

# A KVÁZI-HIPERBOLIKUS DISZKONTÁLÁS ALKALMAZÁSA AZ OPTIMÁLIS SZABADALMAK ELMÉLETÉBEN<sup>1</sup>

NAGY BENEDEK

*Szegedi Tudományegyetem*

Gazdaságpolitikai döntések során gyakorta szükséges azonnali költségek és hosszú időn át realizálódó hasznok, vagy azonnali hasznok és hosszabb időn át realizálódó költségek összevetése. A neoklasszikus közgazdaságtannak megvan az eszköze az effajta döntések kezelésére: a jelen- és jövőérték-számítás, valamint a nettó jelenérték-szabály. A kísérleti közgazdaságtan oldaláról azonban az ilyenkor alkalmazott exponenciális diszkontálást sok támadás érte. Kísérletek alapján a nagyobb pszichológiai realizmus érdekében alternatívákat javasolnak az exponenciális modellel szemben: a hiperbolikus, illetve kvázi-hiperbolikus diszkontálási modelleket. Ezek az alternatív modellek magyarázattal szolgálhatnak a fogyasztók viselkedésének időbeli inkonzisztenciájára, vagyis hogy döntésüket, értékítéletüket ceteris paribus pusztán az idő múlása miatt megváltoztatják. Jelen dolgozat célja kettős. Egyrészt cél, hogy áttekintve a különböző diszkontálási modelleket és azok összefüggéseit, rávilágítson, hogy különbözőségeik milyen eltéréseket okozhatnak még egyszeri kifizetések jelenértékének összevetésénél is, de még inkább akkor, ha ezeket az alternatív modelleket pénzáramok jelenértékének kalkulálására használjuk. A szakirodalomban eddig nem jelent meg a hiperbolikus és kvázi-hiperbolikus diszkontálási modellek ilyen használata. Másrészt a diszkontálási modellek különbözőségének relevanciáját szeretné szemléltetni a gazdaságpolitika számára. Az optimális szabadalmak elméletének segítségével kívánom megmutatni, hogy egy nem-exponenciális diszkontálási modell alkalmazásával más optimális szabadalmi idő, és ilyen módon más ajánlás adódik a gazdaságpolitika számára.

*Kulcsszavak:* kvázi-hiperbolikus diszkontálás, optimális szabadalmak, annuitás

## 1 Bevezetés

Beruházás-gazdaságossági számítások során Irwing Fisher (1930) óta a mainstream közgazdaságtan által használt normatív döntési szabály, hogy legfőbb azokat a beruházásokat érdemes megvalósítani, amelyek esetében a nettó jelenérték pozitív, vagyis amikor a beruházástól annak hasznos élettartama alatt várható összes nettó pénzáramlás jelenre diszkontált összege nullánál

---

<sup>1</sup>Beérkezett: 2010. december 7. E-mail: xxx@t-online.hu.

nagyobb. Samuelson (1937) hasonló módon normatív döntési szabályként vezeti be a diszkontált hasznosság elméletét. Később azonban magatartás-gazdaságtani kutatások (Ainslie 1992, Loewenstein-Prelec 1992) rámutattak, hogy a valóságban a döntéshozók az említett, exponenciális diszkontálást alkalmazó modellekkel össze nem egyeztethető módon hoznak intertemporális döntéseket. Magára a diszkontálási viselkedésre koncentrálnak döntéseik jobban leírhatóak hiperbolikus (Loewenstein-Prelec 1992) vagy kvázi-hiperbolikus (Laibson 1996) diszkontálást feltételezve. Az exponenciális diszkontálást univerzálisan alkalmazva a fogyasztói döntések esetén téves eredményekhez jutunk, viszont a nem-exponenciális diszkontálási modellek a beruházási döntések esetén vezetnek hibás következtetésre. Ha a beruházási döntéseknél az empirikusan megalapozott nem-exponenciális diszkontálást használjuk fel, akkor az ezekben a modellekben megjelenő időbeli inkonzisztencia miatt a mai terveket nem fogjuk követni a jövőben (Cropper-Laibson 1998). Amellett fogok érvelni, hogy a diszkontálásbeli különbségek miatt bizonyos döntési szituációkban indokolt e kétféle módszer egyfajta „keverékét” alkalmazni. A kormányzat lehet az a szereplő, aki különböző elköteleződési mechanizmusokkal beavatkozhat annak érdekében, hogy bizonyos projektekben a fogyasztók nem-exponenciális időbeli preferenciái érvényesülhessenek (Strotz 1956, Cropper-Laibson 1998). A beruházási döntéseknek egy ilyen területe a környezetvédelmi beruházások vagy az innováció. Az innováció neoklasszikus elméletében erőforrás-felhasználás árán költségsökkentés és ezáltal jövőbeli megnövekedett fogyasztói többlet érhető el. Az optimális szabadalmak Nordhaus (1967) által elindított elméletében az állam által meghatározott szabadalmi védelmi idő egy olyan elköteleződés, amely pontosan meghatározza a jövőbeli cselekvési lehetőségeket: a szabadalmi védelem időtartama alatt a feltaláló elsajátíthatja az innovációból származó hasznok egy részét profitként, és csak e védelem lejárta után élvezheti a társadalom többi része a teljes hasznót. Nordhaus az állam által kijelölendő optimális szabadalmi hosszát az általa vizsgált tényezők függvényében 1 és 34 év közé teszi, míg a valóságban az Egyesült Államokban és Európában a tényleges szabadalmi időtartam egységesen 20 év. Vajon máshogyan kell-e az államnak megállapítani a szabadalmi védelem hosszát, ha figyelembe veszi a fogyasztók jövőbeli hasznokra és költségekre vonatkozó nem-exponenciális diszkontálási viselkedését?

A dolgozat 2. fejezetében áttekintem és csoportosítom a különböző diszkontálási modelleket, rámutatok kapcsolódási pontjaikra, illetve az eltérő modellek használatából eredő jelenérték-számításbeli eredmények különbözőségére. A 3. fejezetben a második fejezet eredményei alapján megmutatom, hogy az exponenciális és nem-exponenciális modellek használatából eredő különbségek hatványozottan érvényesülnek akkor, amikor megpróbáljuk egy olyan területen alkalmazni ezeket a modelleket, mint a pénzáramok, annuitások jelenértékének kiszámítása, hiszen például egy innováció időben hosszan elnyúlóan biztosít hozamokat jelenbeli költségek árán. Ismereteim szerint az exponenciális diszkontálási modellekkel versengő alternatív modellek ilyen alkalmazásával még nem foglalkoztak. Ahogy a második fejezetben, itt is

kiszámítom a különböző modellek alkalmazásával előálló különbségeket a jelenértékekben. A 4. fejezetben a nem-exponenciális diszkontálást az optimális szabadalmak elméletére alkalmazom. Ebben a részben Duffy (2005) egyszerű modellje segítségével mutatom be, hogy a hiperbolikus diszkontálás alkalmazása hasznos hozzájárulás lehet egy olyan gazdaságpolitikai változó, mint a szabadalmi védelmi idő megfelelő kialakításánál. Végül az 5. fejezetben összegzem az eredményeket és kitekintést adok további alkalmazási lehetőségekre.

## 2 Az exponenciális diszkontálási modell és alternatívái

A diszkontált hasznosság modellje (DU – Discounted Utility) Paul Anthony Samuelson 1937-es „A Note on Measurement of Utility” című írásával került be a közgazdasági gondolkodásba, és terjedt el rohamos sebességgel, mint a különböző időpontokban jelentkező hasznosságok összehasonlításának módszere. Azt írja: „bármely tetszőleges időszak alatt az egyén úgy viselkedik, hogy maximalizálja az összes jövőbeli hasznosságnak egy megfelelő időbeli diszkontálással azonos nagyságrendűvé csökkentett összegét. [...] Az egyén a jövőbeli hasznosságokat egy egyszerű és következetes módon számítja le, mely módszer ismert számunkra.” (Samuelson, 1937, p. 156) Ez az ismertnek feltételezett módszer pedig a pénz időértékének számításánál használt exponenciális diszkontálás lett.

Samuelson eredeti értelmezésének megfelelően a diszkontálás vagy leszámítolás fogalmának tág értelmezését magyarázva Rachlin (2006, 425. o) az Oxford Encyclopedic Dictionary bejegyzését idézi, miszerint a diszkontálni szó egyik jelentése: „egy eredeti esemény hatását csökkenteni”. Általános esetben tehát arról van szó, hogy egy kezdeti esemény hatása ( $X$ ) valamilyen együttható ( $\delta$ ) szerint egy kisebb hatássá ( $x$ ) mérséklődik. Ez a mérséklődés felírható akár  $x = \delta X$ , akár  $x/X = \delta$  formában. Ez a  $\delta$  együttható maga is más változók függvényében lehet nagyobb vagy kisebb, kifejezve, hogy milyen hatásra és milyen mértékben csökken a kezdeti esemény hatása.

Samuelson az eredetileg a beruházás-gazdaságossági számítások során a mikroökonómiában szűkebb értelemben jövőbeli *pénzösszegek* értékének összehasonlítására használt leszámítolást jövőbeli *hasznosságok* összehasonlítására is kiterjesztette. Általánosságban  $X$  egy jelenben megkapható összeget (illetve annak hasznosságát) jelent,  $x$  egy jövőben megkapható összeget (illetve annak hasznosságát),  $\delta$  pedig azt az értéket, a diszkontfaktort mutatja, amely mellett a két előbbi érték a döntéshozó számára egyforma. Ekkor a  $\delta$  változó értékét két tényező határozza meg, a kamatláb, mint exogén paraméter, és az idő múlása, mint változó ( $\delta = \delta_t = (1 + r)^{-t}$ , ahol a  $t$  paraméter az időt,  $r$  pedig a kamatlábat jelenti). Minél több idő telik el a jelen és a jövő között,  $\delta_t$  értéke annál kisebb, így adott jelenbeli összegnek annál nagyobb jövőbeli felel meg, vagy adott jövőbeli összegnek annál kisebb jelenbeli.

