettesítsük (3.6H) bal és jobb oldalát rendre U_H-val és $U_L + (D_H - D_L)v(b_L)$-lel:

$$U_H \geq U_L + (D_H - D_L)v(b_L) \ .$$

Hasonlóan (3.6L)-re:

$$U_L \geq U_H + (D_L - D_H)v(b_H) \ .$$

A két egyenlőtlenség összehasonlításából következik $\hat{b}_L < \hat{b}_H$.

Ha $\hat{R}_L \geq \hat{R}_H$ igaz lenne, akkor a rövidebb életű azt tettetné, hogy hosszabb életű, ellentmondás.

Rátérünk a $\hat{b}_H = b^*$ állítás bizonyítására. Az 5. tétel bizonyításában szereplő, első legjobb feladat Lagrange-függvényéhez hozzáadjuk a (3.6H) egyenlőtlenség nullára rendezett alakját ν szorzóval, kiszámítjuk a négy parciális deriváltat, és hozzávesszük a két korlátot. A kibővített Lagrange-függvény a következő:

$$\hat{\mathcal{L}} = f_L\psi(U_L) + f_H\psi(U_H) + \mu[f_L z_L + f_H z_H] +$$
$$+ \nu[uR_H + v(b_H)(D_H - R_H) - uR_L - v(b_L)(D_H - R_L)] \ .$$

Vegyük a Lagrange-függvényes optimalitási feltételekből az alábbi kettőt!

$$\mathcal{L}'_{b_H} = f_H\psi'(U_H)v'(b_H)(D_H - R_H) + f_H\mu(R_H - D_H) + \nu v'(b_H)(D_H - R_H) = 0,$$
$$\mathcal{L}'_{R_H} = f_H\psi'(U_H)[u - v(b_H)] + f_H\mu(\tau + b_H) + \nu(u - v'(b_H)) = 0 \ .$$

Kifejezve ν-t az első egyenletből, és behelyettesítve a másodikba:

$$\left(\psi'(U_H) + \frac{\nu}{f_H}\right)[u - v(b_H) + v'(b_H)(\tau + b_H)] = 0 \ .$$

Az utolsó egyenlet első tényezője pozitív, a második tényezője éppen (3.2). ∎

Mivel $\hat{b}_H = b^*$, a négy változóból egy kiesik. A két korlátban a szolgálati idők lineárisan szerepelnek, ezért könnyen kifejezhetők mint a várhatóan rövidebb életűek járadékának a függvényei: a többváltozós feltételes maximumfeladat egy skalár-skalár függvény maximalizálására vezethető vissza.

A bizonyítást egyszerűsítendő, két technikai feltevéssel élünk: a két típus gyakorisága azonos: $f_L = f_H$, és (2.6) additív kapcsolat esetén a járulékkulcs egyénileg is optimális: $\tau = 1 - b^*$.

Íme, az egyszerűsített feladat.

8. tétel. *Legyen $f_L = f_H$, $\tau = 1 - b^*$ és legyen b_L egy pozitív skalár, és $v^* = v(b^*)$. A második legjobb megoldást a következő skalár-skalár függvény maximalizálása adja:*

$$V(b_L) = \frac{\psi(U_L(b_L)) + \psi(U_H(b_L))}{2}$$

a $0 < b_L \leq b^*$ szakaszon, ahol

$$R_L(b_L) = \frac{(v^* - u)(b^* D_H + b_L D_L) + (v(b_L) - v^*)D_H}{(v^* - u)(\tau + b_L) + v(b_L) - u}\ , \tag{4.6}$$

$$U_L(b_L) = [u - v(b_L)]R_L(b_L) + v(b_L)D_L\ , \tag{2.5L}$$

$$R_H(b_L) = b^* D_H + b_L D_L - (\tau + b_L)R_L(b_L)\ , \tag{4.7}$$

$$U_H(b_L) = (u - v^*)R_H(b_L) + v^* D_H\ . \tag{2.5H}$$

Megjegyzés. A feltételekben szereplő négy függvény valójában csak b_L-től függ.

Bizonyítás. Elhagyva (3.6H)-ból az egyenlőtlenséget, és behelyettesítve $\hat{b}_H = b^*$-t az új egyenletbe és (4.2)-be, adódik

$$uR_H + v^*(D_H - R_H) = uR_L + v(b_L)(D_H - R_L) \tag{3.6H'}$$

$$(\tau + b_L)R_L - b_L D_L = b^* D_H - R_H\ . \tag{4.2$'$}$$

(4.2$'$) meghatározza R_H-t mint R_L függvényét: (4.7). Behelyettesítve (4.7)-et (3.6H')-be, (4.6) adódik, stb. ∎

Azt sejtjük, hogy figyelemre méltó kapcsolat van a $\hat{b}_L$ járadék és a ϕ egyenlőtlenségi index között. A Rawls-i jóléti függvény esetén csak $U_L(b_L)$-t kell maximalizálni (4.6) mellett; jelölje a feladat megoldását $\hat{b}_L(-\infty)$. Az utilitarista esetben $\hat{b}_L(1) = b^*$ (5. tétel). Általánosan, bármely b_L valós szám, amely a $b_L(-\infty) < b_L < b^*$ szakaszra esik, megfelelő egyenlőtlenségi indexre megegyezik egy második legjobb, rövid életű egyén járadékával. Képletben: létezik egy olyan ϕ valós szám, amelyre $b_L = \hat{b}_L(\phi)$.

