SZTOCHASZTIKUS HÁLÓSTRUKTÚRÁK KEZELÉSE PROJEKTÜTEMEZÉSI FELADATOKBAN[1]

KOSZTYÁN ZSOLT TIBOR – FEJES JÁNOS – KISS JUDIT
Pannon Egyetem

Egy projekt sikeressége érdekében a megvalósítás során létfontosságú kérdésként merül fel a tervezési fázis hatékony teljesítése [1]. E tanulmány célja egy eddig még nem ismert, a tervezési fázis hatékony támogatására szolgáló technika bemutatása. Különböző projektek esetében a feladatok végrehajtásának sorrendjét általában a technológia határozza meg. Azonban joggal merülhet fel a kérdés: ez a leghatékonyabb végrehajtási sorrend? A feladatok összes ütemezési lehetősége, vagyis az összes lehetséges megoldás figyelembe lett véve, mielőtt meghatározták a tényleges ütemtervet? Munkánkat e kérdések megválaszolása motiválta. A bemutatásra kerülő eljárás (SNPM: Stochastic Network Planning Method) egy általános módszer, amely ütemezési feladatok megoldása esetén alkalmazható. Különlegessége az eddig ismert módszerekhez (pl.: PERT, GERT stb.) képest, hogy valószínűségi változók segítségével, az összes lehetséges rákövetkezési reláció figyelembevételével határozza meg a lehetséges megengedett megoldások halmazát. A módszer segítségével a lehetséges megoldásokat eredményező paraméterek változtathatóak a projektet érő hatások (pl.: piaci igények, technológiai feltételek változása) függvényében. Így az SNPM akár egy szakértői rendszer kisebb moduljaként is használható lehet. Munkánk során az SNPM-módszer lépéseit mutatjuk be, valamint példákon keresztül illusztráljuk az eljárás működését.

1 Bevezetés

A projektmegvalósítás első lépései között szereplő tervezési fázis kiemelt jelentőséggel bír, mivel egy ebben a szakaszban bekövetkezett utólagos változtatás kihatással van a további folyamatokra, így sikertelen projekteredmények születhetnek.[15] Tanulmányok igazolják, hogy a legtöbb esetben a projektek sikertelensége már a tervezési fázis során eldől. (Lásd pl. [3,4,6,16]). A projekttervezési módszerek alkalmazása során két fontos probléma vetődik fel: egyrészt általában nem tudjuk pontosan meghatározni a tevékenységek időtartamait (legtöbbször csak becsülni tudjuk), másrészt sokszor nagyon nehezen tudjuk meghatározni a tevékenységek logikai struktúráját, illetve a tevékenységek közötti rákövetkezési relációkat [11,18,20]. A projekttervezés ismert és a gyakorlatban eddig alkalmazott eszközei az ún. hálótervezési, ütemezési eljárások, modellek. (Lásd pl. [8,9,10,12,14,18,19,21,23,24].) Azonban egy modell teljesíthetősége önmagában nem elég a sikeres projekttervhez.

[1]Beérkezett: 2008. február 14. E-mail: `kzst@vision.vein.hu`.

Fontos az alkalmazott modell adekvátsága azért, hogy a projekt befejezése után kapott eredmény ne csak a modellhez, hanem a valósághoz is minél jobban illeszkedjen.

Habár az ütemezési problémák elméletben jól kidolgozottak, az ütemezési eljárások gyakorlatban való alkalmazásakor gyakran eltérés tapasztalható a tervezett eredményekhez képest, melynek oka az egyik legnehezebben kezelhető tényezőben, a bizonytalanságban rejlik [16]. Ez a bizonytalanság is két csoportra bontható: becslési és tervezési bizonytalanságra.

A bizonytalanság kezelésének egyik eszköze, hogy a változó paramétereket valószínűségi értékekkel jellemezzük. Ekkor feltételezzük, hogy korábbi projektek során már szereztünk annyi ismeretet, hogy a változó paraméterek statisztikai paramétereit becsülni tudjuk. Jelenleg a tevékenységek idejének változásait kezelni képes legismertebb módszer a PERT-módszer. (Lásd pl. [6,8,17,21].) Abban az esetben, ha semmilyen korábbi tapasztalat nem áll rendelkezésre a projekt tervezése során, akkor a sztochasztikus helyett fuzzy megközelítést célszerű alkalmazni.

A tervezési fázis specifikus lépéseket tartalmaz, melyek között a végrehajtás sorrendjét legtöbb esetben a technológiai sorrend határozza meg. Az SNPM kigondolásakor mi más logikai oldalról közelítettük meg ezt a kérdést. A tevékenységek végrehajtásának sorrendje javarészt a technológiától függ [2,5]. Ez igaz! Viszont úgy gondoljuk, van számos olyan befolyásoló tényező, melyet eddig nem vettek figyelembe a helyes végrehajtási sorrend meghatározásához, pedig fontosak. Ilyen paraméter lehet például a megtérülés, hatékonyság, piaci igények, vállalat good will-je stb., melyek egy-egy célfüggvény alapját képezve tudják befolyásolni a lehetséges megoldások halmazának összetételét. Lehetséges megoldások alatt értjük a végrehajtandó tevékenységek összes olyan ütemezési változatát, amely bekövetkezhet. Az összes lehetséges megoldásból kiválasztani az optimálist már a menedzsment döntése alapján, vagy egy újabb célfüggvény szerinti rangsorolással lehet.

Egy projekt során a tevékenységek összehangolt irányításához különböző ütemezési eljárásokat lehet alkalmazni. Lehet determinisztikus módszereket (pl. CPM, MPM), de lehet sztochasztikus eljárásokat is használni, amilyen a PERT, vagy annak általánosítása, a GERT-módszer, mely hasonló elveken nyugszik, viszont a lehetséges megoldási változatok bekövetkezési valószínűségeit is kezeli [8,12]. A fent említett két eljárás haszna akkor jelentkezik, ha figyelembe vesszük a tevékenységek időtartamaira vonatkozó becslési bizonytalanságokat, és ezáltal próbálunk következtetni a projekt legvalószínűbb átfutási idejére. Az átfutási időt analitikusan is és Monte Carlo szimuláción alapuló módszerek segítségével is meg lehet határozni.

Az idő- és költségtényezők viszont már a valóságban, egy korábbi időpontban befejeződött események adataiból kerülnek meghatározásra. A rendszer két gyenge pontját a tevékenységek időtartamainak pontos megbecslése, valamint a folyamatokhoz a megfelelő mérések hozzárendelése jelenti [22]. Mi olyan módszert szerettünk volna kidolgozni, mely nem csak a becslési bizonytalanságokat, hanem a tervezésből adódó projekt struktúrájára vonatkozó bizonytalanságokat, valamint a tervezés során fellépő megvalósítás sorrendi preferenciáit is kezelni tudja.