Az intertemporális döntések neoklasszikus elmélete a diszkontfaktor ala-

kulását exponenciális módon kezeli, ami azt jelenti, hogy időegységenként állandó ütemben változik az arány  $x$  és  $X$  között. A magatartás-gazdaságtani kísérletek azonban rámutattak arra, hogy a tényleges emberi döntéshozatal során a kísérleti alanyok sorra ezzel össze nem egyeztethető döntéseket hoznak, és diszkontálási viselkedésük jobban leírható másmilyen modellekkel. A legismertebb ilyen kísérleti eredmény, anomália, a preferenciafordulás jelensége (Kirby–Herrnstein, 1995), amikor az idő múlása befolyásolja a választást  $A$  és  $B$  különböző időpontokban választható alternatívák között. A fogyasztók intertemporális választásaik során időbeli inkonzisztenciát mutatnak. Ezzel a jelenséggel kapcsolatos a halogatás-probléma (Laibson, 1997): idén úgy gondolom, hogy racionális kalkulációk alapján megéri nekem jövőre elkezdeni erőteljesen takarékoskodni, de mikor a következő év eljön, mégsem teszem ezt, hanem elhalasztom egy évvel, nem látván előre, hogy egy év múlva is éppen így fogok gondolkodni.<sup>2</sup>

Többféle lehetséges magyarázat is született ezekre a jelenségekre. Ezek egy része, amelyekkel itt most foglalkozni szeretnék, a diszkontálási modellt változtatja meg. Ilyenek például a szakirodalom által hiperbolikus diszkontálásnak (Loewenstein–Prelec 1992), illetve kvázi-hiperbolikus diszkontálásnak (Phelps–Pollak, 1968) nevezett modellek. Ezen alternatív modellek mind azt hangsúlyozzák, hogy a diszkontálási kísérletek tanúsága szerint az idő múlásától függően nemcsak maga a diszkontfaktor változik (csökken folyamatosan), hanem ennek a változásnak az ütemét is befolyásolja az idő.<sup>3</sup> A hiperbolikus elnevezés arra utal, hogy ezekben a modellekben az idő a diszkonttényező nevezőjében található, így az idő múlásával maga a diszkontráta is csökkenő – ellentétben az exponenciális modellel, ahol a diszkontráta konstans. A kvázi-hiperbolikus eset átmenet a kettő között, amennyiben az időben csökkenő diszkontrátát csak az első időszakban mutatja, onnantól kezdve a diszkontráta időben állandó.

Egy időben változó diszkontrátával diszkontáló modell különböző módokon formalizálható, különböző szerzők eltérő függvényekkel próbálják az ilyen módon diszkontáló viselkedést leírni. Az ilyen módon diszkontáló nem-exponenciális diszkont-függvényeket döntési szabályként használva más eredményeket fogunk kapni, mintha optimalizáló gazdasági alanyainkról exponenciális diszkontálást feltételeznénk.

Az időben csökkenő diszkontrátát alkalmazó modelleket felfoghatjuk úgy is, mint az exponenciális modell általánosításait. Az egyik irányzat abba az irányba általánosít, hogy míg az exponenciális modellben egy tetszőleges

<sup>2</sup>Az időbeli inkonzisztenciával, halogatással és ezzel összefüggésben lévő fogyasztói önkontrollal kapcsolatban egy jó áttekintést ad Lippai (2010).

<sup>3</sup>Számos további modell is létezik az említett jelenségek magyarázatára. Ezek közül itt azt a csoportot emeltem ki, amely az exponenciálishoz hasonlóan konkrét függvényformát ad az általa leírt diszkontálási viselkedésnek. Frederick et al. (2002) kimerítően áttekinti és csoportosítja az alternatív magyarázó elméleteket. Az ebben a cikkben is megemlített szubadditív modell, bár részben matematizált, nem ad meg az általam vizsgáltakhoz hasonló explicit diszkontfüggvényt (bővebben lásd Read 2001). Trope és Liberman (2003) a preferenciafordulás jelenségére olyan magyarázatot ad, amely pszichológiai tényezőket – attitűdöket, érzelmeket, kogníciókat – használ magyarázó tényezőkként, ám ezek még kevésbé matematizáltak.

időben  $\delta_t = \delta^t$  a diszkonttényező, ez általánosítható  $\delta_t = \beta\delta^t$  formában – ez a diszkrét kvázi-hiperbolikus, vagy más néven béta-delta diszkontfüggvény. E szerint az irányzat szerint az eltérést az első időszak különösen erőteljes diszkontálása okozza. A másik irányzat pedig abba az irányba általánosít, hogy az exponenciális modellhez képest az általánosított modellben  $\delta_t = \delta^{\alpha(t)}$  – ez a folytonos hiperbolikus diszkontfüggvények csoportja. Ez az irányzat az eltérést az „idő téves érzékelésével” magyarázza.<sup>4</sup> Látható, hogy ezen általános képletekből a diszkontálási paraméterek megfelelő megválasztásával határesetként előállítható az exponenciális modell.

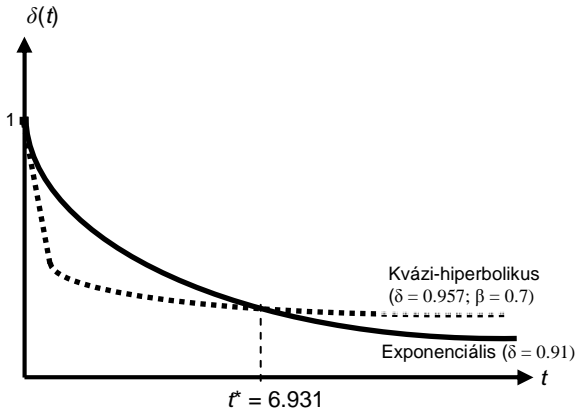
Jelen dolgozatban a kvázi-hiperbolikus modellt fogom alkalmazni, két okból is. Először is az egyszerűség okán. Ez a függvényforma „visszaadja a hiperbolikus diszkontfüggvények kvalitatív vonását [miszerint a diszkontráta időben csökkenő], miközben megtartja az exponenciális diszkontfüggvény analitikus kezelhetőségét.” (Laibson 1996, p. 8.). A második ok összefüggésben áll az elsővel. Laibson megfontolásához hasonlóan más szerzők is ezt a függvényformát alkalmazták, amikor laboratóriumi kísérletekben vagy valós döntések megfigyelésével a döntéshozók által használt diszkontfüggvény paramétereit becsülni igyekeztek, így a szakirodalomban fellelhetők a kvázi-hiperbolikus modell  $\beta$  és  $\delta$  paramétereire vonatkozó benchmark-értékek, a hiperbolikus modellek paramétereire viszont nem állnak rendelkezésre empirikus becslések.

Az általam használt diszkontálási modell esetében tehát egy tetszőleges időszak diszkontrátája kiszámítható a  $\delta_t = \beta \cdot \delta^t$  formában. Ha  $\beta = 1$ , akkor megkapjuk speciális esetként az exponenciálisan diszkontáló modellt. Ha viszont, ahogyan a modell felteszi,  $0 < \beta < 1$ , akkor egy diszkrét diszkontfüggvényt kapunk, melynek értékei  $\{1, \beta\delta, \beta\delta^2, \beta\delta^3, \dots\}$ . A béta-delta diszkontálás mögött az az elképzelés húzódik meg, hogy a döntéshozó elsősorban az alapján mérlegel, hogy jelenbeli vagy későbbi fogyasztásról van-e szó. A nem jelenbeli fogyasztásokat egyből egy erőteljes,  $\beta$  mértékben diszkontálja. Attól kezdve viszont, hogy a nem-jelenbeliség miatt elvégezte az erőteljes leszámítolást, már ennél jóval kisebb mértékben befolyásolja az, hogy kicsivel vagy sokkal későbbi fogyasztásról van szó. A modellfeltevés szerinti  $0 < \beta < 1$  a rövid távú erős türelmetlenségre utal. Az első időszak után a jövőt leszámítoló, időben állandó kamatláb a feltevés szerint  $r_h < r_e$  (vagyis  $0 < \delta_e < \delta_h < 1$ ). Ez az alacsonyabb kamatláb az exponenciális diszkontáláshoz képest értelmezett nagyobb hosszú távú türelemre utal. Összevetve egy exponenciális és egy kvázi-hiperbolikus diszkontfüggvényt, az 1. ábrán látható képet kapunk. A könnyebb kezelhetőség kedvéért az egyébként diszkrét béta-delta diszkontfüggvény pontjait összekötöttem. Az ábra készítésénél a kvázi-hiperbolikus diszkontfüggvény esetében használt paraméterek az empirikus vizsgálatokból Angeletos et al. (2001) által becsült paraméterértékek. Ezekhez meglepően hasonló értékeket talál egy másik kísérletben Laibson et al. (2007).

Az ábra azt mutatja, hogy létezik adott paraméterek mellett egy olyan  $t^*$  időpont, amikor az exponenciális és a kvázi-hiperbolikus diszkonttényező

<sup>4</sup>Ezekben az általánosításokban  $\alpha(t)$  az idő észlelési függvénye, a „valós”  $t$  időben csökkenő meredekséggel emelkedik. Bővebben lásd Lippai (2009).

megegyeznek, ennél korábbi időpont esetén az exponenciális diszkonttényező nagyobb a kvázi-hiperbolikusnál, ennél későbbi időpont esetében pedig kisebb.