3. következmény. *Minél nagyobb a ϕ egyenlőtlenségi index, annál kisebb $\hat{R}_H$. Speciálisan:*

$$\hat{R}_L < R^* < \hat{R}_H\ . \tag{4.5$'$}$$

Bizonyítás. Nyilvánvaló, hogy $\hat{U}_H$ növekvő függvénye ϕ-nek. (2.5H) értelmében $\hat{U}_H$ csökkenő függvénye R_H-nak. Következésképpen $\hat{R}_H(\phi)$ csökkenő. ∎

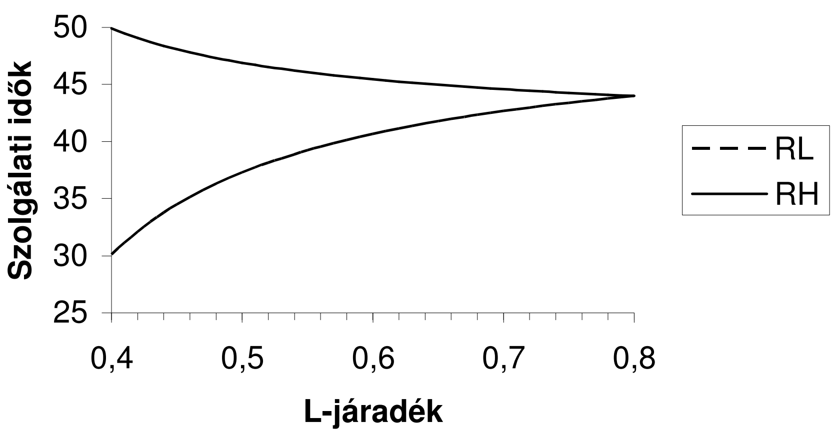
Hasonlóan $\hat{U}_L(\phi)$ növekvő. Nem tudjuk azonban, hogy ez a csökkenés hogyan oszlik meg $\hat{b}_L$ és $\hat{R}_L$ között.

Megjegyzések. 1. A Bevezetésben már említettük, hogy az aszimmetrikus információs keretben végzett optimális ösztönzést a *mechanizmustervezés* adja. Egyébként az irodalomban is a most tapasztalthoz hasonló jelenséggel találkoztunk: Mirrlees (1971) optimális jövedelemadórendszerében a leggazdagabb egyén optimális adókulcsa nulla.

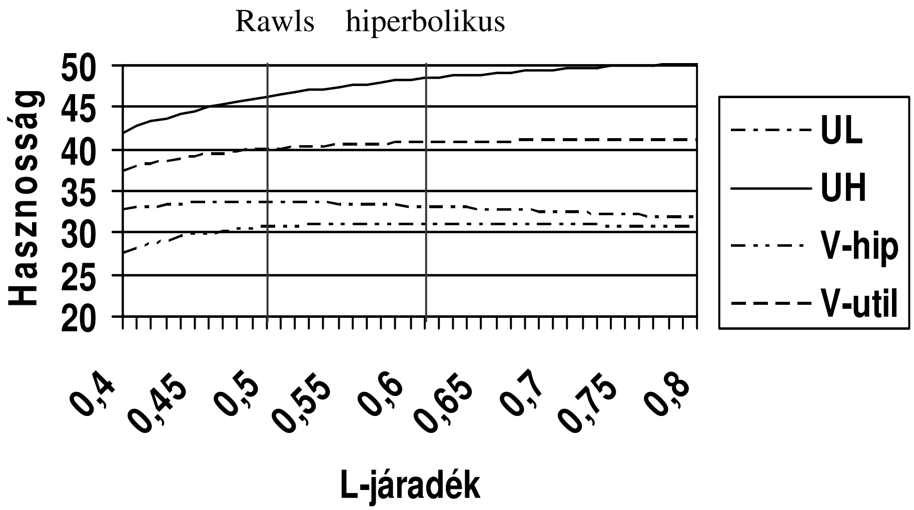
2. Végig rögzítjük a τ járulékkulcsot, pedig a nyugdíjösztönzés egyik legizgalmasabb kérdése éppen a járulékkulcs optimalizálása. A már meghatározott optimumokat parametrikus optimumnak tekintve, a τ változtatásával az abszolút jóléti optimum is meghatározható lenne, legalábbis numerikusan (vö. Eső–Simonovits, 2003, 3. ábra).

