

KÖNYVEKRŐL

ZALAI ERNŐ: *Matematikai közgazdaságtan I-II.* Akadémiai Kiadó, Bp.
640+742 o.

Örömteli érdeklődéssel vehettük kézbe tavaly a szerző *Matematikai közgazdaságtan I. – Általános egyensúlyi modellek és mikroökonómiai elemzések* című könyvét, idén pedig a *Matematikai közgazdaságtan II. – Többsetektoros modellek és makrogazdasági elemzések* címen megjelent folytatást. Örömmünk oka egyebek mellett az volt, hogy ritkán jelenik meg magyar nyelven olyan munka, mely a tárgyalásnak mind mélységében, mind pedig szélességében messze túlmege a közép-fokú tankönyveken. Érdeklődésünket pedig – egyebek mellett – a 11 évvel korábbi, első kiadás táplálta, melyet a szerző átdolgozott és kibővített. I. kötetben tett ígérteét betartva a szerző most jelentkezett a folytatással, ami már csak azért is öröndetes, mert az első kiadás olvasása során hamar kiderült, hogy a tartalom bizony szétfeszíti az egyetlen kötet által nyújtott terjedelmi korlátokat. Ráadásul a II. kötetben tárgyalt témák (lényegében a korábbi könyv III. része) jelentősen kibővültek, és teljesen új szerkezetben, a korábbinál didaktikusabb kifejtésben kerülnek bemutatásra.

Az első kötet, mint alcíme is jelzi, az általános egyensúlyelmélettel és annak mikroökonómiai vonatkozásaival foglalkozik, az axiomatikus elméleti alapoktól kezdve az egyensúly egzisztenciájának bizonyításán át a mikroökonómiai sajátosságokig. Az itt közölt eredmények alapjául a termelői és fogyasztói döntések nyomán kialakuló kínálati és keresleti leképezések szolgálnak. A második követi az elsőben megszokott, alapvetően sokváltozós tárgyalásmódot, de már elsősorban olyan modelleket ismertet, melyek részletesebben ábrázolják a gazdaságot és főbb részeinek összefüggéseit. A fókusz itt a gazdasági rendszer, strukturális sajátosságaira, a javak termelésére, elosztására és felhasználására, továbbá az ezeket szabályozó egyensúlyi árrendszer kérdéseire kerül. Bár a problémakört a kötet az elsőhöz hasonlóan továbbra is mikroökonómiai alapokon közelíti meg, tematikájában mégis a makroökonómia a meghatározó.

Az első kötet első része meglehetősen elvont szinten, az általános egyensúlyelmélet matematikai közgazdaságtani alapjait képező termelés- és fogyasztáselméletet tartalmazza és az egyensúly létezésének Arrow–Debreu–McKenzie-féle általános modellkeretben történő bizonyítását. A tárgyalás jellemző eszköztárát ez utóbbi esetben a halmazelmélet, a leképezések és a konvex analízis szolgáltatja. Ám ugyanebben a kötetben sor kerül ezen elemzések konkretizálására és kibővítésére a függvénytani apparátus és a lokális analízis eszköztára alapján, a modern mikroökonómiai elemzések szellemében, a szokásosnál teljesebb matematikai vértzetben. Az esetleges matematikai, elsősorban többváltozós analízisbeli hiányok pótlását a kötet függeléke szolgálja.

A második kötet egyrészt azokra a számszerűsíthető, többszektoros modellekre összpontosítja a figyelmet, melyeket napjainkban a gazdaságpolitikai elemzések során rendszeresen igénybe vesznek. Olyan elemzések során, melyek célja nem prognóziskészítés, hanem gazdaságpolitikai intézkedések várható hatásainak felmérése: konkrét számadatokon alapuló komparatív statika, illetve dinamika. Az ismertetett modellek konzisztens elméleti megalapozottsága komoly kihívás a statisztikai-ökonometriai előrejelző modellek számára. Ez a kötet tartalmazza másrészt a többszektoros modellek klasszikusnak mondható újratermelés- és árelméleti alkalmazásait is, amelyek az utóbbi időben sajnálatosan és érdemtelenül háttérbe szorultak a volt szocialista országokban, így nálunk is.