1. ábra. Egy exponenciális és egy kvázi-hiperbolikus diszkontfüggvény.  
Forrás: saját szerkesztés.

Az ábra szerint ha az exponenciális diszkontráta  $\delta_e = 0,91$  (vagyis a kamatláb 10%), míg a hiperbolikus esetben  $\beta = 0,7$ , és az alacsonyabb hosszú távú kamatlábnak köszönhetően  $\delta_h = 0,957$  (azaz a „kvázi-hiperbolikus kamatláb” 4,5%), akkor a  $t^*$  időpont 6,931 évnél található. Ekkor egységnyi pénzt 6,931 évnél rövidebb időre lekötve a bankban, a lekötés végén kifizetett összeget kevesebbre értékelné a kvázi-hiperbolikusan diszkontáló egyén, mint a betettet. 6,931 éven túli lekötésnél azonban az exponenciálisan kamatozó betét végső kifizetését értékesebbnek vélné, mint a betett összeget. Az egyén tehát az első 6,931 évben egységnyi jelenbeli pénzért több jövőbeli pénzt kér, mint amennyit a bank adna, illetve egységnyi jövőben kapható pénzt kevesebb jelenbelivel tart egyenértékűnek. Ennél rövidebb idő alatt a bank alulkompenzálná a megtakarítót, ennél hosszabb idő esetén viszont felül.<sup>5</sup>

A kétféle módszerrel számított diszkontráta közötti viszonyt a

$$\frac{\beta\delta_h^t}{\delta_e^t} = \beta \left( \frac{1+r_e}{1+r_h} \right)^t$$

képlet adja meg, ahol  $\delta_e = 1/(1+r_e)$  és  $\delta_h = 1/(1+r_h)$ . A zárójelben lévő hányados egynél nagyobb, vagyis a szorzat második tényezője  $t$ -ben

<sup>5</sup>Bár szemléletes összehasonlítani a gazdasági alany által elvárt hozamot és a bank által ajánlott hozamot, több szempontból sem szerencsés. Egyrészt a nem exponenciális diszkontálás időbeli inkonzisztens voltából fakadóan ez az értékelés csak a jelenből nézve érvényes. Másrészt, Mulligan (1996) amellett érvel, hogy egy hiperbolikus diszkontáló vagy nem fér hozzá a pénzügyi eszközökhöz, vagy nincs vagyona. Az említett példában egy arbitrázsör kockázatmentes nyereségre tehet szert összekapcsolva a kvázi-hiperbolikus diszkontálót és az exponenciálisan diszkontáló bankot. Bár ezt a példát még a 3. fejezetben is használom a jövedelemáramlások összehasonlítására, a fenti két ok miatt a 4. fejezetben már csak hasznosságok esetében használom a kvázi-hiperbolikus diszkontálást, pénzügyesek esetében nem.

növekvő. A szorzat, vagyis a két diszkontráta aránya egynél kisebb vagy nagyobb értéket is felvehet, ahogyan az 1. ábrán látszik is. Megadható az a  $t^*$  időpont a diszkontálási paraméterek függvényében, amikor a két diszkont-ráta fentebb kiszámított aránya éppen egy, mégpedig

$$t^* = \frac{\ln \beta}{\ln \delta_e - \ln \delta_h} = \frac{\ln \beta}{\ln \frac{1+r_h}{1+r_e}}. \quad (1)$$

Ha  $t^*$ -ot a diszkontálási paraméterek függvényeként értelmezzük, akkor (1) alapján megállapítható, hogy  $\partial t^*/\partial \beta < 0$ , továbbá, hogy  $\partial t^*/\partial r_e < 0$  és  $\partial t^*/\partial r_h > 0$ , és mivel  $r_e > r_h$ , ezért  $t^*$  a kétféle diszkontráta különbségének csökkenésében is növekvő. Lentebb láthatjuk majd, hogy milyen gyakorlati jelentőséggel bír ez a  $t^*$  érték. Az 1. táblázat néhány paraméterkombinációra mutatja azokat a  $t^*$  időket, amelyekre (1) teljesül. Az egyes sorokhoz tartozó-nak a kvázi-hiperbolikus függvény különböző  $\delta$ , az oszlopokhoz a különböző  $\beta$  paraméterei Laibson (1996) alapján.

$\delta_{hyp}$	$\beta$	0,25	0,5	0,75	0,8
0,96		173,98	86,99	36,10	28,00
0,97		75,63	37,81	15,69	12,17
0,99		35,78	17,89	7,43	5,76

1a. táblázat.  $t^*$  értéke  $\delta_e = 0,952$  esetén  
(vagyis ha  $r_e = 0,05$ )

$\delta_{hyp}$	$\beta$	0,25	0,5	0,75	0,8
0,96		25,44	12,72	5,28	4,10
0,97		21,38	10,69	4,44	3,44
0,99		16,26	8,13	3,37	2,62

1b. táblázat.  $t^*$  értéke  $\delta_e = 0,909$  esetén  
(vagyis ha  $r_e = 0,1$ )

Forrás: saját számítások.

A béta-delta diszkontálási modell legfőbb hátránya az exponenciálissal szemben, hogy folytonos esetben nem értelmezhető, és bár az 1. ábrán nagyvonalúan folytonosként ábrázoltam, sőt a táblázatbeli értékek meghatározásánál is folytonosként kezeltem, a 0. és 1. periódus között még elvileg sem tisztázott, hogy hogyan lehetne folytonossá tenni. Ezt a problémát ugyan kiküszöböli a folytonosan is értelmezhető hiperbolikus diszkontálás, azonban csak másfajta nehézségek árán. A hiperbolikus modell esetére azonban semmiféle becslés nem áll rendelkezésre a diszkontálási paraméterek nagyságát illetően (még nagyságrendileg sem!). Megmutatható, hogy a diszkontálási paraméterek függvényében a hiperbolikus modell(ek)re is meghatározható a fentebb kiszámított  $t^*$  érték.

A bankok által nyújtott kompenzáció lehet tehát túl alacsony, illetve túl magas is a döntéshozótól elvárthoz képest, az ő mentális diszkontálása során használt diszkontfüggvény paramétereitől függően. A magatartásgazdaságtan számos kísérletet végzett, melyekben éppen ilyen anomáliákra mutat rá (Thaler 1981, Ainslie 1992): két lehetőség közül a döntéshozónak az exponenciális modell szerint azt a lehetőséget kellett volna választania, hogy  $x$  idő múlva szerez  $A$  mennyiségű hasznot, ehhez képest ő azt választotta, hogy inkább  $y$  idő múlva szerez  $B$  mennyiségűt. A harmadik részben azt mutatom be, hogy ugyanez a mentális diszkontálásbeli eltérés vajon milyen nehézségeket okozhat több időszakon keresztül esedékes pénz-, illetve hasznosságáramlások közötti választás, ilyen pénz-, illetve hasznosságáramok értékelése során.

### 3 Nem-exponenciális diszkontálás a pénzáramok esetében

A hiperbolikus diszkontálás irodalmának főárama az egyedi kifizetések jelenértékének meghatározásával foglalkozik. A kísérletek jó része arra irányul, hogy meghatározzák a diszkontálás paramétereit annak vizsgálatával, hogy a korábbi kisebb (sooner-smaller, SS, a fenti jelölésünk szerinti  $X$ ) összeg mekkora későbbi nagyobb (later-larger, LL, korábbi jelölésünkben  $x$ ) felel meg – ezek a matching kísérletek –, illetve hogy egy adott korábbi kisebb és későbbi nagyobb közül melyiket választja az alany – ezek a choice kísérletek.

Az optimális szabadalmak elméletében való lentebb bemutatásra kerülő alkalmazás szempontjából viszont nem egyszeri kifizetések összehasonlítása, hanem pénzáramok értékelése a cél, a nem-exponenciális modellek szerint.<sup>6</sup> Hogyan határozza meg vajon a gazdasági szereplő a bizonyos időn keresztül, meghatározott időnként járó jövedelemáramlás (vagy bármilyen más „hasznosságáramlás”) jelenértékét? A második fejezetben arra mutattam rá, hogy amennyiben a gazdasági alanyok a jövőbeli eseményeket nem az exponenciális modell alapján számítolják le, hanem például a kvázi-hiperbolikus modell alapján, akkor az exponenciális modellel számított eredmény egyetlen időpillanat kivételével a jelenértéket vagy alul-, vagy felülbecsli. Jelen szakaszban azt szándékozom bemutatni, hogy ez a hatás fokozottan torzítja az értékelést a pénzáramok jelenértékének becslése során, ami mindennemű olyan optimalizáció eredményét kérdésessé teheti, amely az exponenciális modellel épül.