Az 1. táblázatbeli szimulációt most már befejezhetjük. A második legjobb szabály esetén az autarkiától való eltérés irányt vált: a rövid életű többet (41 évet), a hosszú életű kevesebbet (45 évet) dolgozik, mint az autarkiában.

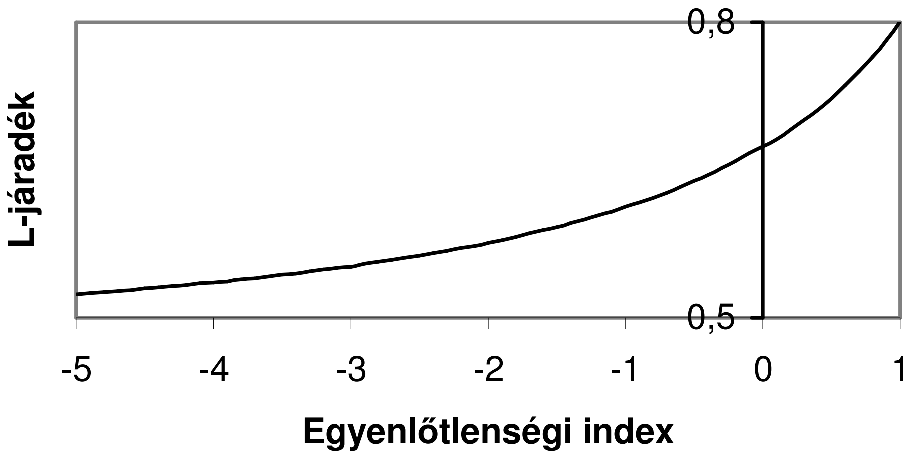
A 8. tételben tárgyalt algoritmus-egyszerűsítést a *2. és a 3. ábrán* szemléltetjük. Mindkét esetben b_L a független változó, és rendre $R_L(b_L)$, $R_H(b_L)$ a függő változó a 2. ábrán és $U_L(b_L)$, $U_H(b_L)$, $V(b_L)$ a 3. ábrán. A $b_L(-\infty) =$ 0,5, $b_L(-1) = 0{,}61$ és $b_L(1) = 0{,}8$ pontban húzott függőleges egyenesek rendre a Rawls-féle, a hiperbolikus és az utilitarista maximumokban metszik ki az optimális R-eket és U-kat. Ahhoz, hogy egy ábrán mutathassuk be a hasznosság és jóléti függvényeket, a $200V + 82$ transzformációt alkalmaztuk V-re. Végül a *4. ábra* a $b_L(\phi)$ függést mutatja.



2. ábra. Második legjobb szolgálati idők



3. ábra. Járadék és hasznosság



4. ábra. Egyenlőtlenség és L-járadék

5 Összehasonlítások

Ebben a pontban több analitikus összehasonlítást végzünk különféle szabályok között. Először összehasonlítjuk az újraelosztó második legjobb megoldást a semleges első legjobbal.

4. következmény. *Az újraelosztó második legjobb optimumban a várhatóan hosszabb életűek kevesebbet dolgoznak, mint a semleges első legjobb optimum-*

ban, és a várhatóan rövidebb életűek támogatják őket:

$$\hat{R}_H < R_H^\circ \quad \text{és} \quad \hat{z}_L > 0\,.$$

Bizonyítás. Valóban, a 7. tétel szerint az utilitarista esetben $\hat{R}_H(1) = R^\circ < R_H^\circ$. Elég nagy egyenlőtlenségi indexekre a folytonosság miatt az egyenlőtlenség fennáll, de az általános esetben további megfontolásokra van szükség. Tegyük föl az állítás ellenkezőjét: $\hat{z}_H \geq 0$. Ha szigorú egyenlőtlenség állna valamilyen ϕ-ra, akkor a 3. következmény és a folytonosság értelmében létezne egy olyan közbülső $\bar{\phi} \in (\phi, 1)$, amelyre $\hat{z}_H(\bar{\phi}) = 0$: semleges első legjobb.

$\hat{z}_L = \hat{z}_H = 0$ értelmében $\hat{R}_H = b^* D_H$ és $\hat{R}_L = b_L D_L/(\tau + b_L)$. Behelyettesítve (3.5)–(3.6H)-ba,

$$ub^* D_H + v^* \tau D_H = \varphi(b_L) D_L, \quad \text{ahol} \quad \varphi(b_L) = \frac{ub_L + v(b_L)\tau}{\tau + b_L}\,.$$

A b^* létezésének és egyértelműségének igazolásakor már láttuk, hogy $b_L < b^*$ esetén $\varphi'(b_L) > 0$, azaz

$$ub^* D_H + v^* \tau D_H > \varphi(b^*) D_L > \varphi(b_L) D_L\,,$$

ellentmondás. ■

Másodszor, összehasonlítjuk az újraelosztó első legjobbat a hagyományossal.