A második kötet az első ismerete nélkül is tanulmányozható, mert részletesen ismerteti a vizsgált modellek elméleti és módszertani alapjait. Az említett gyakorlati alkalmazhatóság szükségessé teszi, hogy röviden kitérjen a modellek számszerűsítéséhez szükséges statisztikai adatok beszerzésének, a megoldási algoritmusok és számítástechnikai eszközök kérdéseire is. A szerző sehol nem marad adós az elméleti és elmélettörténeti vonatkozások ismertetésével, ami a tárgyalás folyamatát helyenként megtörni látszik, de a figyelmes olvasó előbb-utóbb észreveszi, hogy az egyes modellek elmélettörténeti háttérének megvilágítása nem öncélú, hanem azok könnyebb megértését szolgálja.

A két kötet felépítése

A matematikai közgazdaságtan és az általános egyensúlyelmélet kialakulásának történetét bemutató első fejezet voltaképpen a két kötetet fűzi egybe. Ezt követően kezdődik az I. kötet önálló első része. Itt kerülnek ismertetésre a termelési és fogyasztási modellek olyan általános fogalmai és jellemzői, egyelőre meglehetősen absztrakt kifejtésben, mint a technológiai halmazok, a preferenciarendezés, továbbá az optimális termelői és fogyasztói döntési leképezések. Ezekon alapulnak a versenyzői egyensúly létezésének és hatékonyságának fontos alaptételei, köztük a Walras-törvény, Brouwer és Kakutani fixponttétele, a Pareto-hatékonyság, és a szeparációs tételek. Mindezek után következik az általános versenyzői egyensúly létezésének részletes bizonyítása a konvex analízis eszköztárának felhasználásával.

A második rész a termelési, hasznosság- és egyéb aggregáló függvények részletes elemzésével kezdődik. Ezt követi a nyereségmaximum, majd a költség- és kiadásminimum kérdésének vizsgálata különféle korlátozó feltételek mellett. A könyv egyik sajátos jellemzője, hogy a szerző, ahol csak lehetséges, együtt tárgyalja a termelői és fogyasztói kereslet alakulását. Ezek a részek már csak azért is különösen érdekesek, mert a témában megjelent legtöbb publikációval szemben nem szűkítik le a tárgyalást a homogén, vagy homotetikus termelési függvényekre és a szükségességi feltételekre. A Marshall- és Hicks-féle (kompenzált) keresleti függvények levezetése után kerül sor a komparatív statika általános módszertanának, az optimális döntésekből fakadó dualitás jelenségének ismertetésére, majd ennek kapcsán a rekonstruálhatóság és integrálhatóság összetett kérdéseire. A szerző teljes matematikai részletes-

séggel mutatja be a keresleti- és költségfüggvények mikroökonómiai elemzését, illetve a gyakorlati alkalmazásokban leginkább használt, számszerűsítésre alkalmas keresleti rendszerek jellemzőit. A második részt az egyensúly és a hatékonyság függvénytani eszközökkel történő elemzése zárja. Ez a fejezet elvezet a számszerűsített általános egyensúlyelméleti modellek egy stilizált változatához, amely részletesebben és más oldalról megközelítve a II. kötet egyik fő témája lesz.

A négy részből álló II. kötet *első része* a többszektoros modellek legfontosabb elméleti, elmélettörténeti és módszertani alapjaival foglalkozik. Röviden felvázolja a makrogazdasági modellek mögött meghúzódó általános egyensúlyelméleti szemlélet főbb vonásait, áttekinti a többszektoros modellek fejlődésének történetét, majd első megközelítésben bemutatja az általános egyensúlyelmélet azon modelljeit, melyek jelentős mértékben hatottak a ma használatos konstrukciók felépítésére, elméleti és módszertani szemléletére.