Vegyük kiindulásnak a legegyszerűbb esetet, az örökjáradék esetét! Vizsgáljuk meg, hogyan viszonyul egymáshoz egy  $C$  összegű örökjáradék kvázi-hiperbolikus, illetve exponenciális módon diszkontált jelenértéke! Mivel

$$PV_{p;exp} = \sum_{t=1}^{\infty} C \cdot \delta_e^t = \sum_{t=1}^{\infty} C \cdot \frac{1}{(1+r_e)^t} = C \cdot \frac{1}{r_e},$$

illetve

$$PV_{p;hyp} = \sum_{t=1}^{\infty} C \cdot \beta \delta_h^t = \sum_{t=1}^{\infty} C \cdot \beta \frac{1}{(1+r_h)^t} = C \cdot \frac{\beta}{r_h},$$

ezért

$$\frac{PV_{p;hyp}}{PV_{p;exp}} = \beta \cdot \frac{r_e}{r_h}.$$

Mivel a kvázi-hiperbolikus modell feltevése, hogy a hosszú távú kamatláb kisebb, mint az exponenciális kamatláb, és a béta egynél kisebb pozitív, ezért ez az arány lehet egynél nagyobb vagy kisebb egyaránt. Ha béta nagyobb (kisebb) a hosszú távú kamatlábak arányánál, akkor az eredmény

<sup>6</sup>Bár az alábbiakban az egyszerűség és kezelhetőség kedvéért már csak a kvázi-hiperbolikus esettel foglalkozunk, a fentebb említett, a hiperbolikus modellel való minőségi egyezősége okán belátható, hogy a vizsgált probléma felvetésénél elegendő lesz ennek a modellnek a használata is. Minőségileg hasonló eredményre jutnánk a hiperbolikus modellek alkalmazásával is.



egynél nagyobb (kisebb) lesz, vagyis a kvázi-hiperbolikus képlettel diszkontált örökjáradék értéke nagyobb (kisebb) lesz, mintha az exponenciális diszkontálást használtuk volna. Idézzük vissza az 1. ábrát! Fenti számítások geometrikusan azt jelentik, hogy arra vagyunk kíváncsiak, a két görbe alatti terület hogyan viszonyul egymáshoz.<sup>7</sup> Az ábra alapján látható, hogy a két terület egyenlősége lehetséges, hiszen  $t^*$  pontig a kvázi-hiperbolikus az exponenciális görbe alatt halad, utána pedig fölötte. Elképzelhető, hogy a béta-delta esetben amennyivel a  $t^*$  pontig kisebb a görbe alatti terület,  $t^*$  után pontosan annival nagyobb, mint ahogyan az is, hogy kevesebbel vagy éppenséggel többel. A tényleges diszkontálási paraméterek határozzák meg, hogy melyik a valódi helyzet.

Ennek a két területnek a  $t$  szerint változó nagyságára építve meghatározható, hogy egy tetszőleges  $T$  időpont esetében a  $(T+1)$  időponttól a végtelenig tartó annuitás esetén milyen viszonyban van egymással a kvázi-hiperbolikus, illetve az exponenciális módon diszkontált jelenérték. Mivel a  $t^*$  utáni időpontok kifizetéseit az exponenciális modell felülértékeli, így minél nagyobb  $T$ , annál nagyobb lesz a kvázi-hiperbolikus annuitás-jelenérték az exponenciálishoz képest. A különböző módszerekkel diszkontált annuitás-jelenértékek viszonyát megadó kifejezés a

$$\frac{PV_{T;hyp}}{PV_{T;exp}} = \frac{\sum_{t=T+1}^{\infty} C \cdot \beta \frac{1}{(1+r_h)^t}}{\sum_{t=T+1}^{\infty} C \cdot \frac{1}{(1+r_e)^t}} = \frac{\frac{\beta}{r_h \cdot (1+r_h)^T}}{\frac{1}{r_e \cdot (1+r_e)^T}} = \beta \cdot \frac{r_e}{r_h} \left( \frac{1+r_e}{1+r_h} \right)^T.$$

A zárójelben lévő kifejezés egynél nagyobb a kvázi-hiperbolikus diszkontáló nagyobb hosszú távú türelme miatt, ezért az utolsó tényező  $T$ -ben növekvő. Minél nagyobb tehát  $T$  (minél későbbi időponttól kezdődő örökjáradékot vizsgálunk), annál nagyobb a kvázi-hiperbolikus módon számított jelenérték az exponenciálishoz viszonyítva. Mivel az első két tényező, mint fentebb láttuk, lehet egynél kisebb vagy nagyobb is, ezért a tényleges arány szintén lehet egynél kisebb vagy nagyobb. Éppen eggyel lesz egyenlő, ha

$$T = \frac{\ln \frac{1}{\beta} \cdot \frac{r_h}{r_e}}{\ln \frac{1+r_e}{1+r_h}} = \frac{\ln \left( \beta \cdot \frac{1-\delta_e}{1-\delta_h} \right)}{\ln \delta_e - \ln \delta_h} - 1. \tag{2}$$

A 2. táblázat néhány kvázi-hiperbolikus béta és delta érték mellett mutatja  $T$  értékeit, amelyekre (2) teljesül.

$\delta_{hyp}$	$\beta$	0,25	0,5	0,75	0,8
0,96	142,87	60,04	11,59	3,88	
0,97	47,92	10,91	-10,73	-14,18	
0,99	-5,66	-23,37	-33,73	-35,38	

$\delta_{hyp}$	$\beta$	0,25	0,5	0,75	0,8
0,96	9,34	-3,36	-10,79	-11,97	
0,97	3,26	-7,41	-13,66	-14,65	
0,99	-10,63	-18,75	-23,50	-24,26	

2a. táblázat.  $T$  értéke  $\delta_e = 0,952$  esetén (vagyis ha  $r_e = 0,05$ )

2b. táblázat.  $T$  értéke  $\delta_e = 0,909$  esetén (vagyis ha  $r_e = 0,1$ )

Forrás: saját számítások.

<sup>7</sup>Görbe alatti területekről igazából akkor beszélhetnénk, ha folytonosnak vennénk a diszkontráta-függvényeket, a diszkrét esetben valójában – ahogyan a számítás is mutatta – sorösszegekről van szó.

A táblázatokban szereplő negatív számok azt jelentik, hogy a kvázi-hiperbolikus esetben a  $t^*$  időponton túli jelenértékek összege annnyival magasabb az exponenciális jelenértékekénél, hogy ezt nem tudja kiegyensúlyozni a  $t^*$  előtti jelenértékek ellentétes irányú különbsége. Ebben az esetben az annuitások kvázi-hiperbolikus módszerrel számolt jelenértéke mindig meg fogja haladni az exponenciálisan számított jelenértéket. A hosszú távú nagyobb türelem miatti távoli jövőbeli többlethaszon mindig nagyobb lesz, mint a rövid távú nagyobb türelmetlenség miatt a közelebbi jövőbeni alulkompenzátság okozta veszteség.<sup>8</sup>

## 4 A nem-exponenciális diszkontálás alkalmazása az optimális szabadalmak elméletében

A negyedik fejezetben az innováció egy neoklasszikus mikroökonómiai modelljében szeretném alkalmazni a kvázi-hiperbolikus diszkontálást, alapozva az előző két fejezetben tett összehasonlításokra. A modell Duffy (2005) modellje, amely a szabadalmi védelem időtartama és az innováció nagysága közti összefüggést vizsgálja. Azt kívánom e modell segítségével megmutatni, hogy egyrészt elképzelhető olyan, gazdasági szempontból releváns helyzet, amikor indokolt lehet az exponenciális diszkontálás helyett alternatív, például kvázi-hiperbolikus diszkontálási modell alkalmazása. Az innovációk esetén jelenbeli pénzberuházással jövőbeli pénzbeli többletnyereségen túl a fogyasztók által hosszú távon realizált jólétnövekményt érhetünk el, amelyek értékelésénél indokolt lehet a nem-exponenciális diszkontálási modellek használata. Hasonló természetűek lehetnek például a környezetvédelmi beruházások is. Másrészt rámutatok arra, hogy egy ilyen helyzetben a gazdaságpolitikai döntéshozók, és nem a fogyasztók vagy a vállalatok szempontjából lényeges az alkalmazott diszkontálási modell megfelelő megválasztása. Harmadrészt számszerűsítem a különböző modellválasztás eredményei közötti eltérést. Az első alfejezetben röviden bemutatom az innováció Duffy által használt alapmodelljét, a második alfejezetben felvetem a problémát és megindokolom a kvázi-hiperbolikus diszkontálás használatának szükségességét és mikéntjét, míg a harmadik alfejezet az eredményeket mutatja be.

### 4.1 Az alapmodell bemutatása

Elsőként William Dawnbery Nordhaus volt az, aki egy mikroökonómiai modell segítségével a szabadalom intézményén keresztül a technikai fejlődés, az innováció, és végső soron a tudástermelés jóléti hatásait vizsgálta (Nordhaus 1967). Alap gondolata, hogy mivel a tudás közjószág-tulajdonságokkal bír, ezért az innovátor csak akkor lesz hajlandó új tudást előállítani, vagyis viselni az ezzel járó költségeket, hogyha az új tudás előállításából származó

<sup>8</sup>Ezen gondolatmenet és az örökjáradék jelenértékek összehasonlítása mentén megmutatható, hogy ez általánosságban azokban az esetekben áll elő, amikor  $\beta > r_{hyp}/r_{exp}$ .

hasznokat is el tudja sajátítani.<sup>9</sup> A szabadalom éppen egy olyan intézmény, ami ezt lehetővé teszi.<sup>10</sup> A hosszabb időre szóló szabadalmi védelem tehát az innovátor számára hosszabb időn keresztül biztosítja az innovációból származó profitok elsajátításának lehetőségét, és ezért nagyobb mértékű innovációra sarkall. A szabadalmi védelem miatt előálló monopol piaci pozíció statikus jóléti veszteséget okoz, a szabadalmi védelem lejáratakor viszont dinamikus jóléti nyereség képződik, mikor mindenki szabadon hozzáférhet a találmányhoz. Míg az innovátor célja az innovációból származó lehető legtöbb profit megszerzése, a gazdaságpolitika feladata a szabadalmi védelmi időtartam (a szabadalom élettartama) olyan megválasztása, hogy az, figyelembe véve a statikus jóléti veszteséget és a dinamikus jóléti nyereséget, maximális össztársadalmi jólétet biztosítson.<sup>11</sup>

John Fitzgerald Duffy (2005) néhány ponton eltér Nordhaus modelljétől, de az alapvető gondolata ugyanez. Az alábbiakban nagy vonalakban vázolom Duffy modelljét az innováció és szabadalmi védelem összefüggéséről. Tekintsük egy közönséges jószág piacát! A piacon tökéletes verseny uralkodik, minden vállalat ugyanakkora, konstans határköltséggel tudja a termékét előállítani. A modellben vizsgált innováció folyamatinnováció, vagyis az innováció egyszerűen abból áll, hogy alacsonyabb költséggel való termelést tesz lehetővé az innovátor számára.