5. következmény. *A hagyományos megoldásban a hosszabb várható idejű típus szolgálati ideje nagyobb, mint az utilitarista újraelosztó első legjobb:*

$$\overline{R}_H > R^\circ.$$

Bizonyítás. Kiszámítjuk a hosszabb élettartamú típus hagyományos optimumát: $(2.\overline{2})$ és (2.7) szerint

$$\overline{U}_H{}'(R) = u - v(\overline{b}(R)) + v'(\overline{b}(R))\overline{b}'(R)(D_H - R) = 0\,, \tag{5.1}$$

ahol

$$\overline{b}'(R) = \frac{\tau \overline{D}}{(\overline{D} - R)^2}\,.$$

Elegendő megmutatni, hogy $\overline{U}_H{}'(R^\circ) > 0$, vagy másképp: mivel az első és a második tag rendre azonos (3.2)-ben és (5.1)-ben, (5.1) harmadik tagja nagyobb, mint (3.2)-é, azaz $\overline{b}'(R^\circ)(D_H - R^\circ) > \tau + b^*$. Behelyettesítve a képleteket, egyenlőtlenségünk a következő igaz egyenlőtlenségre egyszerűsödik: $D_H > \overline{D}$. ■

Megjegyzés. Azt sejtjük, hogy hosszabb várható élettartamú típus esetén az újraelosztó második legjobb szolgálati idő is kisebb, mint a hagyományosé, de ezt csak szimulációval tudjuk igazolni.

Harmadszor, megmutatjuk, hogy ha a δ minmax-hányados elegendően közeli 1-hez, akkor az újraelosztó második legjobb dominálja a semlegest: $\hat{U}_H > \bar{U}_H$ és $\hat{U}_L > \bar{U}_L$. Az első egyenlőtlenség majdnem triviális: $\hat{b}_H = \bar{b}_H$ és $\hat{R}_H < \bar{R}_H$ miatt $\hat{U}_H > \bar{U}_H$.

Egy szükséges és elégséges feltételt adunk a dominanciára.

9. tétel. *Tegyük föl, hogy $\tau = 1-b^*$. Az újraelosztó második legjobb pontosan akkor Pareto-dominálja a semlegest, ha a δ minmax-hányados elegendően közeli 1-hez: $\delta = D_L/D_H > \delta_\circ$, ahol*

$$\delta_\circ = \frac{v^* - \varphi(b^*)}{v^* - \varphi(\bar{b})},$$

és $\bar{b}$ kielégíti az

$$v(\bar{b}) = f_L b^* u + (1 - f_L b^*) v^*, \qquad (\bar{b} < b^*)$$

egyenletet.

Megjegyzés. Ha a H-típus aránya eléggé kicsi, vagy a szereplők eléggé kockázatkerülők, akkor adott minmax-hányadosra a feltevés teljesül.

Bizonyítás. Először meghatározzuk, hogy mikor áll $\hat{U}_L > \bar{U}_L$. Tudjuk, hogy $\bar{U}_L = D_H[ub^* + v^*(1-b^*)] - v(\bar{b}_L)(D_H - D_L)$ és $\hat{U}_L = ub^*\overline{D} + v^*(D_L - b^*\overline{D})$. Újrarendezve, és felhasználva, hogy $D_H - \overline{D} = f_L(D_H - D_L)$, adódik a $v(\bar{b}_L) > f_L b^* u + (1 - f_L b^*) v^*$ feltétel.

Másodszor felhasználjuk, hogy legutóbbi egyenlőtlenségünk pontosan akkor teljesül, ha $\bar{b}_L > \bar{b}$. Mivel $\varphi(b)$ az u és a $v(b)$ átlaga, sőt $u < v(b)$, ezért $\varphi(b) < v(b)$. (3.8) jobb oldala D_L növekvő függvénye, ezért $\bar{b}_L$ szintén növekvő függvénye D_L-nek. ■

Szimulációsorozatunkban $D_L = 50$ és $D_H = 60$ esetén az újraelosztó második legjobb csak akkor dominálja a semleges társát, ha a társadalmi jóléti függvény erősen egyenlősítő, például Rawls-féle. Nagyobb minmax-hányad, például $D_L = 56$ és $D_H = 60$ esetén azonban a dominancia még az utilitarista függvényre is teljesül: $\bar{U}_L = 33{,}43 < 33{,}56 = \hat{U}_L$. Finomabb beosztás esetén, amikor 11 évjárat van, $\hat{U}_L > \bar{U}_L$ minden társadalmi jóléti függvényre igaz: a dominancia áll (vö. Simonovits, 2004).

