VILLAMOSENERGIA BESZERZÉST TÁMOGATÓ MODELLEK[1]

FÜZI ÁKOS – MÁDI-NAGY GERGELY
IP Systems Kft. – ELTE Operációkutatási Tanszék

A villamosenergia kereskedő cégek beszerzési stratégiájának fontos része az előrejelzett nettó keresleti görbe lefedezése határidős termékekkel. A villamosenergia terméket az időbeli elérhetősége írja le. Például egy havi csúcsidőszaki termék az adott hónap munkanapjain 8 és 20 óra közt áll rendelkezésre. A termékek kötési egysége tipikusan MW. A keresleti görbe termék alapú lefedezését három modellben tárgyaljuk: egy mennyiség alapú illetve két költség alapú megközelítésben. Ez utóbbiak közül a második a fogyasztási előrejelzés bizonytalanságát is figyelembe veszi. Míg az első két modell lineáris programozási (LP) feladat, addig a harmadik modell egy nemkonvex, törtfüggvény célfüggvényű, lineáris feltételekkel rendelkező feladat: ez utóbbi megoldására bemutatunk egy algoritmust. Szó esik a megoldások implementációjának technológiai kérdéseiről, illetve az implementált algoritmusok performanciájáról.

1 Bevezetés

Az energiapiaci liberalizáció Magyarországon a villamosenergia piac megnyitásával kezdődött: 2003-ban a nagyobb ipari fogyasztók, majd 2004-ben minden nem-lakossági fogyasztó lehetőséget kapott az áram versenypiaci beszerzésére. 2007 végéig párhuzamosan működött a közüzem és versenypiac. 2008-tól teljessé vált a liberalizáció: innentől a fogyasztók, illetve a villamosenergia-kereskedők szabadpiaci körülmények között szerezhetik be, az erőművek pedig ugyanilyen módon értékesíthetik a villamos energiát. Magyarországon szervezett kereskedésre 2010. július 20-án nyílt lehetőség a HUPX áramtőzsde (2010) beindításával. A fenti folyamatokról jó áttekintést nyújt Kocsi (2008) és Sugár (2011).

A magyar villamosenergia piac szereplői a

- felhasználók: ipari és lakossági fogyasztók,
- termelők: erőművek,
- kereskedők,
  - korlátozott villamosenergia-kereskedelmi engedéllyel rendelkezők (végfelhasználó ellátására nem jogosultak),

[1]Beérkezett: 2012. április 9. E-mail: `fuzi.akos@ipsystems.hu, gergely@cs.elte.hu`

  - villamosenergia-kereskedelmi engedéllyel rendelkezők,

- egyetemes szolgáltatók (villamos energiát –lakossági és a kisüzleti, valamint közintézményi felhasználók részére– hatósági áron értékesítők),
- elosztó hálózati engedélyesek (adott terület hálózatát üzemeltetők),
- átviteli rendszerirányítók (Magyar Villamosenergia-ipari Átviteli Rendszerirányító Zrt.).

A részletes definíciókat a Függelék – illetve a 2007. évi LXXXVI. törvény a villamos energiáról – tartalmazza.

A kereskedelmi engedéllyel rendelkező szereplők egyaránt folytatnak – tőzsdén és azon kívüli– külkereskedelmi, belföldi nagykereskedelmi és kiskereskedelmi tevékenységet. Egy tipikus magyarországi áramkereskedő rendelkezik fogyasztókkal, akik keresletét ki kell szolgálnia, emellett állnak a hosszú- és rövidtávú kereskedelmi szerződései. A fogyasztásra rendelkezésre állnak (rövid- és hosszútávú) előrejelzések. A hosszútávú kereskedelmi szerződésekkel korrigált nettó keresletet az alábbi módokon elégíthetik ki:

- bilaterális szerződéseken keresztül (pl. erőművekkel, más kereskedőkkel),
- tőzsdei kereskedéssel.