A Duffy által felvetett innovációs modell három fontos ponton tér el a Nordhaus-által használttól. Először is feltételezi a termékpiacon az időben növekvő keresletet. Ez a növekvő kereslet időben növekvő bevételként jelenik meg az innovátor számára. A növekedés ütemét a gazdaság általános növekedésének ütemével azonosítja, és azzal a feltételezéssel él, hogy ez a növekedési ütem alatta marad az aktuális kamatlábnak. Másodszor az egyes innovációk méretét adottnak és állandónak tekinti. Ezt azzal magyarázza, hogy az újítások egy-egy területen lépcsőzetesen történnek, és amint egy-egy újabb, kellően nagy lépést megtett egy innovátor, az innovációt máris szabadalmaztatja. Duffy modelljében tehát az innováció mindig ugyanakkora lépcsőkben történik, így a szabadalmi védelem hosszának változtatása végső

<sup>9</sup>Míg a tudásra általánosságban jellemző a rivalizálás technikai értelemben vett hiánya (az én tudásom *menyisége* nem csökken azzal, hogy valaki más is tudja ugyanazt), gazdasági értelemben való rivalizálás azonban létezhet (az én tudásom *értékét* csökkenti, ha más is tudja ugyanazt). A tudást ezek a modellek azért tekintik közjószágnak, mert nincs technikai értelemben rivalizálás, a hasznok elsajátítása az innovátor által viszont éppen a gazdasági rivalizálás miatt nem lehet tökéletes, még szabadalmi védelem mellett sem.

<sup>10</sup>Természetesen nem állítható, hogy szabadalmi védelem híján egyáltalán nem jönneek létre innovációk, hiszen az emberiség számos újítást feltalált már a szabadalom intézményének létrejötte előtt is (ami maga is egy innováció volt!). Egy innováció hozadéka lehet például szakmai elismerés is, amely szintén motiválhatja a potenciális innovátort.

<sup>11</sup>Nordhaus eredeti modellje számos fontos tényezőt hagy figyelmen kívül, amelyek a végeredményre mind befolyással bírhatnak. Az egyik legfontosabb ilyen tényező talán a jövő bizonytalansága, például ami a későbbi időszakokban érvényes kamatlábakat vagy éppenséggel az innováció sikerességét illeti. Ez az eredeti változat hasonlóképpen nem építi be a modellbe a potenciálisn megjelenő imitációkat (szabadalmi védelem szélessége), vagy azt, hogy egy-egy innovációt adott esetben több vállalat fejleszt párhuzamosan, de a szabadalmat végül is csak egyetlen vállalat kaphatja meg (szabadalmi verseny). Az eredeti modell kibővített változatairól egy lehetséges csoportosítást ad Nagy (2008).

soron nem a létrejövő innováció méretét (költségesebb, de nagyobb hozammal kecsgetető, vagy kisebb költségű, de kisebb hozamú lesz-e az innováció), hanem az állandó nagyságú újítás létrejövételének időpontját befolyásolja. A változó szabadalmi élettartalomra válaszul nem nagyobb vagy kisebb újítások jönnek létre, hanem a következő lépcsőfokot hamarabb vagy később lépik meg. A harmadik jellemzője a modellnek, hogy figyelembe veszi a versengést a kutatás-fejlesztés területén is, ezért a profitmaximalizáló cégeknek mindaddig érdemes előrébb hozniuk az innováció időpontját, amíg még pozitív profitot érhetnek el. Nordhaus modelljében egyetlen cég foglalkozott innovációval, így az adott szabadalmi élettartam mellett ez az egyetlen cég a profitmaximumban elérhetett akár pozitív profitot is. A kutatás-fejlesztést végző cégek közötti verseny azonban ezt a profitlehetőséget eltünteti.

A modell szerint az innováció jóléti hozadéka elméletileg három részből állhat: egyrészt  $H$  nagyságú járadékot biztosít a feltalálónak a szabadalmi élettartam alatt. Másrészt, ha a feltaláló nem tudja járadékként elsajátítani a teljes jóléti hozadékat, akkor abból  $J$  nagyságú hozam csordulhat túl további külső szereplőknek extern haszonként, illetve egy  $K$  része pedig a monopolhatalom megszűnését követően fogyasztói többletté alakuló korábbi holtteher-veszteség. Feltevés szerint  $H_0, J_0, K_0 \geq 0$ , és időben az innováció iránti kereslettel azonos  $g$  ütemben növekvők, vagyis  $H(t) = H_0 \cdot e^{gt}$ ,  $J(t) = J_0 \cdot e^{gt}$  és  $K(t) = K_0 \cdot e^{gt}$ . Az innováció  $I$  költsége független az innováció időpontjától.

A modell szerint tehát az innovátornak az adott  $L$  szabadalmi élettartam mellett addig érdemes előbbre hozni az innováció időpontját ( $t_I$ ), amíg még pozitív profit realizálható. A szabadalmi verseny eltünteti a profitot, így az optimumban a

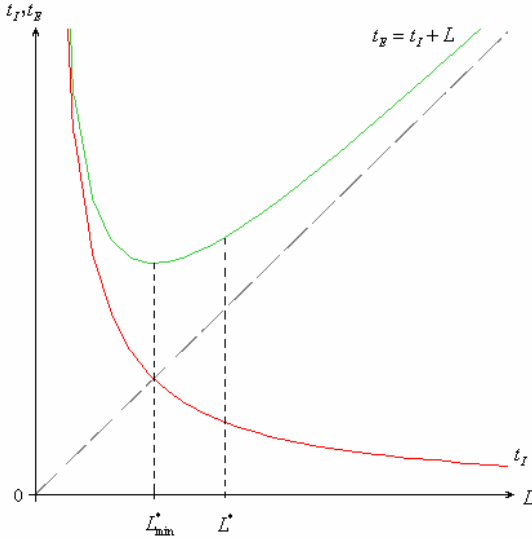
$$\pi(t_I) = \int_{t_I}^{t_I+L} H_0 e^{-(r-g)t} dt - I e^{-rt_I} = 0 \quad (3)$$

feltétel adódik. A feltétel első tagja az innovációtól a szabadalmi élettartam lejártáig az innovátor által elsajátítható bevételek jelenre diszkontált értéke, míg a második tag az újítás megszületésekor vállalandó költségnek a jelenértéke. A modell az exponenciális diszkontálás folytonos változatát alkalmazza, ahol az alkalmazott diszkontfaktor  $\delta^t = e^{-rt}$  (melyben  $r$  az exponenciális kamatláb). A (3) egyenletet  $t_I$ -re rendezve az innováció időpontjára az alábbi összefüggés adódik:

$$t_I = \frac{1}{g} \ln \left( \frac{I \cdot (r-g)}{H_0 \cdot (1 - e^{-(r-g)L})} \right) \quad (4)$$

Az optimális innovációs időpontról belátható, hogy  $\partial t_I / \partial L < 0$ , vagyis hogy a hosszabb szabadalmi élettartam korábbra hozza az innováció időpontját. A (4) egyenlet tehát az exogén változók nagyságának függvényében megmutatja, hogy a profitmaximalizáló vállalat különböző  $L$  szabadalmi élettartamokhoz milyen  $t_I$  időpontot választana az innováció megvalósítására.

A modellben  $L$  növelése az innováció időpontját ( $t_I$ ) egyértelműen korábbra hozza a szabadalom lejáratainak időpontját ( $t_E = t_I + L$ ) viszont nem növeli feltétlenül. Ezt mutatja az alábbi 2. ábra.



2. ábra. A minimális optimális szabadalmi idő és az optimális szabadalmi idő.  
 Forrás: Duffy (2005), 3. o.

Az ábrán a  $t_I$  az innováció vállalat által választott időpontját mutatja a szabadalmi élettartam függvényében (4)-nek megfelelően. A Nordhaus-modell feltételei szerint ez egybeesne az  $L$  tengellyel. A  $t_E$  függvény a szabadalom lejárataának idejét mutatja a szabadalmi élettartam függvényében. A Nordhaus-modell szerint ez az ábrán látható  $45^\circ$ -ban emelkedő függvény lenne, de Duffy modelljében ez egy eleinte csökkenő, majd növekvő függvény. Amíg a szabadalmi védelem hosszának növelése korábbra hozza a szabadalom lejárataának időpontját is, addig feltétlenül érdemes növelni  $L$ -et (az ábrán  $L_{\min}^*$  jelöli, és Duffy minimális optimális szabadalmi időnek nevezi). A fentebb említett átváltás a statikus jóléti veszteségek és a dinamikus jóléti nyereségek között csak ennél nagyobb  $L$  esetében jelenik meg. Az  $L$  ezen felüli növeléséből származó dinamikus jóléti nyereség, hogy a hamarabb bekövetkező innováció miatt a társadalom korábbi időponttól kezdve jut hozzá a  $J$  haszonhoz. A statikus jóléti veszteség pedig, hogy a később megszűnő monopolhatalom miatt csak későbbi időponttól kezdve jutnak hozzá a  $H + K$  többlethasználókhoz. Addig érdemes növelni  $L$ -et tehát, amíg a növelés hasznainak diszkontált értéke meg nem egyezik a növelés költségeinek diszkontált értékével.