6 Heterogén munkaáldozat

A következtetések levonása előtt egy tükörmodellt vizsgálunk, ahol a munkaáldozatok különböznek és a várható élettartamok egyeznek (vö. Diamond, 2003, 6. fejezet és Sheshinski, 2004). Mint a Bevezetésben már hangsúlyoztuk, ez az eset azért is nagyon fontos, mert ez bújik meg az eszmei számlarendszer gondolata mögött. Lemondunk az előző modellhez hasonló teljes kifejtésről, csupán az új pontokat érintjük. A semleges, illetve az újraelosztó rendszerekről szóló alpont rendre megfelel a 3. és a 4. pontnak.

Semleges rendszer

Legyen D a közös várható élettartam, és legyen a kétféle dolgozói pillanatnyi hasznosságfüggvény u_i, $i = H, L$, ahol $u_H > u_L$. (A szokásos szereposztást megtartva, nevével ellentétben, a H-típusnak kisebb a munkaáldozata, mint az L-nek.) Az i-típus életpálya-hasznosságfüggvénye

$$U_i = Ru_i + (D - R)v(b) \ . \tag{6.1}$$

Feltesszük majd, hogy

$$v(\infty) = 0 \quad \text{és} \quad u_H < v(1) - v'(1)(\tau + 1) \ . \tag{6.2}$$

Ebben az alpontban természetesen feltesszük az életpálya-járulék és -járadék egyenlőségét:

$$\tau R = b(D - R) \quad \text{vagy} \quad b = \frac{\tau R}{D - R} \quad \text{vagy} \quad R = \frac{b}{\tau + b} D \ . \tag{6.3}$$

Ismét hullámmal jelezzük a semleges megoldást. Behelyettesítve (6.3)-at (6.1)-be:

$$\tilde{U}_i = \varphi_i(b)D, \quad \text{ahol} \quad \varphi_i(b) = \frac{u_i b + v(b)\tau}{\tau + b} \ . \tag{6.4}$$

Először a semleges első legjobb megoldást jellemezzük.

10. tétel. *a) Létezik egyetlen egy semleges első legjobb megoldás:* $\{b_i^*, R_i^*\}_{i=L}^{H}$, *ahol* $b_L^* < b_H^*$ *és* b_i^* *kielégíti a következő egyenletet:*

$$u_i - v(b_i^*) + v'(b_i^*)(\tau + b_i^*) = 0, \qquad i = H, L \ . \tag{6.5}$$

b) Az L-típus hamarabb megy nyugdíjba, mint a H-típus: $R_L^* < R_H^*$, *a szolgálati idők a következők:*

$$R_i^* = \frac{b_i^*}{\tau + b_i^*} D, \qquad i = H, L \ . \tag{6.6}$$

Bizonyítás. A bizonyítás az analóg 3. tétel bizonyításához hasonlít, kivéve $b_L^* < b_H^*$-t, amely $u_L < u_H$ és (6.5) összefüggésből következik. ∎

Második legjobb megoldásokra térve, most azt tesszük fel, hogy az egyének ismerik saját munkaáldozatukat, de a kormányzat csak azok eloszlását ismeri. Ekkor a járadékszabálynak ki kell elégítenie az érdekeltségi feltételt. Érdeke-e a H-típusnak úgy tennie, mintha L-típus lenne? Nem, mert fennáll az érdekeltségi feltétel: $b_H > b_L$-ből következik $\varphi_H(b_H) > \varphi_H(b_L)$. Méginkább fordítva.

6. következmény. *A semleges második legjobb megoldás egybeesik az első legjobbal.*

Összevetve ezt a helyzetet a 3. és 4. tétel kapcsolatával, a különbség nyilvánvaló: ott a hazug H-típus ingyen járadékot kapna a csalárd úton szerzett $D_H - D_L$ hosszúságú időszakra, most viszont a korai visszavonulást arányosan csökkentett járadék kíséri.

Újraelosztó rendszer

Az egyedüli változás az életpálya-egyenleget érinti: $z_i = \tau R_i - b_i(D - R_i)$, míg (4.2) egyszerűsödik:

$$\sum_{i=L}^{H} f_i[\tau R_i - b_i(D - R_i)] = 0 . \tag{6.7}$$

A tárgyalást egyszerűsítendő, az elemzést az utilitarista társadalmi jóléti függvényre szorítjuk:

$$V = f_H U_H + f_L U_L .$$

A Bevezetésben már említettük, hogy ebben az esetben nincs *belső* legjobb szolgálati időpár. Ha el akarjuk kerülni azt a rémes helyzetet, hogy a H-típus élete végéig dolgozik, míg az L-típus semmit sem dolgozik, akkor (i) vagy korfüggő munkaáldozatot teszünk föl; (ii) vagy előre meg kell határoznunk *minimális és maximális nyugdíjkorok*at: R_m és R_M, $0 < R_m < R_M < D$. Mi a (ii)-t választjuk.