A bizonytalanság kezelésére egyes kutatásokban a tudásmenedzsment eszközrendszerét és korábbi esetek adatait feldolgozó szimulációs eljárásokat is sikeresen alkalmaztak. Ezzel az eljárással azonban csak a bizonytalanságok egy kis csoportját lehet sikeresen kezelni, mivel csak azokat az eseteket tudja figyelembe venni a rendszer, amelyek korábban már megtörténtek és adataikat feldolgozták [20].

Figyelemre méltó módszer az ütemezési feladatok során is alkalmazható ún. DSM (Dependency Structure Matrix) módszer, mely a tevékenységek sorrendjének megállapítására ill. az információáramlás koordinálására alkalmas. Hasonlóan a tevékenységek végrehajtási sorrendjének megállapítására szolgál, mint az általunk javasolt SNPM-módszer. Viszont a DSM az egyes tevékenységek közötti rákövetkezési sorrendek megállapítására nem valószínűségi változókat, hanem csak az adott feladatok közötti ún. információterjedési sebességet használja [9]. Az SNPM ezenkívül a tevékenységek közötti kapcsolatok erősségét is figyelembe veszi, valamint paraméterei változtathatóak, tehát szélesebb körben alkalmazható.

A leginkább elterjedt, a projekt kimenetének lehetséges változatainak bekövetkezési valószínűségeit kezelni képes hálótervezési módszer a már korábban is említett GERT-háló. Előnye, hogy már a tervezés fázisában meg lehet határozni a projekt egy adott valószínűségi szinthez tartozó várható átfutási idejét. Továbbá, mivel számítunk a tevékenység bizonytalan bekövetkezésére, illetve ismerjük is annak mértékét, előre fel tudunk készülni az esetleges projekt megvalósíthatóságát veszélyeztető buktatókra [12]. Hátránya, hogy a GERT csak a tevékenységek időtartamát, illetve döntéses eseményeknél a lehetséges projekt-kimeneteleket tekinti valószínűségi változóknak, a tevékenységek közötti kapcsolatokat nem. Az SNPM ezzel ellentétben az egyes tevékenységek közötti kapcsolatok erősségének figyelembevételével képes meghatározni a projekt lehetséges megoldásainak halmazát. A valószínűségi változók a kapcsolati erősségeken keresztül a döntéshozók preferenciáit tükrözhetik, de ezt a modellt —bizonyos megszorításokkal— a bekövetkezési valószínűségek kezelésére is lehet alkalmazni.

A tevékenységek közötti kapcsolatokat tehát a továbbiakban valószínűségi változóként kezeljük, melyek változtatásával a lehetséges megoldások halmaza, illetve egy adott célfüggvény esetén (pl. lehető legrövidebb megvalósítási idő, legkevesebb összköltség stb.) a megvalósítható projektek (adott célfüggvény szerinti) sorrendje is változik. Ezzel pl. egy szakértői rendszerben visszacsatolás hozható létre, melyben —ha a projektet értékeljük— a lehetséges rákövetkezési relációk erősségét újrasúlyozhatjuk. Ebben az esetben a szakértői rendszerben elegendő az ún. megoldásstruktúrákat, valamint ezek bekövetkezési/elfogadási valószínűségeit tárolni, vagyis azon megoldásokat, melyek mindkét (technológia, menedzsment) szempont szerint megengedettek.

A projektek egyszeri tevékenységsorok, minden lépését tekintve nem ismétlődnek újra. Viszont a folyamatok szétbontásával már kaphatunk olyan alfolyamatokat, melyek megismétlődnek más hasonló projekt esetében is. Így azok az adatok újrafelhasználhatóvá válnak. Pl. házépítés során a betonozás az épület típusától függetlenül az építőipari projekteknél ismétlődő momentum. Másrészt az összes lehetséges megoldásból a menedzsment által meghatározott célfüggvényekkel, korlátozó feltételek figyelembevételével optimális megoldások eredeztethetők.

2 Az SNPM-módszer ismertetése

Módszerünk ismertetésekor tevékenység-csomópontú hálókkal foglalkozunk. Egyrészt azért, mert a legtöbb projektmenedzsment szoftver is tevékenység-csomópontú hálót (AoN[2]) használ, másrészt pedig az AoN-hálóknál a nyilak reprezentálják a tevékenységek közötti kapcsolatokat. A modellünkben pedig a kapcsolatok erősségével foglalkozunk részletesen, így kézenfekvő a tevékenység-csomópontú hálók használata.

A módszerünkben új fogalomként jelenik meg a kapcsolat erőssége, mely érték 0 és 1 között bármely valós számot felvehet.

Definíció. N és M tevékenység közötti (rákövetkezési relációjának) kapcsolati erősségét $\rho(N,M)$-mel jelöljük és N, M tevékenység közötti kapcsolaterősségnek nevezzük. $\rho(N,M)$ értéke 0 és 1 között bármely valós számot felvehet ($\rho(N,M) \in [0,1] \subseteq \mathbb{R}$). Annak valószínűségét, hogy N tevékenység kapcsolatban van M-mel, a következőképpen jelöljük: $p(\rho(N,M)) = \rho(N,M)$. Annak a valószínűsége, hogy N nincs (rákövetkezési) relációban M-mel: $p(\neg\rho(N,M)) = 1 - \rho(N,M) \in [0,1] \subseteq \mathbb{R}$.

Megjegyzés. Ha N és M tevékenység közötti kapcsolat értéke 1, akkor 100% annak a valószínűsége, hogy N tevékenység rákövetkezési relációban van M-mel. (Pl. technológiai előírás szerint N tevékenység után M tevékenységet kell elvégezni). Ekkor annak a valószínűsége, hogy N tevékenység nincs relációban M-mel, $p(\neg\rho(N,M)) = 1 - \rho(N,M) = 1 - 1 = 0$. Ha N és M tevékenység közötti kapcsolat erőssége 0, akkor M tevékenység független N-től, ekkor közöttük a kapcsolatot nem jelöljük.

Definíció. Legyen adott egy $N_1, N_2, \ldots, N_n$ tevékenységekből álló tevékenységlista. Ekkor $\rho \in [0,1]^{n\times n}$ mátrixot kapcsolati mátrixnak nevezzük, melyben N_i, N_j tevékenység közötti $A(N_i,N_j)$ kapcsolat erősségét $\rho(N_i,N_j) \in [0,1]$ jelöli ($1 \leq i,j \leq n, i \neq j$).

Megjegyzés. A kapcsolat milyenségével (pl. vég-kezdet, kezd-kezd stb.), ebben a fázisban még nem foglalkozunk. Azonban az egyszerűség kedvéért fel kell tennünk, hogy N_i és N_j tevékenység között egyszerre csak egy kapcsolat definiálható.

Definíció. Topologikusan megengedett a megoldás, ha kapcsolati mátrixból kapott megoldás topologikusan rendezhető. A továbbiakban az ilyen megoldásokat topologikusan megengedett struktúráknak nevezzük.

[2]Activity on Node.