Ezt az ábrán  $L^*$ -gal jelölt optimális szabadalmi védelmi hosszúságot ki lehet számítani az innovációból származó összes társadalmi jólét maximalizálásával, figyelembe véve a vállalatok viselkedését. Az innovációból származó összes társadalmi jólét jelenértéke

$$W_e(L) = \int_{t_I}^{t_I+L} J_0 e^{-(r_e-g)t} dt + \int_{t_I+L}^{\infty} (J_0 + H_0 + K_0) e^{-(r_e-g)t} dt, \quad (5)$$

ahol az első tag a szabadalom élettartama alatti hozamok jelenértékét adja meg, a második tag a szabadalom lejártával szerezhető jóléti hozamok jelen-

értékét mutatja. A társadalmi jóléthez még hozzátartozik az innovátor által elért összes jólét, de mivel a (3) feltételből tudjuk, hogy az innovátor által elsajátított járadékok jelenértékének és az innovációs költség jelenértékének különbsége 0, így ezeket a tagokat kihagyva kaptuk a fenti egyszerűbb függvényt. A gazdaságpolitikai döntéshozónak tehát úgy kell meghatároznia  $L$  értékét, hogy az innovációból származó társadalmi jólét maximális legyen. A feltételt felhasználva megoldva a  $\partial W(L)/\partial L = 0$  egyenletet a következő összefüggés adódik:

$$\frac{J_0}{H_0 + K_0} = \frac{g - r_e B}{r_e - g}, \quad (6)$$

ahol  $B = e^{-(r-g)L}$ . Az egyenlet egyetlen változója  $L$ , amire megoldható, és megkapjuk belőle az  $L^*$  optimális szabadalmi élettartamot. A 2. ábra tanúsága szerint ez az optimális szabadalmi idő nagyobb, mint  $L_{\min}^*$ . A modellben csak akkor érdemes a szabadalmi védelmi időt úgy meghatározni, hogy ennél a minimálisan optimális időnél hosszabb legyen, vagyis hogy a szabadalom végül is ne a lehető leghamarabb járjon le, ha már a szabadalmi védelmi idő alatt származnak külső szereplőknek is hasznai a találmányból, vagyis ha  $J > 0$ .

## 4.2 A kvázi-hiperbolikus diszkontálás beillesztése a modellbe

Jelen alfejezetben beillesztem a hiperbolikus diszkontálást Duffy fentebb bemutatott modelljébe és bemutatom, miért lehetséges és indokolt ez a módosítás.

Az innováció által a társadalom számára generált jólétet két minőségileg különböző részre bonthatjuk fel. Az egyik rész az innovátor vállalat számára generált, pénzben mérhető jólétnövekmény (profit), a másik pedig a fogyasztók által a (közelebbi vagy távolabbi) jövőben realizálandó, pénzben nem mérhető fogyasztói többlet-növekmény.

Mi oka lenne egy vállalatnak arra, hogy ne exponenciálisan diszkontálja a jövőt? Az exponenciális diszkontálási modell egyik nagy sikere abban rejlik, hogy a bankok ezt a fajta diszkontálást alkalmazzák, mikor kamatot fizetnek vagy kamatot szednek. A gazdasági realitások talaján álló vállalatoknak is így kell tehát számolniuk, amikor jövőbeli fizetési kötelezettségeiket vagy éppen elmaradt hasznaikat veszik számításba. Az exponenciális kamatlábat kellene alkalmazniuk akkor is, amikor a megszerzett profitokat a bankban elhelyezik, illetve akkor is, amikor a jövőbeli profitjuk terhére hitelt szeretnének felvenni.

A fogyasztók azonban, a magatartás-gazdaságtani kísérletek tanúsága szerint mentálisan máshogyan diszkontálják a jövőbeni hasznosságokat. Választásaik még akkor sem teljesen összeegyeztethetők az exponenciális modell előrejelzéseivel, ha tényleges jövőbeli pénzhozamok között kell dönteniük. A jövőbeli fogyasztói többlet-növekmény azonban ennél jóval absztraktabb, például abból a szempontból, hogy a jelenlegi fogyasztói többletet nem lehet bankba tenni és kamatoztatni, hasonlóképpen a jövőbeli fogyasztói többlet terhére sem lehet hitelt felvenni.

A nem-exponenciális diszkontálásnak a modellbe való beillesztésénél három dologra kell figyelemmel lenni. Először is, a nem-exponenciális diszkontálást csak olyankor használom, ha fogyasztókra vonatkozó jövőbeli hasznosságok értékeléséről van szó a modellben. Ahol azonban ténylegesen pénzben kifejezhető, a vállalat számára megjelenő jövőbeli bevételekről, illetve költségekről van szó, ott megtartom az eredeti exponenciális modellt.

Másodsorban annak ellenére, hogy, mint ahogyan fentebb is jeleztem, a kvázi-hiperbolikus diszkontálás diszkrét, és folytonos módon nem értelmezhető, jelen tanulmányban mégis egy folytonos közelítéssel fogok élni, az exponenciális modell mintájára, vagyis a kvázi-hiperbolikus diszkontalfaktort  $\beta\delta_h^t = \beta e^{-r_h t}$  formában használom. Ez a modell azért nem értelmezhető folytonos változatban, mert a 0. és 1. időszak közötti erőteljes diszkontálás okán nem lehet a diszkontfüggvényt folytonossá tenni. Az első időszaktól kezdődően azonban a kvázi-hiperbolikus diszkontálás ugyanúgy működik, mint az exponenciális. A potenciálisan kvázi-hiperbolikus módszerrel diszkontálandó tényezők mind az innováció időpontja után jelentkeznek, tehát az említett probléma csak akkor bír jelentőséggel, ha az innováció időpontja az 1. időszaknál hamarabbra esik. (4) átalakításával látható, hogy ez abban az esetben következhet be, ha

$$L > \frac{1}{r_e - g} \ln \frac{e^g}{e^g - \frac{I}{H_0}(r_e - g)} .$$

Ellenőrizhető azonban, hogy a paraméterek Duffy által használt értékei mellett mind  $L_{\min}^*$ , mind pedig  $L^*$  értékei kisebbek ennél.

Harmadsorban pedig, mivel a döntéshozók nem maguk a fogyasztók, hanem az ő jólétüket figyelembe vevő állam, ezért a nem-exponenciális diszkontálásból adódó időbeli inkonzisztencia nem játszik szerepet a döntéshozásban. A preferenciafordulás következménye itt éppenséggel a „siettetés” – mint a halogatás ellentéte – lenne: a korábban meghatározott szabadalmi védelmi időt a fogyasztók később szeretnék folyamatosan csökkenteni, a lejáratot fokozatosan előrébb hozva. Az állam azonban ebben a modellben a 0. időpontban elkötelezi magát egy szabadalmi élettartam mellett, amit ezután az idő múlásával nem változtat meg.

A vállalatok számára továbbra is adottságként jelenik meg az állam által meghatározott  $L$  értéke, és ezen adottság mellett határozzák meg az innováció optimális időpontját a nullprofit-feltevés mellett, továbbra is az exponenciális diszkontálást alkalmazva. Az állam számára ebből következő feltétel tehát továbbra is változatlanul (3). Ugyanúgy, mint az eredeti modellben, a vállalat most is minden  $L$  értékhez meg tudja határozni, mi lenne az optimális  $t_I$  érték.

Az állam a maximális jólét elérésére törekszik, miközben a vállalatok optimalizáló viselkedését is figyelembe kell vennie. A maximalizálandó jólét a kvázi-hiperbolikus diszkontálást használva a megfelelő (a fogyasztókra vonat-

kozó) tagok esetén:

$$W_h(L) = \int_{t_I}^{t_I+L} J_0 \beta e^{-(r_h-g)t} dt + \int_{t_I+L}^{\infty} (J_0 + H_0 + K_0) \beta e^{-(r_h-g)t} dt. \quad (7)$$

Felhasználva a 2. fejezet tanulságait a különböző diszkontálási modellekkel számított annuitás-jelenértékekkel kapcsolatban, következtethetünk arra, hogy hogyan viszonyul egymáshoz  $W_e(L)$  és  $W_h(L)$ . Az 1. és 2. fejezet eredményei alapján az a feltételezésem, hogy egyrészt minden egyéb változtatás mellett azonos  $t_I$  függvény esetén más  $L$  érték fogja maximalizálni a  $W_e(L)$  jölétet, mint a  $W_h(L)$  jölétet. Másrészt, hogy a  $W_e(L)$  jölétet maximalizáló  $L$  attól függően lesz nagyobb vagy kisebb, mint a  $W_h(L)$  jölétet maximalizáló  $L$ , hogy az eredeti optimális szabadalmi élettartam hosszabb vagy rövidebb, mint a 2. fejezetben definiált  $T$ .