Ekkor igaz a

11. tétel *a) Az újraelosztó első legjobb megoldásban az L-típus a lehető leghamarabb, a H-típus a lehető legkésőbb megy nyugdíjba:*

$$R_L^\circ = R_m \quad \text{és} \quad R_H^\circ = R_M . \tag{6.8}$$

b) Mindkét típus azonos járadékot kap:

$$b_L^\circ = b_H^\circ = b^\circ = \tau \frac{f_H R_M + f_L R_m}{D - f_H R_M - f_L R_m} . \tag{6.9}$$

c) A minimális és a maximális szolgálati időknek ki kelle elégíteniük a $b_m < b^\circ < b_M$ egyenlőtlenséget, ahol b_m és b_M (6.5)-ben van meghatározva.

Bizonyítás. Megint mérlegeljük a megfelelő Lagrange-függvényt:

$$\mathcal{L} = \sum_i f_i\{[u_i R_i + v(b_i)(D - R_i)] + \mu\tau R_i - \lambda b_i(D - R_i)\} .$$

Az $i = H, L$ esetén a parciális deriváltak

$$\mathcal{L}'_{R_i} = f_i\{[u_i - v(b_i)] + \mu\tau + \mu b_i ,$$

$$\mathcal{L}'_{b_i} = f_i\{v'(b_i)(D - R_i) - \mu(D - R_i)\} .$$

Mivel b_i nem lehet sarokmegoldás, $R_i < D$, tehát $\mathcal{L}'_{b_i} = 0$-ból következik $v'(b_i) = \mu$, ahonnan $b_H = b_L$. Behelyettesítve $\mathcal{L}'_{R_i}$-be, (6.5) következő, sarokmegoldásos általánosítását kapjuk:

$$u_L - v(b^\circ) + v'(b^\circ)(\tau + b^\circ) < 0 < u_H - v(b^\circ) + v'(b^\circ)(\tau + b^\circ) . \tag{6.5°}$$

Valóban, (6.8) sarokmegoldáshoz jutunk. Ekkor a költségvetési korlátból (6.9) adódik. ∎

Végül elérkeztünk az újraelosztó második legjobb rendszerhez. Ismét egy releváns érdekeltségi feltételünk van; a H-típusnak ne legyen érdeke úgy tennie, mintha L-típusú lenne:

$$u_H R_H + v(b_H)(D - R_H) \ge u_H R_L + v(b_L)(D - R_L)\ . \tag{6.10H}$$

Szabályos optimumban az egyenlőtlenség egyenlőséggé egyszerűsödik:

$$u_H R_H + v(b_H)(D - R_H) = u_H R_L + v(b_L)(D - R_L)\ . \tag{6.10H'}$$

12. tétel *a) Az újraelosztó második legjobb allokáció egy 4-változós, 2-korlátos maximalizálási feladat megoldása.*

b) A H-típus később megy nyugdíjba, mint az L-típus: $\hat{R}_L < \hat{R}_H$; *és nagyobb, első legjobb járadékot kap:* $\hat{b}_L < \hat{b}_H = b_H^*$.

Bizonyítás. Vegyük a kiegészített Lagrange-függvényt:

$$\hat{\mathcal{L}} = \mathcal{L} + \nu\{[u_H - v(b_H)]R_H + v(b_L)D - [u_H - v(b_L)]R_L - v(b_L)D\}\ .$$

Belső megoldást feltételezve, tegyük a parciális deriváltakat nullává:

$$\hat{\mathcal{L}}'_{R_H} = (f_H + \nu)[u_H - v(b_H)] + f_H\mu(\tau + b_H) = 0\ , \tag{6.11}$$

$$\hat{\mathcal{L}}'_{R_L} = (f_L - \nu)\{[u_L - v(b_L)] + f_L\mu\tau + \mu b_L\} - \nu(u_H - u_L) = 0\ , \tag{6.12}$$

$$\hat{\mathcal{L}}'_{b_H} \approx (f_H + \nu)v'(b_H) - f_H\mu = 0\ , \tag{6.13}$$

$$\hat{\mathcal{L}}'_{b_L} \approx (f_L - \nu)v'(b_L) - f_L\mu = 0\ . \tag{6.14}$$

(6.11) és (6.13) maga után vonja (6.5)-t: $\hat{b}_H = b_H^*$. (6.13)–(6.14)-ból következik

$$\frac{(f_H + \nu)v'(b_H)}{(f_L - \nu)v'(b_L)} = \frac{f_H}{f_L}\ ,$$

ahonnan $v'(b_L) > v'(b_H)$, azaz $\hat{b}_L < \hat{b}_H$. ■

Felhasználva a $\hat{b}_H = b_H^*$ egyenlőséget, fokozatos kiküszöböléssel a feltételes maximalizálási feladatunk a következő egyváltozós maximalizálási feladatra egyszerűsödik (vö. 8. tétel).