Definíció. Egy lehetséges (topologikusan megengedett/nem megengedett) megoldás adjacencia $s \in \{0,1\}^{n \times n}$ mátrixát struktúramátrixnak nevezzük, elemeit s_{ij}-vel jelöljük ($s_{ij} \in \{0,1\}$). Egy (topologikusan) megengedett struktúra struktúramátrixát megengedett struktúramátrixnak nevezzük.

Megjegyzés. A topologikusan megengedett megoldások közül a menedzsment szempontjából nem mindegyik lehetséges megoldás megvalósítása célszerű. Például az olyan megoldások, melyek feleslegesen túl sok rákövetkezési relációt tartalmaznak, a menedzsment döntése alapján kihagyhatók a megoldások közül. Ezeket a döntéseket a továbbiakban formalizáljuk és korlátozó feltételeknek tekintjük.

Definíció. A topologikusan és menedzsment szempontjából megengedett megoldásokat megoldásstruktúráknak nevezzük.

1. Példa. Tekintsünk egy egyszerű, négy tevékenységből álló tevékenységsort. A technológiai követelményeket szem előtt tartva nemcsak egymás után lehet végrehajtani a tevékenységeket, hanem egymással párhuzamosan is. (Az egyes megoldási alternatívák között nincs preferenciabeli különbség, ezeket a kapcsolaterősségekből számoljuk ki.) Ekkor megadható az alábbi kapcsolati mátrix. (Ebben az esetben a kapcsolatok döntési preferenciákat jelölnek, így itt a bekövetkezési valószínűségek helyett az elfogadási valószínűség fogalmát használjuk.)

A kiinduló kapcsolati mátrix:

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

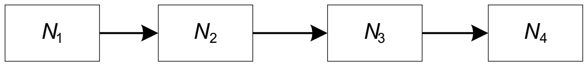
Megjegyzés. Itt a 0.5-ös érték azt jelenti, hogy 0.5 annak a valószínűsége, hogy két tevékenység között van-e kapcsolat vagy nincs, tehát nem az egyes megvalósítási alternatívák közötti valószínűségeket reprezentáljuk.[3]

A példánkban a menedzsment szempontjából megfelelő megoldásokat a következőképpen definiáljuk, ezeket korlátozó feltételekként tekintjük:

1. *Határozott a tevékenységsor kezdete és a vége:* egy kezdő és egy végpont van a gráfban.
2. *Nincs redundáns kapcsolat,* vagyis: egy $m > 2$ szintből álló topologikusan rendezett gráf i-edik ($i = 3, \ldots, m$) szintjében lévő N_i csúcs, j-edik ($j < i$) és k-adik ($k < j$) szintben lévő N_j, N_k csúcsok esetén az alábbi élek közül
$$\begin{array}{c} A(N_j, N_i) \\ A(N_k, N_i) \\ A(N_j, N_k) \end{array}$$
egyidejűleg csak kettő teljesülhet.

[3]Azzal, hogy az egyes alternatívák megvalósítási valószínűségét (melyeket pl. GERT hálóban reprezentálhatunk) hogyan lehet kapcsolati mátrix segítségével leírni, egy későbbi cikk keretében foglalkozunk.

Ebből a lehetséges gráf variációk a következők:

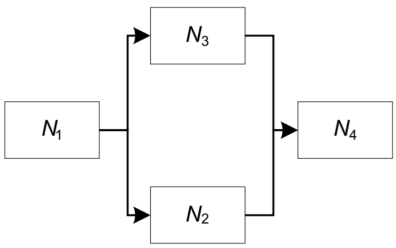


a) topologikusan és menedzsment szempontból is megengedett megoldás. Minden tevékenység egymás után sorban hajtódik végre. Elfogadási valószínűség:

$$p_1 = \rho(N_1, N_2) * \neg\rho(N_1, N_3) * \rho(N_2, N_3) * \neg\rho(N_2, N_4) * \rho(N_3, N_4) = \\ = 1 * (1 - 0.5) * 0.5 * (1 - 0.5) * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

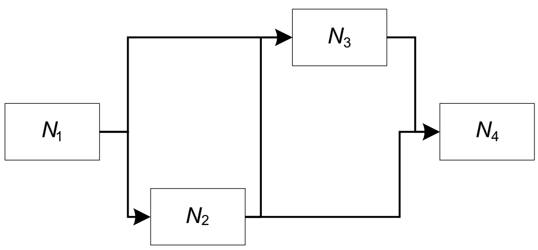


b) topologikusan és menedzsment szempontból is megengedett megoldás (Párhuzamos végrehajtás). Elfogadási valószínűség:

$$p_2 = \rho(N_1, N_2) * \rho(N_1, N_3) * \neg\rho(N_2, N_3) * \rho(N_2, N_4) * \rho(N_3, N_4) = \\ = 1 * 0.5 * (1 - 0.5) * 0.5 * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



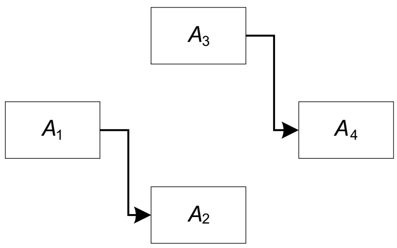
c) megvalósítható, de a menedzsment szempontjából nem megengedett (kedvezőtlen) megoldás. ($A(N_1, N_2)$, $A(N_2, N_3)$, $A(N_1, N_3)$, valamint

$A(N_2, N_3)$, $A(N_3, N_4)$, $A(N_2, N_4)$ kapcsolatok egyidejűleg jelen vannak). Elfogadási valószínűség:

$$p_3 = \rho(N_1, N_2) * \rho(N_1, N_3) * \rho(N_2, N_3) * \rho(N_2, N_4) * \rho(N_3, N_4) =$$
$$= 1 * 0.5 * 0.5 * 0.5 * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

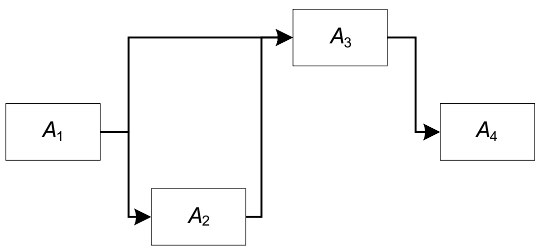


d) menedzsment szempontjából nem megengedett megoldás. (Több kezdő- és végpont.) Elfogadási valószínűség:

$$p_4 = \rho(A_1, A_2) * \neg\rho(A_1, A_3) * \neg\rho(A_2, A_3) * \neg\rho(A_2, A_4) * \rho(A_3, A_4) =$$
$$= 1 * (1 - 0.5) * (1 - 0.5) * (1 - 0.5) * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