Ennek a résznek az olvasása során más fajta nehézség merülhet fel, mint az I. kötetben. Nem lesz könnyű eligazodni a meglehetősen nagyszámú fogalom és modell között. Ezek többségére azonban a könyv a későbbiekben visszatér, pontosítva az itt bevezetett fogalmakat, részletesebben elemezve a modelleket, vagy azok egyes lényeges építőelemeit. Együttal a főbb jelölések összefoglaló táblázatával, a fejezetek elé írt bevezetésekkel és egyes részek összefoglalásával is igyekszik a szerző segíteni az olvasó munkáját.

A kötet első részében kerül ismertetésre Walras és Cassel modellje és azok nevezetes Schlesinger–Wald-féle változata. A következő fejezetben ezeket a tisztán elméleti célokat szolgáló modelleket a szerző összeveti Leontief gyakorlati elemzések számára kidolgozott, ma már klasszikusnak számító, input-output technológián alapuló általános egyensúlyi modelljével. Ezután, visszatérve a stilizált elméleti modellekhez, ismerteti az általános egyensúly Hicks és Samuleson nevével fémjelezhető, mikroökonómiai indíttatású, neoklasszikus modelljének egy általános, absztrakt és egy egyszerűbb változatát. Mai szemmel nézve ennek az egyszerűbb és konkrétabb változata érdekes különösebben, amelynek felépítése közelebb áll a gazdaságpolitikai elemzések során napjainkban kiterjedten alkalmazott számszerűsített általános egyensúlyelméleti (CGE) modellekhez.

A neoklasszikus megközelítésre jellemző függvénytani elemzés bemutatása után a tárgyalás visszatér a korai megközelítésekre jellemző módszertanhoz: a gazdaság rögzített kibocsátási és ráfordítási, illetve felhasználási együtthatók révén történő ábrázolásához. Az input-output modellen nyugvó, roppant leegyszerűsített ábrázolással szemben a Neumann és Koopmans nevéhez fűződő lineáris tevékenységelemzési modell (LTM) már egyenrangú alternatívája, sőt sok tekintetben megfelelőbb eszköze a gazdaság leírásának, mint a termelési és hasznossági függvények. Részletes kifejtésre kerül az LTM alapját képező axiomatikus termeléselmélet, amely nem előfeltételezi, hanem értelmezi és elemzi a termelési tevékenységek hatékonyságát, és annak kapcsolatát a gazdaságossággal, az egyensúllyal és az egyensúlyi és hatékonysági árakkal.

A kötet *második része* a Leontief-féle input-output modellek és makrogazdasági elemzések módszertanával és gyakorlati alkalmazásaival foglalkozik. A

viszonylag kis terjedelem ellenére a szerző igyekszik minél teljesebb körűen bemutatni az „input-output gazdaságtant”, a produktivitás, hatékonyság és jövedelmezőség matematikai alapjait, elsősorban a Perron–Frobenius-féle sajátértéktételeket, az input-output elemzések gyakorlati alkalmazásait, az ezekhez szükséges statisztikai adatforrásokat, az ÁKM és SAM eltérő tartalmú változatait, az egyszerűbb multiplikátorokkal és a valamivel összetettebb input-output modellekkel végezhető elemzéseket. Itt esetleg a modellváltozatok bősége okozhat kezdeti nehézséget a témát kevésbé ismerő olvasó számára.

A *harmadik rész* témája az erőforrás-allokáció és áralakulás elemzése programozási és általános egyensúlyi modellekkel. Ennek során kiterjeszti az input-output modellekkel végzett elemzéseket: a korlátozott mennyiségben rendelkezésre álló erőforrások figyelembe vételével illusztrálja a lineáris tevékenységelemzési modell és a lineáris programozás felhasználásával végezhető elméleti és gyakorlati makrogazdasági elemzéseket, rámutatva a lineáris megközelítés egyes gyengeségeire és arra, hogyan lehet a jelentkező problémákat alkalmasan megválasztott nemlineáris formák segítségével elfogadhatóbb módon kezelni. Bemutatja, és több oldalról elemzi az input-output modellek, az optimális erőforrás-allokáció lineáris és nemlineáris programozáson alapuló modelljei és az általános egyensúlyi modellek közös és elhatároló jegyeit. Ebből az összehasonlításból tűnik ki, hogy a számszerűsített általános egyensúlyelméleti modellek lényegében szintetizálják az alternatív megközelítések lényeges elemeit. Érdemes felfigyelni rá, hogy az első kötettel szemben, itt a főbb makrogazdasági elszámolási azonosságokra összpontosító, holisztikus modellek fokozatos kibontása során jut el a szerző a számszerűsített általános egyensúlyelméleti modellekhez.