A bilaterális szerződések tipikusan sztenderdizált (EFET: European Federation of Energy Traders, lásd EFET 2012) szerződések, melyek éves, negyedéves, havi, heti, napi és napon belüli termékekre vonatkoznak fix, vagy indexelt árakkal. Az európai szövetséghez tartozó kereskedők az OTC piacokon kötött ügyleteiket is EFET szerződések alapján kötik. A szervezett piaci tranzakciók részleteit az energiatőzsdék szabályzatainak megfelelően kötik, ilyen a magyar HUPX is. Fizikai exporttal, vagy importtal járó ügyleteknél az energia szállíttatásához szükség van ún. *határkeresztező kapacitások* megvásárlására is. Míg Magyarországon belüli kereskedésnél nincs szükség kapacitás megvásárlására, addig az országhatárokon átfutó kapacitások szűkösek. Ezen kapacitások beszerzése egyrészt történhet bilaterális szerződésekkel, másrészt tőzsdei aukciókon. Az aukciók szervezője a CAO (2012), az aukció algoritmusáról jó áttekintést nyújt Füzi and Mádi-Nagy (2012).

Az áramkereskedők teljes beszerzési folyamatának optimalizálási modelljei két részre oszthatóak aszerint, hogy a termékek árelőrejelzéseit determinisztikusan vagy sztochasztikusan kezelik. Egyik legteljesebb determinisztikus modell Conejo et al. (2005) dolgozata. A sztochasztikus modellek közül Yan and Yan (2000) dolgozata a beszerzési költség várható értékének minimalizálására törekszik, míg Carrión et al. (2007) dolgozata a költség kockázatának Conditional Value-at-Risk (CVaR) mérőszámát minimalizálja.

A fenti *megközelítések* egyik *hátránya*, hogy megvalósításuk a modell komplexitása miatt igen *költséges*: az áramkereskedő cégek közül csak a nagyobbak engedhetik meg maguknak. Másik hátrány, hogy a modell felépítéséhez a valós üzleti környezetről *rengeteg bemenő információ*ra van szükség: a fogyasztási és tőzsdei árelőrejelzéseken túl le kell képezni az összes bilaterális szerződést –annak árait és lejáratait figyelembe véve–, figyelembe kell venni a saját tulajdonú erőművek költségeit, technológiai és üzleti korlátait, és le kell képezni a cég belső elszámolási rendszerét is. Ahhoz, hogy a mindennapi kereskedésben használható megoldásunk legyen, olyan modellt kell implementálni, mely valós időben képes kezelni a fogyasztói igénybejelentések változásait és a kereskedők kötéseivel folyamatosan változó nyitott pozíciót.

Dolgozatunkban ezeknél jóval egyszerűbb modelleket tárgyalunk. Feltesszük, hogy a kétoldalú szerződések és a külföldi határidős tőzsdei ügyletek adottak (ez utóbbi feltételezés reális lehet egy külföldi cég magyarországi leányvállalata esetén), és a maradék nettó keresletet már csak *a belföldi áramtőzsde termékeiből elégíthetjük ki.*

Feltesszük, hogy a belföldi tőzsde az alábbi termék típusokat kereskedi.

- *Standard (határidős) termékek*: Itt egyrészt adott a termék érvényességi időszaka (pl. 2012. január 1-31.) illetve az adott időszakban a termék elérhetőségének időpontjai. Pl. az "5/7 6-22" termék hétfőtől péntekig reggel hattól este tízig szolgáltat áramot a termék érvényességi időszakában. A termékek mennyiségét MW-ban mérjük.

- *Órás (másnapi) termékek*: A következő nap adott órája időtartamára vásárolható termék.

Ha egy nap folyamán bármely órában a kereskedők fogyasztói több energiát fogyasztottak, mint a kereskedő beszerzett, akkor a különbözetet a rendszerirányító *kiegyenlítő energiával* pótolja. Ennek —az órás termék beszerzésénél általában magasabb— költségét a kereskedő állja. Kiegyenlítő energiával is számoló modellünkben a kiegyenlítő energia árát órától és az órás termékártól függetlenül egy konstans magas árban határozzuk meg.

Megjegyezzük, hogy a valóságban (pl. Magyarországon) a kiegyenlítő energia árának kiszámítására egy több tényezős képlet szolgál. Ennek beépítése lényegesen bonyolítaná modellt illetve további bemeneti adatokat igényelne (pl. teljes villamosenergia rendszer adott órára vonatkozó le- ill. felszabályozásának költsége). A valóság egyszerűsítésének másik oka, hogy a kiegyenlítő energia árának előrejelzése az órás árelőrejelzéseknél lényegesen bonyolultabb feladat. A kiegyenlítő energia árazásába Paizs (2008), míg előrejelzésébe Varga et al. (2006) dolgozata nyújt betekintést.