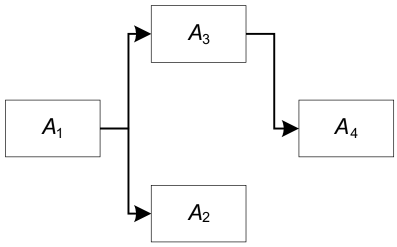


e) menedzsment szempontjából nem megengedett megoldás. ($A(N_1, N_2)$, $A(N_2, N_3)$, $A(N_1, N_3)$ kapcsolatok egyidejűleg jelen vannak). Elfogadási valószínűség:

$$p_5 = \rho(A_1, A_2) * \rho(A_1, A_3) * \rho(A_2, A_3) * \neg\rho(A_2, A_4) * \rho(A_3, A_4) =$$
$$= 1 * 0.5 * 0.5 * (1 - 0.5) * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

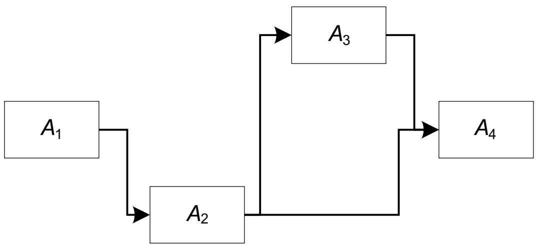


f) menedzsment szempontjából nem megengedett megoldás. Elfogadási valószínűség:

$$p_6 = \rho(A_1, A_2) * \rho(A_1, A_3) * \neg\rho(A_2, A_3) * \neg\rho(A_2, A_4) * \rho(A_3, A_4) = \\ = 1 * 0.5 * (1 - 0.5) * (1 - 0.5) * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

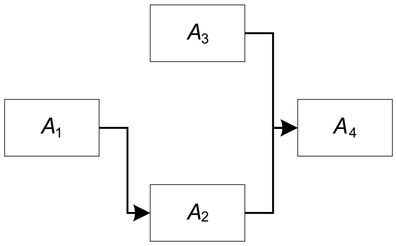


g) menedzsment szempontjából nem megengedett megoldás. ($A(N_2, N_3)$, $A(N_3, N_4)$, $A(N_2, N_4)$ kapcsolatok egyidejűleg jelen vannak). Elfogadási valószínűség:

$$p_7 = \rho(A_1, A_2) * \neg\rho(A_1, A_3) * \rho(A_2, A_3) * \rho(A_2, A_4) * \rho(A_3, A_4) = \\ = 1 * (1 - 0.5) * 0.5 * 0.5 * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_7 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



h) menedzsment szempontjából nem megengedett megoldás. Elfogadási valószínűség:

$$p_8 = \rho(A_1, A_2) * \neg\rho(A_1, A_3) * \neg\rho(A_2, A_3) * \rho(A_2, A_4) * \rho(A_3, A_4) = \\ = 1 * (1 - 0.5) * (1 - 0.5) * 0.5 * 1 = 0.125$$

A struktúramátrix:

$$s_8 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Topologikusan valamennyi megoldás megengedett. A menedzsment szempontjából azonban csak a és b megoldás kivitelezése célszerű. A megengedett struktúramátrixokból a fenti feltételek megléte ellenőrizhető. Ha pl. előírás, hogy egy kezdő- és egy végpont van a gráfban, akkor a (megengedett) struktúramátrixban pontosan egy olyan i sor és pontosan egy olyan j $(i \neq j)$ oszlop van, mely sor, illetve oszlop valamennyi eleme 0. A második feltétel teljesülése ugyanígy a topologikusan rendezett megoldás struktúramátrixa alapján ellenőrizhető. Ekkor ugyanis nem található olyan 3 elem, melyre $s_{ij} = s_{ik} = s_{lj} = 1$ $(k < j,\ i < l)$.

A példában az 1. korlátozó feltétel miatt d, f, h alternatívákat kizártuk. Azonban projektütemezés területén, de főleg folyamatszervezésben több kezdő- és végpont is kezelhető. A gráfoknak csak az irányított körmentesség kritériumának kell megfelelniük.

A példában a 2. korlátozó feltétel miatt kizártuk c, e, g alternatívákat. Mivel azonban a tevékenységek között nem csak szigorú vég-kezdet, hanem elvileg bármilyen minimális illetve maximális (kezdés-kezdés, befejezés-kezdés, kezdés-befejezés) kapcsolat lehet, nem mondható el általánosságban, hogy ez a kizárás minden esetben indokolható lenne.

Ahhoz, hogy a megengedett megoldások közül választhassunk, meg kell fogalmazni egy célfüggvényt. Pl. a legrövidebb átfutási idő. Ekkor a tevékenységek lefutási idejének és a kapcsolatok milyenségének ismeretében a legjobb megoldás kiválasztható a megengedett megoldások közül.

Megengedett megoldások meghatározása:

Definíció. A $\rho \in [-1, 1]^{n\times n}$ kapcsolati mátrix redukált kapcsolati mátrixának nevezzük $r \in \{0, 1\}^{n\times n}$-t, ha teljesül minden $1 \leq i, j \leq n$-re, hogy $r \ni r(A_i, A_j) = \lfloor \rho(A_i, A_j) \rfloor$.

Megjegyzés. Az 1. példa redukált kapcsolati mátrixa definíció szerint:

$$r = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} .$$

Megjegyzés. Az összes lehetséges megoldás felső becslése k bizonytalan kapcsolat esetén: 2^k, ahol k maximális értéke: $n(n-1)$.

Megjegyzés. Fontos megjegyezni, hogy abban az esetben, ha technológiailag megvalósítható egy tevékenységsorrend felcserélése is, pl. N tevékenységet M követi 0,7 valószínűséggel, M-et követi N 0,3 valószínűséggel, az ehhez tartozó kapcsolati mátrix

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 0,7 \\ 0,3 & 0 \end{pmatrix} ,$$

akkor módszerünk ezt a két lehetőséget külön lehetséges megoldásként leszámolja. Egyszerre a két kapcsolat azonban egyidejűleg nem teljesülhet (ugyanis nem lesz körmentes a gráf).

Megjegyzés. Az összes megoldás megállapítása már közepes méretű hálóknál is reménytelen feladat lenne, így redukálnunk kell a „szóba jöhető" megengedett megoldásokat. A következőkben egy olyan módszert mutatunk be, mellyel az összes megengedett megoldást meg lehet határozni és a lépések számát jelentősen lehet redukálni.

Ha sok lehetséges kapcsolat van az egyes tevékenységek között, akkor már $k = 100$ elemnél a lehetséges megoldások kiszámítása reménytelen vállalkozásnak tűnik, hiszen egy lehetséges variáció esetén topologikus rendezés segítségével kell majd eldöntenünk, hogy egy lehetséges gráf-variáció megengedett megoldás-e (vagyis háló). Mivel a topologikus rendezés futásideje $O(n \log n)$, így könnyen belátható, hogy $k \leq n(n-1)$ esetén $O(2^k n \log n)$ ideig tartana a lehetséges hálók kiértékelése. Ezért szükséges tovább redukálni a lehetséges megoldások halmazát.