13. tétel. *Legyen* $f_L = f_H = 1/2$, $\tau = 1 - b^*$ *és legyen* b_L *egy pozitív skalár. Az újraelosztó második legjobb megoldást a* $0 < b_L \le b_H^*$ *szakaszon értelmezett, következő skalár–skalár függvénye maximalizálása adja:*

$$V(b_L) = \frac{U_L(b_L) + U_H(b_L)}{2}\ ,$$

ahol

$$R_L(b_L) = \frac{[(v^* - u_H)(b^* + b_L) - v^* + v(b_L)]D}{(v^* - u_H)(\tau + b_L) - u + v(b_L)}\ , \tag{6.15}$$

$$U_L(b_L) = [u_L - v(b_L)]R_L(b_L) + v(b_L)D\ , \tag{6.1L}$$

$$R_H(b_L) = b^*D + b_LD - (\tau + b_L)R_L(b_L)\ , \tag{6.16}$$

$$U_H(b_L) = (u_H - v^*)R_H(b_L) + v^*D\ . \tag{6.1H}$$

■

Vegyük észre, hogy a szükséges helyettesítések után minden korlát csak b_L-től függ.

Megjegyzés. Vegyük észre a 3–4. pont és a mostani pont közti hasonlóságot, mégha csak az utilitarista esetre is szorítkozunk. Például mindkét modellben az újraelosztó második legjobb H-járadék megegyezik a semleges első legjobb H-járadékkal. Ugyanakkor fontos különbségek is mutatkoznak: belső optimum áll szemben sarokmegoldással, stb.

A *2. táblázatban* bemutatjuk a négy optimum számszerű értékét.

Szabály	Szolgálati idő		Járadék		Életpálya egyenleg	
	rövid R_L	hosszú R_H	kicsi b_L	nagy b_H	rövid z_L	hosszú z_H
Semleges 1. legjobb	40,7	44,0	0,57	0,80	0,0	0,0
Semleges 2. legjobb	40,7	44,0	0,57	0,80	0,0	0,0
Újraelosztó 1. legjobb	40,0	45,0	0,68	0,68	−2,2	2,2
Újraelosztó 2. legjobb	28,0	52,0	0,49	0,80	−7,6	7,6

2. táblázat. Nyugdíjszabályok összehasonlítása: eltérő munkaáldozat

Megjegyzés. 1. $D = 55$, $f_L = f_H = 0{,}5$; $\tau = 0{,}2$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 + 0{,}8$.

Egyszerűsítve a feladatot, tegyük föl, hogy a szolgálati idők, vagy ezzel egyenértékűen, a nyugdíjazási korok előre meghatározottak. Ekkor igaz a

7. következmény (Vö. Sheshinski, 2004). *Ha a nyugdíjazási korok előre meghatározottak, akkor az újraelosztó harmadik legjobb* $(\hat{b}_H, \hat{b}_L)$ *járadékokat* (6.7) *és* (6.10H') *határozza meg.*

7 Következtetések

Az optimális mechanizmustervezés elméletét alkalmazva nehézségi sorrendben végig mentünk néhány nyugdíjösztönzési feladaton. 1. Különböző várható élettartamú egyénekből álló népesség esetén elemi modellünkben tisztáztuk az autark, a hagyományos és a kiigazított hagyományos járadék kapcsolatát. 2. Bevezetve az egyéni hasznosság- és a társadalmi jóléti függvényt, sikerült meghatározni a társadalmilag optimális első és második legjobb optimális szolgálati időket és nyugdíjakat. 3. A legtöbb esetben azt tapasztaltuk, hogy a szimmetrikus információra vonatkozó első legjobb optimum (más néven: autarkia) nagyon eltér az aszimmetrikus információra vonatkozó második legjobb optimumtól. A feladat bonyolultsága miatt általában numerikus szimulációra kényszerültünk.

Elhanyagoltunk több nagyon fontos tényezőt: a keresetek és a munkaáldozatok korfüggését, a keresetalap szolgálatiidő-függését, a munkába lépési idők különbözőségét, végül de nem utolsósorban, az adórendszer hatását. Ebben a végletekig lecsupaszított modellcsaládban is érdekes eredményeket kaptunk. További kutatásnak kell tisztázni a kapott eredmények robusztusságát. Amit már ma is megtudtunk, hogy az ún. tisztességes járadékfüggvény biztosításmatematikailag nem tisztességes.