Az előző két résszel szemben a *negyedik rész* már nem a modellek gyakorlati alkalmazásával összefüggő kérdésekkel foglalkozik, hanem a többszektoros statikus és stacionárius egyensúlyi modellekkel végzett elméleti elemzések gazdag irodalmába nyújt betekintést, bemutatva a szerző e témában elért saját eredményeit is. Részletesen tárgyalja Neumann nevezetes stacionárius növekedési modelljét, annak közgazdasági és matematikai hátterét, és összeveti a Leontief-féle, input-output megközelítésen nyugvó, zárt stacionárius egyensúlyi modellel. Ennek során általánosítja egyrészt a Neumann-modellt, másrészt megfogalmazza a konstans együtthatós modellek egy általános keretmodelljét. Modern átfogalmazásban bemutatja az újratermelés és az árak makrogazdasági egyensúlyának a klasszikusok (Smith, Ricardo, Marx) elméletén nyugvó és az újabb, Leontief-, Sraffa- és Neumann-típusú modelljeit, lehetővé téve többek között a reálbér és profitráta, illetve a fogyasztás és felhalmozás közötti átváltási (határgörbék), a technikák közötti átváltási és visszaváltási lehetőségek elemzését. Komoly elmélyülést igényel ebben a részben a reducibilis gazdaságok sajátosságait elemző részek megértése.

Néhány megjegyzés a két kötet aktualitásával kapcsolatban

Mivel jelen sorok írójának lehetősége volt a II. kötet alapjául szolgáló kézirat előolvasására, helyénvalónak tűnik a két kötet aktualitásával kapcsolatos első

benyomások ismertetése. Ennek során gyakrabban hivatkozom a II. kötetre, de jó lesz már most tisztázni, hogy annak feldolgozását jelentős mértékben megkönnyíti az I. kötet ismeretanyaga.

Mindenekelőtt arra kell felhívni a figyelmet, hogy a szerző mindkét kötetben szakít az elmélet és gyakorlat egymás ellen történő kijátszásának utóbbi évek során hazánkban sajnálatos módon kialakult hagyományával. E jelenség gyökerei minden bizonnyal a „véleményformáló” közgazdászok nagyobb részének elégtelen felkészültségében rejlenek, ami az egyik, a gyakorlati alkalmazások oldaláról irreleváns elméletek és modellek kidolgozásának vádját eredményezi, a másik oldalon pedig a mélyebb elméleti megalapozást nélkülöző, kalandor-jellegű gyakorlati alkalmazások gyanúját ébreszti. Zalai Ernő könyve meggyőzően mutatja be, milyen messzire lehet jutni, ha valaki az elméletet és gyakorlatot nem egymás ellen, hanem egymás alátámasztása érdekében használja.

Ugyanakkor elsősorban a II. kötet szomorú aktualitását adja Bródy András két évvel ezelőtt bekövetkezett halála. Bródy életműve és a kapcsolódó munkák hazánk szélesebb szakmai közönsége számára kevésbé ismertek. Ennek egyik oka, hogy a politikum által determinált akkori szakma a „kaszon és társadalmon kívüli tudóst” (Zalai (2011)) mellőzni igyekezett: nem lett belőle a Magyar Tudományos Akadémia tagja, és nem kapott egyetemi tanszéket sem. A másik ok, hogy a Bródy munkásságának feldolgozásához szükséges előismeretekkel a többség ma nem is rendelkezik. Ezen segíthet Zalai Ernő könyve, közelebb hozva Bródy munkásságát a szélesebb szakmai közönséghez, ilyen módon tisztelve a 20. század egyik legkiválóbb magyar közgazdászának emléke előtt.