Módszerünkben kihasználjuk az irányított körmentes gráfok összes tulajdonságát. Ha egy hálóban irányított kör van, akkor topologikusan nem rendezhető, így olyan eseteket nem vonhatunk be, ahol kör lenne a hálózatban. Felhasználjuk, hogy abban az esetben, ha nincs kör egy egyszerű gráfban, akkor a gráf adjacencia mátrixa átrendezhető ún. felsőháromszög mátrixba. Módszerünk egy back-tracking eljárás, mely bejárja a lehetséges megoldásokat, azokat a megoldásokat pedig, amelyek nem jöhetnek szóba, figyelmen kívül hagyja. A lehetséges megoldások generálásánál a menedzsment által definiálható korlátozó feltételeket is figyelembe vehetjük, így ezen struktúramátrixok által megadott gráfokat nem kell topologikusan rendezni.

A módszer lépései:

0. lépés. A redukált kapcsolati mátrix meghatározása. A mátrix átrendezése felső háromszögmátrixszá. Ha nem rendezhető át, akkor nincs megoldása a feladatnak → STOP, ellenkező esetben ugrás az első lépésre.

1. lépés. Ha az élek száma (m) nagyobb, mint a csúcsok száma (n) mínusz 1, akkor a topologikus rendezés elvégzése. Ha nem, akkor ugrás a 2b-re. Ha megengedett a megoldás (a struktúramátrix megfelel a korlátozó feltételeknek, topologikusan rendezhető), akkor ugrás a 2a. lépésre, ellenkező esetben a 2b-re.

2a. lépés. A megoldás kiírása. A következő él kiválasztása. Csak olyan él választható ki, amely a felső háromszögben van, és korábban nem választottuk ki. Tehát (N_i, N_j) esetén $i > j$. Ha nincs kiválasztható él, akkor ugrás a 3. lépésre, ha van kiválasztható él, akkor ugrás az 1. lépésre.

2b. lépés. Lehetséges tevékenység kiválasztása. Csak olyan tevékenység választható ki, ahol az adjacencia mátrix átrendezhető felső háromszögmátrixszá, és korábban ezt az élt nem választottuk ki. Ha nem választható ki, akkor ugrás a 3-as pontra. Ha van kiválasztható él, akkor ugrás az 1. pontra.

3. lépés. Egy kiválasztott kapcsolat redukciója, ha a kapott gráf már szerepel a megoldások között, vagy a redukció után a gráf nem megengedett, akkor kilépés az ágból, egyébként ugrás az 1. pontra.

2. példa. Tekintsük az előző példát. Ekkor a kapcsolati mátrix a következő:

$$\rho = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A redukált kapcsolati mátrix:

$$r = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A lehetséges megoldások száma elvileg $2^3 = 8$. Mivel azonban a redukált kapcsolati mátrixban az élek száma kisebb, mint 3, illetve két olyan oszlop/sor is van, melyre az oszlopok/sorok értékei 0-k, így ez a menedzsment által támasztott kritériumok alapján nem megengedett megoldás (1d. ábra), így a topologikus rendezést nem végezzük el. A módszer szerint most egy új élt kell választani, melyet be kell venni a gráfba. Az egyik lehetséges él a $\rho(N_1, N_3) = 0.5$ (1f. ábra). Itt a kiválasztott élek száma 3, de a korlátozó feltételek közül az elsőt nem teljesíti, ezért újabb élt kell kiválasztani. Újabb él lehet a $\rho(N_2, N_3) = 0.5$. A kiválasztott élek száma már 4 (1e. ábra), itt azonban a 2. korlátozó feltétel nem teljesül, így topologikusan nem rendezzük. Újabb kiválasztás $\rho(N_2, N_4) = 0.5$ után 1c. ábrát kapjuk. Itt is a második korlátozó feltétel nem teljesül. Több él már nem választható ki, így élt kell elvenni a gráfból. $\rho(N_2, N_3) = 0.5$ élet elvéve 1b. ábra szerinti gráfot kapjuk, amely topologikusan rendezhető és a korlátozó feltételeket is figyelembe vevő megengedett megoldás. Újabb élt már nem vehetünk el, mert $\rho(N_2, N_4) = 0.5$ elvéve ismét 1f-hez jutnánk, ami ráadásul nem is megengedett, ezért a további redukciónak sincs ezután értelme, $\rho(N_1, N_3) =$

0.5-öt elvéve 1h. ábrához jutunk, ami szintén nem megengedett megoldás, tehát ebből az ágból kilépünk. Így visszajutunk az 1c. megoldáshoz. Innen $\rho(N_1, N_3) = 0.5$-öt választva 1g. ábrához jutunk, ami a második korlátozó feltételt nem teljesíti. $\rho(N_2, N_4) = 0.5$-öt elhagyva 1a. ábrát kapjuk, ami viszont megengedett megoldás.

A módszer pszeudó kódja az alábbi táblázatban található:

```
r := reduced(ρ);                          {Redukált kapcsolati mátrix meghatározása}
S := ∅;                                        {S-ben tároljuk a megoldásokat}
S := SNPM(r, S);

function SNPM(r, S);
begin
  if (uptri(r) = true) then            {Azt vizsgáljuk, hogy a kapcsolati mátrix}
  begin                                {felső háromszögmátrixba átrendezhető-e}
    if (m > n − 1) then
    begin
      if (m_crit(r) = true) then            {A korlátozó feltételek teljesülésének }
      begin                                                          {vizsgálata}
        [s_to,g] = to(r);                       {Topologikus rendezés elvégzése}
         {s_to a rendezés sikerességét, g a topologikusan rendezett gráfot jelöli}
        if (s_to = true) then
        begin
          S := S ∪ g;           {A korlátozó feltételeket teljesítő, topologikusan}
          print g;                     {rendezhető gráfokat tároljuk és kiíratjuk}
        end;
      end;
      [s_s,r] := select(r);      {Következő elem kiválasztása. Ha ez lehetséges,}
      if (s_s = true) then S:=SNPM(r,S) else       {akkor újra meghívjuk ezt a}
      begin                    {függvényt, ha nem akkor a redukció elvégzése}
        [s_r,r,g] := reduction(r);
        if ((s_r = true) and (m_crit(r) = true)) then
        begin
          [s_to,g] = to(r);
          if ((s_to = true) and (g not in S)) then
          begin                             {megvizsgáljuk, hogy a topologikus}
            S = SNPM(r,S);                          {rendezéssel kapott gráf}
          end;                                {szerepel-e a megoldások között}
        end;
      end;
    end;
  end;
end;
```

1. táblázat. A módszer pszeudokódja

Az előző példában számos háló nem megengedett volt, így a továbbiakban csak azokat a gráfokat kell tekintenünk, ami topologikusan rendezhető és a menedzsment számára megvalósítható (vagyis megoldásstruktúrák). Ha e kritériumokat figyelembe vesszük, akkor a és b variáns egyenlő valószínűséggel következhet be.