## 5 Eredmények

Megoldva a  $\partial W_h(L)/\partial L = 0$  egyenletet a feltétel felhasználásával, egy, az eredetihez hasonló kifejezést kapunk:

$$\frac{J_0}{H_0 + K_0} = \frac{g - r_e B}{r_e - g} \frac{B_h}{B}, \quad (8)$$

melyben ismét  $B = e^{-(r_e-g)L}$  és  $B_h = e^{-(r_h-g)L}$ . Az egyenletből először is azonnal adódik, hogy ha a kvázi-hiperbolikus diszkontálás paramétereit úgy választjuk meg, hogy  $\beta = 1$  és  $r_h = r_e$ , akkor az eredeti exponenciális diszkontálást kapjuk vissza, a fenti képletben a jobb oldalon szereplő második tört értéke egy. Így ugyanaz az eredmény adódik az optimális szabadalmi élettartamra. Jelölje  $L^{**}$  a szabadalmi védelmi időnek azt a hosszát, amely kielégíti az egyenletet abban az esetben, ha  $\beta < 1$  és  $r_h < r_e$ ! Zárt formulával ebben az esetben ugyan nem adható meg az optimális szabadalmi élettartam, de megvizsgálhatjuk  $L^*$  és  $L^{**}$  viszonyát. (6) és (8) összevetésével adódik, hogy

$$\frac{g - r_e B^*}{r_e - g} = \frac{J_0}{H_0 + K_0} = \frac{g - r_e B^{**}}{r_e - g} \frac{B_h^{**}}{B^{**}},$$

vagyis

$$g - r_e B^* = (g - r_e B^{**}) \frac{B_h^{**}}{B^{**}}.$$

Tekintve, hogy  $B_h^{**}/B^{**}$  mindenképpen nagyobb egynél,<sup>12</sup> hisz

$$\frac{B_h^{**}}{B^{**}} = \frac{e^{-(r_h-g)L^{**}}}{e^{-(r_e-g)L^{**}}} = e^{(r_e-r_h)L^{**}},$$

<sup>12</sup>Ez a tényező ugyanis nem más, mint a fentebb az annuitás-jelenértékek összehasonlításánál kapott kifejezésben a zárójelben szereplő tényező, a vizsgált modellnek megfelelő folytonos átértelmezéssel és az alkalmazott növekedési tényezővel együtt.



így fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$g - r_e B^* = (g - r_e B^{**}) \frac{B_h^{**}}{B^{**}} > g - r_e B^{**} ,$$

ahonnan

$$B^* < B^{**} .$$

Azt kapjuk tehát, hogy  $e^{-(r_e - g)L^*} < e^{-(r_e - g)L^{**}}$ , ami csak úgy adódhat, ha a jobb oldali kitevő nagyobb, mint a bal oldali, azaz

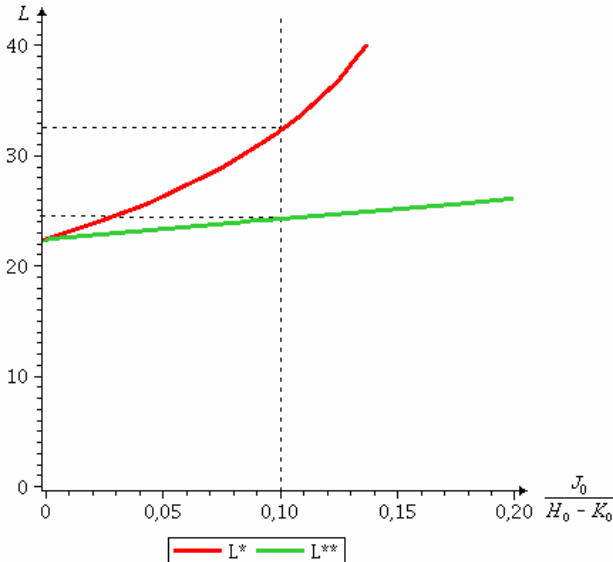
$$-(r_e - g)L^* < -(r_e - g)L^{**} ,$$

ahonnan

$$L^* > L^{**} .$$

Összefoglalva tehát azt kapjuk, hogy a kvázi-hiperbolikus egyenletet igazgató  $L^{**}$  mindenképpen kisebb, mint az exponenciális egyenletet igazgató  $L^*$ . Ha az optimális szabadalmi idő meghatározásánál figyelembe akarjuk venni, hogy a fogyasztók a jövőbeli hasznokat nem exponenciális módon diszkontálják, akkor ceteris paribus egy rövidebb szabadalmi élettartamot kell meghatározni, mintha exponenciális diszkontálást tételeznénk fel róluk. Az első feltevés tehát bebizonyosodott,  $W_h(L)$  jólétet más  $L$  maximalizálja, mint a  $W_e(L)$  jólétet. A második feltevés azonban nem igazolódott be, mivel a kétféle módon számított optimális szabadalmi élettartam mindig ugyanabba az irányba tér el egymástól.

Az alábbi 3. ábra az optimális szabadalmi időt mutatja az exponenciális, illetve a kvázi-hiperbolikus diszkontálást alkalmazva. Az ábrán  $L^*$  illetve  $L^{**}$  értékeit  $J_0/(H_0 + K_0)$  különböző értékeihez rendelve ábrázoltam, miközben rögzítettem a növekedési ütem, illetve a diszkontálási paraméterek értékeit  $g = 0,02$ ,  $r_e = 0,085$  és  $r_h = 0,045$  értéken. Egy fontos probléma a kvázi-hiperbolikus modellel kapcsolatban itt említendő meg. Jóllehet léteznek kísérletek, melyek a modellben alkalmazott hosszú távú kamatlábat becslik meg, ez a kamatláb változhat döntéshozóról döntéshozóra, vagy akár a döntési helyzettől függően is. Míg az exponenciális kamatlábat kezelhetjük mindenki és minden döntési helyzet számára állandó nagyságú adottságként, a kvázi-hiperbolikus kamatlábat aligha. Kérdéses, hogy aggregálható-e valahogyan a különböző döntéshozók által hosszú távon alkalmazott kamatláb, értelmezhető-e össztársadalmi szinten annak nagysága. Az általam használt paraméterek változása függvények egymáshoz való viszonyát nem változtatja meg mindaddig, amíg teljesülnek a modell feltevései, vagyis hogy  $r_e > r_h > g > 0$ .



3. ábra. Az optimális szabadalmi élettartam hossza exponenciális, illetve kvázi-hiperbolikus diszkontálás mellett. *Forrás:* saját szerkesztés

Az optimális szabadalmi idő meghatározásánál döntő tényező  $J_0/(H_0 + K_0)$ , a Duffy által társadalmi többlet-hányadnak (Social surplus ratio, Duffy 2005, 13. o.) nevezett mutató. Ez az innovációból a társadalom által el-sajátítható túlsorduló hasznokkal van kapcsolatban. Az innováció időszakonként  $J(t)$  többlethasznot hoz az innováció időpontjától kezdődően, és további  $H(t) + K(t)$  többlethasznot a szabadalom lejártától kezdve: e kettő aránya a társadalmi többlet-hányad. Ez a mutató nulla értéket vesz föl, ha  $J_0 = 0$ , vagyis hogyha a találmányból extern hasznok nem származnak: az újítás a szabadalmi védelem időszaka alatt csak az innovátornál eredményez bevételeket. Ekkor az innováció összes előnye a fogyasztók számára csak a szabadalom lejárta után jelentkezik. Ennek az összes előnynek a jelenértéke pedig mind az exponenciális, mind a kvázi-hiperbolikus diszkontálást használva a fent említett  $L_{\min}^*$  minimálisan optimális szabadalmi idő esetében lesz maximális. Ez indokolja, hogy a 3. ábrán mindkét függvény függőleges tengelymetszete éppen a Duffy (2005, 12. o.) által meghatározott  $L_{\min}^* = (\ln r - \ln g)/(r - g)$ , a paraméterek általam rögzített értékei mellett 22,26 év. A társadalmi többlet-hányad növekedése azt jelenti, hogy egyre nagyobb a szabadalom élettartama alatt megszerezhető hasznok nagysága a szabadalom lejárta után szerezhető többlethasznokhoz képest, vagyis annál érdemesebb siettetni az innovációt. Ennek megfelelően az ábrán a társadalmi többlet-hányad növekedése mind az exponenciális, mind a kvázi-hiperbolikus diszkontálás esetén növeli az optimális szabadalmi élettartamot. A társadalmi többlet-hányadról Duffy azt írja (13. o.), hogy az általa használt modellben, ahol úgynevezett „run-of-the-mill” folyamat-innovációkat vizsgál, ennek a nagysága általában nullához közeli. Az ilyen innovációk esetében egy már létező technológián hajtanak végre valamilyen kis lépésnyi fejlesztést, és a

hatékonyabb technológia verseng a már meglévővel. A kvázi-hiperbolikus modell bevezetése és a rá jellemző alacsonyabb hosszú távú kamatláb alkalmazása ceteris paribus csökkenti az optimális szabadalmi élettartamot, az exponenciális modell alkalmazásával kapott optimális élettartamhoz képest. Megmutatható ugyanakkor, hogy az exponenciális modellnél maradván, és abban csökkentve a kamatlábat, az optimális szabadalmi idő növekedne. A különbség tehát minőségi, nem csupán az alkalmazott alacsonyabb kamatláb okozza. Az ábrán bejelöltem a társadalmi többlet-hányad egy tetszőleges értékét, ezen értéknél a két függvényérték közti különbség mutatja meg, hogy mennyivel tér el egymástól  $L^*$  és  $L^{**}$ . Ahogyan a számítások is igazolták, tetszőleges pozitív társadalmi többlet-hányad esetén fennáll, hogy  $L^* > L^{**}$ .