Van azonban a második kötetnek más fajta aktualitása is: Az utóbbi években, elsősorban az EU nyomására, megnőtt az igény a gazdaságpolitikai intézkedések bevezetését megelőző hatástanulmányok iránt, de elmaradt az ezek elkészítésére alkalmas modellek mibenlétének pontos tisztázása. Egyebek mellett ezt a régóta szükséges tisztázást is elősegíti a második kötet. Biztosra vehető, hogy amennyiben a gazdaságpolitika művelői és az annak kritikai elemzését végző szakértők munkájuk során a könyv által rendelkezésre bocsátott tudásbázist használják, melyet a szerző és munkatársai paradox módon eddig csak külföldön tudtak kamatoztatni, ez a makrogazdasági problémákról történő közgondolkodás hazai színvonalának emelkedését fogja magával hozni, aminek szükségességét indokolni fölösleges.

Érdemes továbbá fölvetni a többváltozós, illetve többszektoros megközelítés aktualitásának kérdését. Ezt már csak azért is meg kell tenni, mert úgy tűnik, mintha a főáramú makroökómia más utat követne. Az utóbbi évtizedekben ugyanis széles körben elterjedtek a magasan aggregált, dinamikus, sztochasztikus általános egyensúlyelméleti (DSGE) modelleken nyugvó, makroökómiai jellegű elemzések. Bár ezekben is előfordul több szektor, de a köztük fennálló gazdasági kapcsolatok többnyire Romer (1990) nevezetes endogén növekedési modelljének mintájára a modellföltevések által eleve meghatározottak. Így ezek a modellek nem képesek figyelembe venni a termékek termelőfelhasználásán keresztül létrejövő multiplikátor hatásokat, nem alkal-

masak ágazati szintű elemzésekre, a téves beruházási döntések megragadására. A többszektoros modellek kiküszöbölik a fenti hátrányokat hasznosan kiegészítve a magas szinten aggregált makromodelleket.

Végül szólni kell a könyv oktatás területén történő felhasználásának lehetőségeiről. Mindkét kötetnek elsősorban a PhD képzések, vagy az igényesebb közgazdaságtani mesterképzések vehetik jó hasznát. Az I. kötet haladó szintű mikroökonómia kurzusok alapját képezheti, de jól hasznosítható egy bevezető matematikai közgazdaságtani kurzus során is. A II. kötet egy gyakorlati alkalmazásokra koncentráló, többszektoros makromodellezési, vagy más hangsúlyokkal, egy haladó szintű termelés- és árelméleti kurzus számára nyújthat komoly segítséget. A közgazdászképzésen kívül jól hasznosíthatóak a könyv egyes részei a matematikus doktori képzésben is.

Mindezek alapján jó szívvel ajánlom e két kötetet, elsősorban azoknak, akik az elmúlt évtized gyakran fölösleges vitái után eljutottak arra a felismerésre, hogy sem a közgazdasági elmélet, sem pedig annak gyakorlati alkalmazása nem nélkülözheti a fejlett matematikai apparátus használatát, és a mikro-, illetve makrogazdasági elemzések elméleti és gyakorlati kérdéseivel haladó szinten kívánnak foglalkozni. Meggyőződésem, hogy mindkét kötetet sokat és sokáig fogjuk hasznos kézikönyvként forgatni.

Bessenyei István

Irodalom

1. Romer, Paul, M., Endogenous Technological Change, *The Journal of Political Economy*, Vol. 98, No. 5. (Oct., 1990), pp. S71-S102.
2. Zalai Ernő. Bródy András, a kaszton- és társadalmon kívüli tudós, *SZIGMA*, XLI. 1-2. (2010) 1-11.