A backtracking eljárás a lehetséges megoldások számításakor nem veszi figyelembe azokat a mátrixokat, melyek nem rendezhetők át felső háromszögmátrixszá (pl. kör van a hálózatban). Ilyenkor további élt sem választunk ki, így ezeket a struktúrákat kizárjuk. Ennek ellenére így is túl sok olyan megoldást járunk be, melyek biztosan nem lehetnek megengedett megoldások. A korlátozó feltételeket megfogalmazva a lehetséges megoldások számát csökkenthetjük, így a szelekció esetén (21. sor) az ilyen lehetséges megoldásokat nem vesszük figyelembe.

Megjegyzés. Jelölje az összes megoldás halmazát P. Ebből a topologikusan és a menedzsment szempontjából is megengedett megoldások halmaza Q ($Q \subseteq P$). Az összes tevékenység bekövetkezési/elfogadási valószínűsége $p = 1$, hiszen a bekövetkezések teljes eseményrendszert alkotnak, míg azon projektek (megoldásstruktúrák) bekövetkezési/elfogadási valószínűségeinek összege $q \leq p = 1$, amelyek mind technológiailag, mind a menedzsment szempontjából megvalósíthatók. (Az előző példában $p = 1$, $q = 0.125 + 0.125 = 0.25$).[4]

Definíció. Egy i-edik (topologikusan és menedzsment szempontból egyaránt) megengedett projekt q_i megvalósulási valószínűsége a bekövetkezési/elfogadási valószínűsége osztva az összes megengedett projekt bekövetkezési/elfogadási valószínűségével: $q_i = p_i/q$.

3. Példa. Adott célfüggvényre nézve optimális megoldás kiválasztása. Tekintsük az előző példát. Most a kapcsolati erősségek jelöljenek döntéshozói preferenciákat. Legyenek a tevékenységek lefutási idői a következőképpen megadva. $d_{N_1} = 5$ nap, $d_{N_2} = 10$ nap, $d_{N_3} = 7$ nap, $d_{N_4} = 6$ nap. A célfüggvény legyen a minimális átfutási idő! Az 1. példa korlátozó feltételein túl további korlátozó feltétel pedig: az adott projekt megvalósulási valószínűsége legyen legalább 0.4! Ekkor a) és b) megoldás esetén a megvalósulási valószínűség 0.5, a többi esetben 0. Ezek közül az a) megoldás esetén az átfutási idő

$$d_{N_1} + d_{N_2} + d_{N_3} + d_{N_4} = 5 + 10 + 7 + 6 = 28 \text{ nap}.$$

b) megoldás esetén az átfutási idő

$$d_{N_1} + \max(d_{N_2}, d_{N_3}) + d_{N_4} = 5 + \max(10, 7) + 6 = 21 \text{ nap}.$$

A fentiek szerint a b) változatot választják. A tevékenységek rendben lezajlanak és a tevékenységsort sikeresnek ítélik, ezért a megoldásban részt vett bizonytalan relációk értékét 10%-kal növelik. Ekkor $\rho(N_1, N_3) = 0.5 + 0.1 = 0.6$. $\rho(N_2, N_4) = 0.6$. Szintén két lehetséges megoldást kapunk. Ekkor a) megoldás elfogadási valószínűsége:

$$\begin{aligned} p_1 &= \rho(N_1, N_2) * \neg\rho(N_1, N_3) * \rho(N_2, N_3) * \neg\rho(N_2, N_4) * \rho(N_3, N_4) = \\ &= 1 * (1 - 0.6) * 0.5 * (1 - 0.6) * 1 = 0.08\ ; \end{aligned}$$

b) megoldás elfogadási valószínűsége:

$$\begin{aligned} p_2 &= \rho(N_1, N_2) * \rho(N_1, N_3) * \neg\rho(N_2, N_3) * \rho(N_2, N_4) * \rho(N_3, N_4) = \\ &= 1 * 0.6 * (1 - 0.5) * 0.6 * 1 = 0.18\ . \end{aligned}$$

[4] A topologikusan megengedett, de a menedzsment szempontok alapján kizárt struktúrákat a menedzsment döntése alapján be lehet számítani a Q halmaz elemei közé. Ekkor a megvalósítási valószínűségek kisebbek lesznek. Optimális megoldást azonban csak a Q halmaz elemei közül választhatunk.

Ekkor $q = 0.08 + 0.18 = 0.26$; $q_1 = 0.08/0.26 = 0.31$; $q_2 = 0.18/0.26 = 0.69$. Ekkor a korlátozó feltétel miatt a) megoldás ki is esik, hiszen az előírtak szerint kisebb, mint 0.4.

Megjegyzés. A legtöbb projekt során bizonyos tevékenységek végrehajtása ismétlődhet, még akkor is, ha ehhez tartozó idő-, erőforrás- és költségadatok különbözőek lehetnek. Sok projekttervező szoftver ezt ki is használja oly módon, hogy a logikai hálót, mint „projektsablont” le lehet menteni és későbbi alkalmazásra fel lehet használni (pl. MS Project, Primavera stb.). A javasolt módszerünk ettől a megoldástól annyiban lép tovább, hogy nem csak a logikai kapcsolatokat, hanem a kapcsolati erősségeket és/vagy a megoldásstruktúrákat, illetve a megvalósítás során szerzett tapasztalatokat is tárolni tudja. Ezen kívül projekttervezési technikákat nemcsak projektek kezelésére, hanem pl. egyedi és kissorozatgyártás termelésirányításában is lehet alkalmazni [12]. A visszavezetés, tapasztalatgyűjtés ebben az esetben még hangsúlyosabb lehet.

3 Gyakorlati alkalmazás

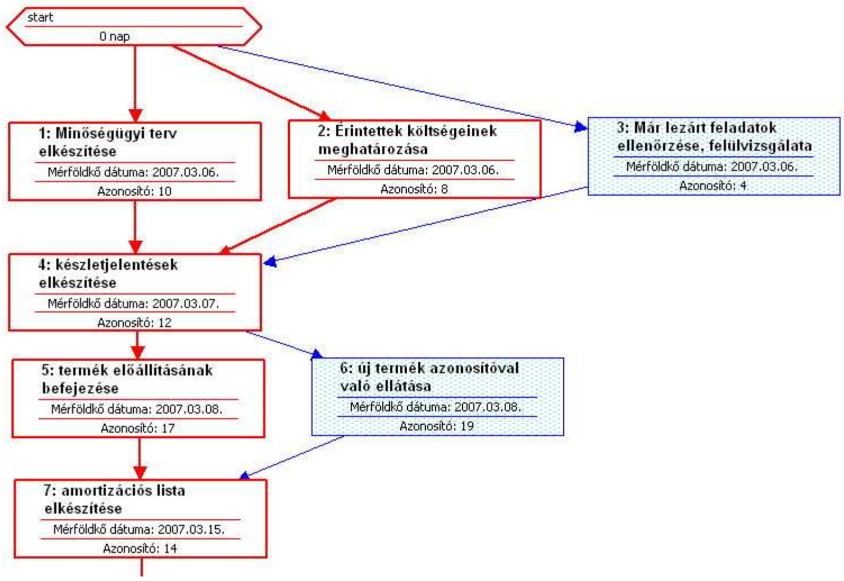
Az SNPM eljárás valós alkalmazásának előnyeit egy, a gyakorlatban kipróbált példával illusztráljuk. Módszerünk egy multinacionális vállalat valós projektjének végrehajtása során került kipróbálásra. Az elemzés alapját egy 37 tevékenységből álló, termékbevezetést magába foglaló folyamat képezte. (Mivel itt a bizonytalan kapcsolatok száma 65 volt, így a kapcsolatokat reprezentáló adjacencia mátrix és a gráf egy részletét mutatjuk csak be. A lehetséges megengedett hálóstruktúrák generálásához a Matlab programot, míg a projektek megjelenítésére az MS Project szoftvert használtuk.)