A jelenség magyarázata a kvázi-hiperbolikus diszkontálás időben növekvő türelmességében rejlik.  $L$  növelése  $L_{\min}^*$  fölé korábbra hozza az innováció idejét, míg távolabbra tolja a szabadalom lejártának idejét. Visszatekintve a 2. ábrára az  $L^*$  értékét úgy kaptuk meg  $L_{\min}^*$ -hez képest, hogy addig növeltük a szabadalmi védelem időtartamát, amíg a növelésből származó költségek jelenértéke meg nem egyezett a növelésből származó hasznok jelenértékével. A kvázi-hiperbolikus esetben azonban ezeket az időben később jelentkező költségeket a hosszú távú nagyobb türelem miatt gyengébben, míg az időben közelebb jelentkező hasznokat a rövid távú nagyobb türelmetlenség miatt erősebben diszkontáljuk, mint az exponenciális esetben. Ezért tehát az  $L$  növeléséből származó hasznok és költségek jelenértéke csak egy  $L^*$ -nál kisebb  $L^{**}$  esetén lehet egyenlő.

Duffy tanulmányában több indokot is felsorol, amely miatt mégis érdemes a szabadalom élettartamát a minimálisan optimális szabadalmi élettartamban meghatározni a ténylegesen optimális mellett. Az egyik indoka éppen az említett társadalmi többlet-hányad nehéz meghatározása, főleg amennyiben ezt egy „átlagos” innovációra kell meghatározni. Másik érve, hogy megmutatható a modelltől, hogy  $L_{\min}^*$  esetén az elérhető társadalmi jólét legalább 70%-a az  $L^*$  esetén, tehát elvileg maximálisan elérhető társadalmi jólétnek. Ha a kvázi-hiperbolikus diszkontálást alkalmazó modell optimális szabadalmi élettartama  $L^{**} < L^*$ , akkor ez az arány vélhetően még kedvezőbb. Ha a kvázi-hiperbolikus diszkontálási modellt pozitív és nem normatív modellként alkalmazzuk, akkor a jelen cikk tanulsága az optimális szabadalmak Duffy-féle modelljére nézve az, hogy a minimálisan optimális szabadalmi élettartamot alkalmazva a tényleges társadalmi jólét maximumától kevesebbel térünk el, mint azt az exponenciális modell alkalmazása sugallná.

## 6 Összegzés

A magatartás-gazdaságtani kutatások azt mutatják, hogy a fogyasztók a pénz időértékét máshogyan kezelik, mint a hagyományos modellek azt feltételezik. Az emberek fejében lezajló mentális diszkontálás az exponenciális modell helyett jobban megmagyarázható más, alternatív modellekkel. A nem exponenciális diszkontálás egyik tünete az időbeli inkonzisztencia, mely a halo-

gátás problémáját okozza, és amely visszavezethető a fogyasztók rövid távú nagyobb türelmetlensége és hosszú távú nagyobb türelme közötti konfliktusra. A tanulmány megmutatja, hogy egy alternatív diszkontálási modell, mint amilyen a kvázi-hiperbolikus, hogyan változtatja meg a jövőbeli hasznosságok, illetve hasznosságáramlások jelenértékét. A tanulmány célja, hogy a bemutatott különbözőséget beépítse egy nagyobb elméletbe. Az optimális szabadalmak elméletén keresztül szemléltettem, hogy hogyan ragadható meg a gazdaságpolitika szempontjából annak jelentősége, hogy exponenciális vagy kvázi-hiperbolikus diszkontálást tételezünk fel a fogyasztókról. Bemutattam, hogy egy innovációból származó, nem pénzben megjelenő többlethasznokat kvázi-hiperbolikusan diszkontálva a megállapítandó optimális szabadalmi idő ceteris paribus alacsonyabb lesz, mintha a pénzbeli hasznokra alkalmazott exponenciális diszkontálást használnánk.

Az optimális szabadalmak elmélete azonban csak egy a számos lehetséges alkalmazási terület közül. A tanulmányban felvetett optimalizációs probléma egy általánosabb tárgykör, a Ramsey-problémák egy fajtája. A Ramsey-problémák során a kormányzat úgy igyekszik valamilyen cselekvési paraméter optimális nagyságának meghatározására, hogy bizonyos korlátozó feltételek mellett maximális társadalmi jólét legyen elérhető. Az általam bemutatotthoz hasonlóan tehát a kvázi-hiperbolikus diszkontálás beépíthető akár olyan területeken is, mint az optimális adópolitika vagy a zsúfoltságra hajlamos javak optimális szabályozása.

## Irodalom

1. Ainslie, G. (1992): *Picoeconomics: The Strategic Interaction of Successive Motivational States within the Person*. New York, Cambridge University Press.
2. Angeletos, G-M. – D. Laibson – A. Repetto – J. Tobacman – S. Weinberg (2001): The Hyperbolic Consumption Model: Calibration, Simulation and Empirical Evaluation. *Journal of Economic Perspectives* 15(3), 47–69.
3. Cropper, M. – Laibson, D. (1998): *The Implications of Hyperbolic Discounting for Project Evaluation*. World Bank, Policy Research Working Paper No. 1943.
4. Duffy, J. F. (2005): *A Minimum Optimal Patent Term*. Law and Technology Scholarship, elérhető online: <http://www.escholarship.org/uc/item/9zs6f4cv>
5. Fisher, I. (1930): *The Theory of Interest*. New York, Macmillan.
6. Frederick, S. – G. Loewenstein – T. O'Donoghue (2002): Time Discounting and Time Preference: A Critical Review. *Journal of Economic Literature*, XL(June), 351–401.
7. Kirby, K. – R. J. Herrnstein (1995): Preference Reversals Due to Myopic Discounting of Delayed Reward. *Psychological Science* 6(2), 83–89.
8. Laibson, D. (1996): *Hyperbolic Discount Functions, Undersaving and Saving Policy*. NBER working paper No. 5635.
9. Laibson, D. (1997): Golden Eggs and Hyperbolic Discounting. *Quarterly Journal of Economics* 112(2), 443–477.
10. Laibson, D. – A. Repetto – J. Tobacman (2007): *Estimating Discount Functions with Consumption Choices over the Lifecycle*. NBER working paper No. 13314

11. Lippai L. (2009): Az intertemporális diszkontálási folyamatok jelentősége a fogyasztói döntésekben. *Közgazdasági Szemle* LVI. évf., 689–708.
12. Lippai L. (2010): Fogyasztói önkontrollt igénylő döntések empirikus vizsgálata. *Közgazdasági Szemle* LVII. évf., 700–714.
13. Loewenstein, G. – D. Prelec (1992): Anomalies in Intertemporal Choice: Evidence and an Interpretation. *Quarterly Journal of Economics* 107(2), 573–597.
14. Mulligan, C. B. (1996): *A logical economist's argument against hyperbolic discounting*. Working Paper, University of Chicago.
15. Nagy B. (2008): A szabadalmak közgazdasági vizsgálatáról. In: Lengyel Imre – Lukovics Miklós (szerk.): *Kérdőjelek a régiók gazdasági fejlődésében*. JATE-Press, Szeged, 91–106.
16. Nordhaus, W. D. (1967): *The Optimal Life of a Patent*. Cowles Foundation Discussion Papers 241. New Haven.
17. Phelps, E. S. – R. A. Pollak (1968): On second-best national saving and game-equilibrium growth. *Review of Economic Studies* 35, 185–199.
18. Rachlin, H. (2006): Notes on discounting. *Journal of the Experimental Analysis of Behaviour* 85(3), 425–435.
19. Read, D. (2001): Is Time-Discounting Hyperbolic or Subadditive? *Journal of Risk and Uncertainty* 23(1), 5–32.
20. Read, D. (2003): *Intertemporal Choice*. Working Paper. Internetcím: <http://eprints.lse.ac.uk/22769/1/03058.pdf>. letöltve: 2010. okt. 20.
21. Samuelson, P. A. (1937): A Note on Measurement of Utility. *The Review of Economic Studies* 4, 155–161.
22. Strotz, R. H. (1956): Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization. *The Review of Economic Studies* 23(3), 165–180.
23. Thaler, R. (1981): Some Empirical Evidence on Dynamic Inconsistency. *Economic Letters* 8(3), 201–207.
24. Trope, Y. – N. Liberman (2003): Temporal Construal Theory of Time-Dependent Preferences. In: Brocas, I. – Carrillo J. D. (szerk.): *The Psychology of Economic Decisions*. Volume I. Oxford, OUP, 235–249.

#### APPLYING QUASI-HYPERBOLIC DISCOUNTING TO THE THEORY OF OPTIMAL PATENTS

Economic policy-making often entails trade-offs of immediate costs and long-run benefits or immediate benefits and long-run costs. Neoclassical economics has a tool for such decisions: present and future value calculations and the net present value rule. Experimental economics, however, has criticised exponential discounting used for these calculations. Based on experiments they propose, in the sense of more psychological realism, alternatives to the exponential model: hyperbolic and quasi-hyperbolic models. These alternative discounting models may offer explanation for the time-inconsistent behaviour of consumers, when they change their decision or valuation solely because of time elapsing. The aim of this paper is twofold. First it aims at reviewing the various discounting models and the connections between them and at pointing out that their differences can give rise to differences in comparing the present value of single pay-offs, and an even more empathic difference when

used for calculating present value from flows of yields. The literature has not yet applied the hyperbolic and quasi-hyperbolic models to this field. Second it aims at showing the relevance of the difference between discounting models to economic policy. I will show, using the theory of optimal patents, that applying a non-exponential discounting model will result in a different optimal patent life, and thereby a different recommendation for economic policy-makers.

*Keywords:* quasi-hyperbolic discounting, optimal patents, annuity