Az áramkereskedőnek minden nap rendelkezésére áll egy hosszú távú (tipikusan egy éves), órákra lebontott *fogyasztási előrejelzés*e, illetve *órás termékár előrejelzés*e. Ez utóbbi ár idősor előrejelzést szokás *HPFC görbé*nek nevezni. A fentiek alapján a következő stratégiákat szeretné kidolgozni:

1. Év elején, miután a hosszútávú szerződéseket már ismeri, szeretne a nettó keresletre egy *éves beszerzési terv*et készíteni.

2. Minden nap megnézi, hogy az eladott illetve beszerzett termékek mennyiségi különbségei egy adott (havi, negyedéves, éves) horizonton hogyan alakulnak, majd ezeket a *nyitott pozíciókat akarja optimálisan lefedezni* standard (határidős) termékekkel.

Mivel a *nyitott pozíció* általánosabb fogalom, mint a nettó kereslet –ugyanis a túlvásárlást is magában foglalja–, ezért a modellek felírásában inkább ezt használjuk.

Három beszerzési modellt tárgyalunk. Az első mennyiségi alapon fedi le legjobban a nyitott pozíciót standard termékekkel. A másik két modell a nyitott pozíció lefedésének összköltségét minimalizálja, közülük a második modell figyelembe veszi a fogyasztási előrejelzés bizonytalanságát is.

A dolgozat felépítése a következő. A 2. fejezet bemutatja a három modellt. A 3. fejezet tárgyalja a modellek megoldó algoritmusait. A 4. fejezet az első két modell implementációjával kapcsolatos eredményeket mutatja be, míg az utolsó fejezet tartalmazza a tanulságokat illetve további kutatási irányokat.

2 Modellek

Mindhárom modellben egy adott időszak nyitott pozícióit akarjuk lefedni standard termékekkel, bizonyos feltételek mellett, a legoptimálisabban.

A legegyszerűbb ún. *naturália alapú modellben* árakat nem is veszünk figyelembe. A cél, hogy a standard termékeket úgy szerezzük be, hogy az óránkénti hiányok ill. többletek abszolút értékének összege minimális legyen. A modell használatának okai (többek közt) az alábbiak:

- megmutat egy robosztus beszerzési tervet, melyhez a kereskedő viszonyíthatja a finomított (költségalapú modellt használó) beszerzési terveit,
- hosszú távú tervezésnél figyelembe vehetünk olyan standard termékeket is, amelyeknek még nincs áruk a piacon.

A *költség alapú modell*, a beszerzési költséget az alábbi módon számolja. Adottak a standard termékek árai illetve a tervezési horizontra rendelkezésre áll egy eladási és egy vételi órás ár előrejelzés (HPFC görbe). Ez alapján a minimalizálandó összköltség

- a standard termékek beszerzési költségeiből illetve
- az órás hiányok vételi órás árral,
- az órás többletek eladási órás árral számolt költségeiből

tevődik össze. A modell leginkább a nyitott pozíciók napi lefedezésénél használható. A standard termékek árai a napi kereskedésben folyamatosan változnak. A kereskedő a modellt naponta többször is lefuttatja. Az eredmények segítenek annak eldöntésében, hogy az aktuális terméket érdemes-e megvásárolni vagy eladni.

A *kereslet előrejelzési bizonytalanságot figyelembe vevő modell* feltételezi, hogy az órás termékekkel a valós keresletet nem tudjuk tökéletesen lefedni. Emiatt a standard termékek vásárlása utáni maradék nyitott pozíciók egy részét kiegyenlítő energiából kell fedezni, és eszerint kell árazni. Az, hogy a standard termék beszerzés utáni hiányok, többletek mekkora része kiegyenlítő energia, függ:

- a tervezési horizonttól,
- a standard termékek beszerzése utáni hiányok és többletek összmennyiségétől,
- fogyasztónként, az adott fogyasztóhoz (fogyasztói körhöz) tartozó *bizonytalansági faktortól*.

Az alkalmazás futtatása történhet mind hosszú távú tervezésnél, mind nyitott pozíciók napi szintű karbantartásánál. A bizonytalansági faktor finom beállítása történhet múltbeli becsült és valós adatok alapján.