A munka első lépéseként az egyes feladatok közötti kapcsolatokat, valamint az egyes tevékenységek teljesítési idejét határoztuk meg vállalati szakemberek segítségével.

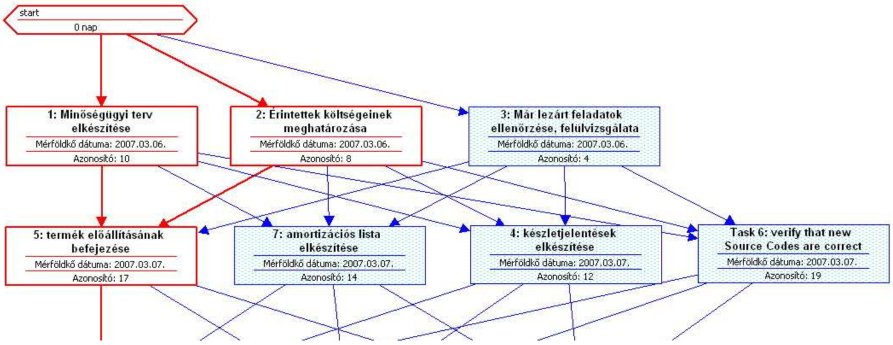
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	–	0.5	0.5	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	–	0	1	0.5	0.5	0.5	0.5	0	0	0	0	0	0
3	0	0	–	1	0.6	0.7	0.5	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	–	0.5	0.5	0	0.5	0.5	0.5	0	0	0	0
5	0	0	0	0	–	0	0.5	0.8	0.5	0.5	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	–	0.5	0.6	0.5	0.6	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	–	1	1	1	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	–	0.5	0.6	0.5	0.5	0.6	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	–	0	1	1	1	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–	1	1	1	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–	0.5	0.6	0.5
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–	0	1
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–	1
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	–

2. ábra. Részlet az adjacencia mátrixból

Ahogy láttuk az előző példa során, ha a táblázatban található kapcsolati erősségeken változtatunk, a későbbi eredmények ennek függvényében szintén változhatnak. A módszer ezen tulajdonsága miatt alkalmas az SNPM egy szakértői rendszer kiegészítő moduljaként működni, mivel adatai újrafelhasználhatóak. (Ebben az esetben azonban csak Q halmaz elemeit célszerű tárolni.). Az elfogadási valószínűségek meghatározásakor az alábbi tényezőket vettük figyelembe: technológiai sorrend, rendelkezésre álló és a szükséges erőforrások aránya (emberi ill. műszaki értelemben), aktuális piaci tényezők (pl. sürgős rendelés) stb. Ha egy lehetséges lefutási változat bekövetkezése 80% (kapcsolaterőssége: 0.8), akkor az azt jelenti, hogy a tevékenységek közötti kapcsolatok alapján 10 esetből 8-szor ez a lefutási variáció következne be a célfüggvények alkalmazása nélkül. Fontos megjegyezni, hogy a célfüggvény magasabb prioritású a valószínűségértékkel, preferenciaértékekkel szemben. Jó példa erre a vizsgált projekt során tapasztalt eset, ahol az eredeti lefutás több mint 60%-os megvalósítási valószínűséggel bírt, mi mégis a másik alternatívát javasoltuk, mivel az rövidebb idő alatt és kevesebb költség mellett teljesíthető. A feladatok közötti kapcsolatok becslésekor a feltétlen rákövetkezéseket 1-essel, a lehetséges kapcsolatokat (tehát a párhuzamos teljesíthetőséget is) alapesetben 0.5-tel jelöltük. Ettől olyan esetekben tértünk el, amikor nagyobb volt a valószínűsége az adott rákövetkezésnek. Kiindulási alapul minden esetben az eredeti hálót használtuk fel (*3. ábra*), melyet MS Project segítségével ábrázoltunk.



3. ábra. A projekt első 7 eleme alapesetben



4. ábra. A projekt első 7 eleme a javasolt lefutási sorrendben

Munkánk során a feladatok párhuzamosítására való törekvésünk mellett azokat a lehetőségeket vizsgáltuk, melyek megengedett megoldásokat eredményeznek. Döntési alternatívák felmerülésekor célfüggvényként a minimális átfutási időt és az elfogadási valószínűséget tartottuk szem előtt. Így kaptuk meg a végső hálódiagramokat (*4. ábra*).

A teljes folyamat hatékony megvalósításának mérésére a megtérülési idő értékét alkalmaztuk. Ezen mutatószám mellett minden esetben meghatároztuk az új átfutási időket és az azok hatásaként összköltségek szintjén jelentkező költségcsökkenés mértékét is. Meghatároztuk minden esetben az egyes lépésekhez tartozó tartalékidőket is. A több tartalékidő jobban kezelhetővé teszi a folyamatot, mivel a teljesítés közben több határidős csúszás válik lehetővé anélkül, hogy a teljes projekt tervezett befejezési ideje megváltozna (igaz, több erőforrásra lesz egy időben szükség, ez azonban itt korlátozó feltételként jelentkezett, vagyis olyan esetek, melyeknél az erőforrás-szükséglet nem volt teljesíthető, a menedzsment szempontjából nem megengedett megoldásként szerepeltek). A kritikus úton lévő tevékenységek tartalékideje mindig nulla, vagyis nincs megengedett hibahatár, különben csúszik az egész projekt tervezett befejezése. Ebből kifolyólag a kritikus utak számának csökkenéséből a teljes tartalékidő növekedésére lehet következtetni [13].

Munkánk során két további feltételezéssel éltünk. Az első, hogy az egyes lépések párhuzamosítását csak olyan esetekben alkalmaztuk, ahol volt szabad kapacitás annak elvégzésére, így az nem igényelt többlet-erőforrást. Második feltételezésünk a vállalati szakemberek döntésére való hagyatkozás. A kapcsolati mátrix alapján elméletileg az összes megengedett megoldás $2^{65} = 3,68 * 10^{19}$. Ez a gyakorlatban kevesebb volt, mivel adottak voltak olyan lehetőségek, melyek azonnal kizárhatóak. (Például az üzleti terv kidolgozását, végleges frissítését minden esetben az utolsó lépésként kell elvégezni, mivel csak akkor van már lezárva az összes korábbi feladat, melyeknek az adatait rögzíteni kell.)