Irodalom

1. Aaron, H. (1982): *Economic Effects of Social Security, Washington D.C.*, The Brookings Institution.
2. Alács Péter (2004): Optimális loglineáris ösztönzés megoldása numerikus módszerekkel, *Közgazdasági Szemle, 51*, 1029–1047. o.
3. Augusztinovics Mária (2000a): Újraelosztás nyugdíjbiztosítási rendszerekben, *Augusztinovics, (szerk.)* 318–339. o.
4. Augusztinovics Mária (szerk.) (2000b): *Körkép reform után: Tanulmányok a nyugdíjrendszerről*, Budapest, Közgazdasági Szemle Alapítvány.
5. Augusztinovics Mária–Martos Béla (1995): Számítások és következtetések nyugdíjreformra, *Közgazdasági Szemle, 42*, 993–1023. o.
6. Börsch-Supan, A. (2001): The German Retirement Insurance System, *Börsch-Supan–Miegel, (szerk.)*, 13–38.
7. Börsch-Supan, A.–Miegel, M., (szerk.) (2001): *Pension Reform in Six Countries*, Berlin, Springer.
8. Diamond, P. A. (2003): *Taxation, Incomplete Markets and Social Security, Munich Lectures*, Cambridge, MA, MIT Press.
9. Diamond, P. A.–Mirrlees, J. (1978): A Model of Social Insurance with Variable Retirement, *Journal of Public Economics, 10*, 295–336. o.
10. Eső Péter–Simonovits András (2003): Optimális járadékfüggvény tervezése rugalmas nyugdíjrendszerre, *Közgazdasági Szemle, 50*, 99–111. o.
11. Fabel, O. (1994): *The Economics of Pensions and Variable Retirement Schemes*, New York, Wiley.
12. Gömöri András (2001): *Információ és interakció*, Bp. Typotex.
13. Gruber, J.–Wise, D. A., (szerk.) (1999): *Social Security and Retirement Program Around the World*, Chicago, Chicago University Press.
14. Kotlikoff, L. (1996): Hogyan privatizáljuk a tb-nyugdíjrendszert, *Közgazdasági Szemle, 43*, 1045–1071. o.
15. Lazear, E. P. (1979): Why is there Mandatory Retirement?, *Journal of Political Economy, 87*, 1261–1269. o.
16. Legros, F. (2003): Notional Defined Contribution: A Comparison of the French and the German Point Systems, *World Bank Conference on NDC*, Stockholm.
17. Mirrlees, J. A. (1971): An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation, *Review of Economic Studies 38*, 175–208. o.
18. Rothschild, M.–Stiglitz, J. E. (1976): Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay in the Economics of Imperfect Information, *Quarterly Journal of Economics, 80*, 629–649. o.
19. Sheshinski, E. (1978): A Model of Social Security and Reirement Decisions, *Journal of Public Economics 10*, 337–360. o.

20. Sheshinski, E. (2004): Optimal Delayed Retirement Credit, Cesifo Conference on *Strategies for Reforming Pension Schemes*, 5–6 November, 2004, Munich.
21. Simonovits András (2001): Szolgálati idő, szabadidő és nyugdíj: ösztönzés korlátokkal, *Közgazdasági Szemle 48*, 291–306. o.
22. Simonovits András (2002): Rugalmas nyugdíjkorhatár és optimális lineáris járulék- és járadékfüggvény, *Közgazdasági Szemle, 49*, 713–724. o.
23. Simonovits András (2004): Optimális rugalmas nyugdíjrendszer tervezése: Biztosításmatematikai semlegesség és hatékonyság, *Közgazdasági Szemle, 51*, 1101–1112 o.
24. Smith, V. K.–Taylor, D. H.–Sloan, F. A. (2001): Longevity Expectations and Death, Can People Predict Their Own Demise? *American Economic Review, 91*, 1125–1134. o.
25. Spiezia, V. (2002): The Greying Population: A Wasted Human Capital or Just a Social Liability?, *International Labour Review, 141*, 71–113. o.
26. Valdés-Prieto, S. (2000): The Financial Stability of Notional Account Pensions, *Scandinavian Journal of Economics, 102*, 395–417. o.
27. Waldron, H. (2001): Links between Early Retirement and Mortality, *ORES Working Paper 93*, Division of Economic Research, SS Administration.

DESIGNING OPTIMAL RETIREMENT RULES: TWO TYPES

This paper considers the simplest case of optimal design of old-age pension rule with flexible retirement, namely when the population consists of two types: (expectedly) shorter- and longer-lived. 1. Under traditional fair rule, the government pays an annuity to each individual, equaling to the ratio of lifetime contributions to the average remaining life expectancy at retirement. Having private information on his own life expectancy, every individual chooses his retirement age. Because the shorter-lived work less than the longer-lived, this rule pays too high reward to the longer-lived and too little to the others, moreover, the average balance is also negative. 2. Because of asymmetric information, incentive compatible rules should be considered. Setting separate budget constraints for each type, we can derive the *neutral* second-best rule, which, however, yields too low benefits and retirement age for the shorter-lived. 3. Replacing the type-specific constraints by an aggregate one, but retaining the incentive compatibility constraints, the government chooses the socially optimal rule, which maximizes the social (cohort) welfare. The socially optimal pension rule dampens the traditional fair rule but still *redistributes* from the shorter-lived to the longer-lived. 4. The neutral rule is not only welfare inferior to but often dominated by the redistributive one. 5. Extending the analysis for populations with heterogeneous labor disutilities (but with homogeneous life expectancy), the neutral solution is acceptable.