2.1 Hiány-többlet egyensúlyi feltételek

Mivel a keresleti előrejelzés bizonytalan, így az ebben rejlő kockázat csökkentésére a villamosenergia kereskedelemben bevett hüvelykujj szabály, hogy a beszerzés a becsült kereslethez képest kiegyensúlyozottan történjen. A modellekben lehetőséget adunk arra, hogy a hiányok és többletek időszakonkénti arányát (MWh-ban ill. Ft-ban számolva) előre lerögzítsük. Feltételezve, hogy az előrejelzett érték bizonyos százalékban a tényadatok alá ill. fölé megy, így biztosítható hosszútávon a fent említett átlagos kiegyensúlyozottság.

Az időszakot felosztjuk ún. *kiegyensúlyozottsági intervallumokra* (pl. az évet negyedévekre). A feltétel az, hogy úgy vásároljunk standard termékeket, hogy a kiegyensúlyozottsági intervallumokban a hiányok összegének és többletek összegének aránya egy előre adott érték legyen. (Pl. ha ez az arány 1, akkor periódusonként összességében ugyanakkora mennyiségű hiánynak kell lennie, mint többletnek.)

2.2 Bemeneti adatok

A modellek felírásánál szempont volt a *flexibilitás*. Ennek elemei:

- időegység függetlenség: negyedórás, órás, napi felbontású tervezési horizontot egyaránt tudjon kezelni,
- standard termékek szabadon definiálhatóak: nem csak a HUPX-en aktuálisan elérhető termékeket használhatunk, hanem lényegében bármilyen (pl. a tőzsdén később megjelenő) terméket bevehetünk a modellbe.

Ezt szem előtt tartva az alábbi bemeneti adatstruktúrát dolgoztuk ki. Az időszak időegységeit $1, \ldots, T$ indexekkel jelöljük.

- *termekek*: 2-dimenziós tömb. Elemei T hosszú $0-1$ tömbök, melyek a felhasználó által kiválasztott egyes standard termékek (pl. "5/7 6-22") időegységenkénti elérhetőségét mutatják. 0 ha az adott termék nem elérhető, 1 ha elérhető az adott időegységben.

- $hetHoNeEv$: 3-dimenziós tömb. Elemei az adott *terméktípus*ok (pl. heti, havi, negyedéves, éves) elérhető *példány*ait mutatják. Egy terméktípushoz egy kétdimenziós tömb tartozik, melynek elemei kételemű tömbök. Ezek az egyes példányok kezdő és befejező időpontjait mutatják. Pl. {{{1. hét kezdő órája, 1. hét végórája}, {2. hét kezdő órája, 2. hét végórája} ... },{{1. hónap kezdő órája, 1. hónap végórája}, ... }, ... }. *Természetesen a tömb segítségével bármilyen terméktípus definiálható.*

- $termekTipusok$: 2-dimenziós tömb. Termékenkénti $0-1$ tömbök, melyek megadják, hogy mely típusok (pl. heti, havi, negyedéves, éves) elérhetőek az adott termékből.

- $nyitottPoziciok$: 1-dimenziós tömb. Az időegységenkénti nyitott pozíciókat tartalmazza (T hosszú tömb)

- $kiegyintervallumok$: 1 dimenziós tömb. Kiegyensúlyozottsági intervallumok. A (hiányok összmennyisége)$=htarany\times$(többletek összmennyisége) feltételhez tartozó periódushosszak időegységben.

A naturália modell további bemenetei az alábbiak.

- $htarany$: hiányok és többletek előírt aránya (hiányok összmennyisége)$=$ $htarany\times$(többletek összmennyisége).

A költségalapú modellek további bemenetei:

- $htcsucs$: a csúcs időszaki hiányok és többletek órás (vételi ill. eladási) árai összegeinek előírt aránya (csúcs hiányok összára)$=htcsucs\times$(csúcs többletek összára).

- $htnemcsucs$: a nem-csúcs időszaki hiányok és többletek órás (vételi ill. eladási) árai összegeinek előírt aránya. (nem-csúcs hiányok összára)$=$ $htnemcsucs\times$(nem-csúcs többletek összára).

- $csucsNemcsucs$: 1 dimenziós T hosszú tömb. Értéke az adott időpontban 1, ha az időpont csúcs és 0, ha az időpont nem-csúcs.

- $standardAr$: a standard termékek egységárait tartalmazó vektor (Euro/MW), $termekek/termekTipusok/termekPeldanyok$ szerinti felsorolásban.

- $HPFCvetel$: 1 dimenziós T hosszú tömb. Felsorolja a vételi órás árakat. (Mi veszünk.)

- $HPFCeladas$: 1 dimenziós T hosszú tömb. Felsorolja az eladási órás árakat. (Mi adunk el.)