Vizsgálataink eredményeképp jutottunk el a végső megengedett megoldáshoz, mely a tevékenységek párhuzamosításának köszönhetően 7 munkanap megtakarítást jelentett.

4 Összefoglalás

A bemutatott módszert már a logikai háló tervezésének szintjén lehet alkalmazni. Lehetőség van azonban egy már lezajlott projekt értékelésére is, hiszen itt nem csak egyszerűen a logikai hálót lehet projektsablonként elmenteni, hanem a kapcsolatok erősségének feltüntetésével, esetleg újraértékelésével a lehetséges megvalósítási alternatívákat is meg lehet határozni. A logikai tervezés után a tevékenységidők, költség- és erőforrásigények meghatározása után a bekövetkezési/elfogadási valószínűségek mellett egyéb szempontok (pl. minimális költség, minimális átfutási idő stb.) is szerepet játszhatnak a megfelelő projektterv kiválasztásában, illetve a lehetséges megoldások rangsorolásában, így ezt a módszert akár projekttervező szoftverekben, sőt akár szakértői rendszerekben is fel lehet használni.

Irodalom

1. *A guide to the project management body of knowledge: PMBOK guide*, Project Management Institute, Newtown Square, Penn., 2000, ISBN 1-880410-23-0, pp. 120–156
2. Cheng-Hua Wang - Sheue-Ling Hwang: A stochastic maintenance management model with recovery factor, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 10., No. 2, 2004, pp. 154–164.
3. Davide Cherubini – Alessandra Fanni – Augusto Montisci – Pietro Testoni: A fast algorithm for inversion of MLP networks in design problems, *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, Vol. 24 No. 3., 2005, pp. 906–920.
4. Dov Dvir - Tzvi Raz - Aaron J. Shenhar: An empirical analysis of the relationship between project planning and project success, *International Journal of Project Management*, Vol. 21, 2003, pp. 89–95.
5. Ehud Menipaz – Avner Ben-Yair: Harmonization simulation model for managing several stochastic projects, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 61., 2002, pp. 61–66.
6. Giovanni Mummolo: Measuring uncertainty and criticality in network planning by PERT-path technique, *International Journal of Project Management*, Vol. 15, Issue 6, 1997, pp. 377–387,
7. Gündüz Ulusoy – Linet Özdamar: A heuristic scheduling algorithm for improving the duration and net present value of a project, *International Journal of Operations & Production Management*, Vol. 15. No. 1., 1995, pp. 89–98.
8. J. Kamburowski: New Validations of PERT Times, *Omega*, Vol. 25, No. 3. 1997, pp. 323–328.
9. J. Uma Maheswari – Koshy Varghese: Project Scheduling using Dependency Structure Matrix, *International Journal of Project Management*, Vol. 23., 2005, pp. 223–230.
10. J. Will M. Bertrand – Jan C. Fransoo: Operations management research methodologies using quantitative modeling, International *Journal of Operations & Production Management*, Vol. 22. No. 2., 2002, pp. 241–264.
11. Koichi Tokuno – Shigeru Yamada: Stochastic performance evaluation for multi-task processing system with software availability model, *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 12., No. 4, 2006, pp. 412–424

12. Kosztyán Zsolt Tibor: *Optimális erőforrás-tervezés*, Doktori értekezés, Gazdálkodás- és Szervezéstudományok Doktori Iskola, Veszprém, 2005
13. Kosztyán Zsolt Tibor, Herner László: *Projektütemtervek érzékenységvizsgálata*, Komplex Műszaki Tanácsadó, Verlag Dashofer, 2007
14. Markus Schneider – Thomas Behr: Topological Relationships Between Complex Spatial Objects, *ACM Transactions on Database Systems*, Vol. 31., No. 1, March 2006, pp. 39–81.
15. Massimoluigi Casinelli: *Project Schedule Delay vs. Strategic Project Planning*, AACE International Transactions, 2005, PS.19.
16. Paul P. M. Stoop – Vincent C. S. Wiers: The complexity of scheduling in practice, *International Journal of Operations & Production Management*, Vol. 16. No. 10., 1996, pp. 37–53.
17. Pierpaolo Pontrandolfo: Project duration in stochastic networks by the PERT-path technique, *International Journal of Project Management*, Vol. 18, 2000, pp. 215–222.
18. R. J. Dawson – C. W. Dawson: Practical proposals for managing uncertainty and risk in project planning, *International Journal of Project Management*, Vol. 16, No. 5, 1998, pp. 299–310.
19. S. A. Oke – O. E. Charles-Owaba: Application of fuzzy logic control model to Gantt charting preventive maintenance scheduling, *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 23., No. 4, 2006, pp. 441–459.
20. S. C. L. Koh – A. Gunasekaran: A knowledge management approach for managing uncertainty in manufacturing, *Industrial Management & Data Systems*, Vol. 106 No. 4., 2006, pp. 439–459.
21. S. M. T. Fatemi Ghomi – M. Rabbani: A new structural mechanism for reducibility of stochastic PERT networks, *European Journal of Operational Research*, Vol. 145., 2003, pp. 394–402.
22. Walter J. Gutjahr – Christine Strauss – Martin Toth: Crashing of stochastic processes by sampling and optimisation, *Business Process Management Journal*, Vol. 6. No. 1., 2000, pp. 65–83.
23. Willy Herroelen – Roel Leus: On the merits and pitfalls of critical chain scheduling, *Journal of Operations Management*, Vol. 19, No. 5, 2001, pp. 559-577
24. Xuemin Lin – Qing Liu – Yidong Yuan – Xiaofang Zhou – Hongjun Lu: Summarizing Level – Two Topological Relations in Large Spatial Datasets, *ACM Transactions on Database Systems*, Vol. 31., No. 2, 2006, pp. 584–630.

HANDLING STOCHASTIC NETWORK STRUCTURES IN PROJECT SCHEDULING

The success of the execution of a project depends greatly on the efficiency of the planning phase. [1] This study presents a new technology supporting the planning phase. While projects can differ greatly from one to the other and thus require separate models and considerations, there are some questions that are always applicable. Is this the most efficient executive sequence of tasks? Has all the possible solutions been taken into consideration before the final schedule was identified? In the course of our work, we searched for answers to these questions. The method

under review (SNPM: Stochastic Network Planning Method) is a general technique which is adaptable to solve scheduling tasks. The advantages of the SNPM over already known methods (e.g. PERT, GERT, etc.) are that it identifies possible solutions with the help of stochastic variables and that it takes into consideration all of the possible successor relations. With this method, the parameters can be changed if the impacts on the project change (e.g. due to tendencies of the market, changes of technological conditions). Thus the SNPM could be useful as a module of an expert system. The steps of the SNPM are introduced through a few examples to show how it works.