2.3 A lineáris feltételrendszer

A modellek mindegyike az alábbi lineáris feltételrendszerű feladatként fogalmazható meg:

$$\begin{array}{rcl} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x} & \geq & \mathbf{o} \\ f(\boldsymbol{x}) & \rightarrow & \min \end{array} \tag{1}$$

A változók vektora az alábbi részekből áll:

$$\boldsymbol{x}^T = [\boldsymbol{x}^T_{standard},\ \boldsymbol{x}^T_{hiany},\ \boldsymbol{x}^T_{tobblet}],$$

ahol

- $\boldsymbol{x}_{standard}$: standard termékek mennyiségei a *termekek/termekTipusok/termekPeldanyok* szerinti felsorolásban, dimenziója a termékpéldányok száma.
- $\boldsymbol{x}_{hiany}$: a hiányok mennyiségei naturáliában időegységenként. T dimenziós vektor.
- $\boldsymbol{x}_{tobblet}$: a többletek mennyiségei naturáliában időegységenként. T dimenziós vektor.

2.4 Naturália alapú modell

Az adott időszakban a vásárolt standard termékek mennyiségei és a nyitott pozíciók közti *abszolút eltérés*t minimalizáljuk. Ez lényegében megegyezik a hiányok és többletek (előjel nélküli) mennyiségeinek összegével.

A célfüggvény

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x},$$

ahol az $\boldsymbol{x}^T = [\boldsymbol{x}^T_{standard},\ \boldsymbol{x}^T_{hiany},\ \boldsymbol{x}^T_{tobblet}]$ felosztás szerint:

$$\boldsymbol{c}^T = [\mathbf{o}^T\ \mathbf{1}^T\ \mathbf{1}^T]$$

A jobb oldal vektora:

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{poz} \\ \boldsymbol{b}_{ht} \end{bmatrix},$$

ahol

- $\boldsymbol{b}_{poz}$: a nyitott pozíciók időegységenként. (T dimenziós vektor)
- $\boldsymbol{b}_{ht}$: a kiegyensúlyozási intervallumok számával megegyező dimenziójú csupa nulla vektor.

Az együttható mátrix sorai is két részre bonthatóak az alábbi módon:

$$A = \begin{bmatrix} A_{poz} \\ A_{ht} \end{bmatrix}.$$

Az első rész a hiányok és többletek értékeit állítja elő a standard termékek mennyiségei és a nyitott pozíciók függvényében. Eszerint:

$$A_{poz} = [A_{standard},\ I,\ -I],$$

ahol $A_{standard}$: $T \times$ (termékpéldányok száma) méretű mátrix, mely oszlopai $0-1$ vektorok, és az egyes termékpéldányok időegységenkénti elérhetőségét mutatják. I: $T \times T$ méretű egységmátrix. A második rész a (hiányok összmennyisége)=$htarany\times$(többletek összmennyisége) relációkat írja le kiegyensúlyozási intervallumonként. Eszerint az A_{ht} mátrix i-edik sora az $\boldsymbol{x}^T = [\boldsymbol{x}^T_{standard},\ \boldsymbol{x}^T_{hiany},\ \boldsymbol{x}^T_{tobblet}]$ felosztás szerint:

$$[\mathbf{o}^T,\ \boldsymbol{v}^T,\ -htarany \cdot \boldsymbol{v}^T],$$

ahol a $\boldsymbol{v}$ vektor koordinátái az i-edik kiegyensúlyozottsági intervallum időegységeiben 1-ek, máshol nullák.

2.1. Példa. *A bemenő adataink legyenek a következők.*

$$termekek = \{\{1,1,1,1,1\},\{1,1,1,0,0\}\},$$

$$hetHoNeEv = \{\{\{1,2\},\{3,4\}\},\{\{1,5\}\}\},$$

$$termekTipusok = \{\{1,1\},\{0,1\}\},$$

$$nyitottPoziciok = \{1,2,3,4,5\}$$

$$htarany = 2$$

$$kiegyintervallumok = \{2,3\}$$

Ezek után a termék példányok az alábbiak szerint következnek: 1.termék/heti/1.hét, 1.termék/heti/2.hét, 1.termék/havi/1.hónap, 2.termék/havi/1.hónap. Eszerint a változók vektora:

$$\boldsymbol{x}^T = \left[x^{(1)}_{standard} \dots x^{(4)}_{standard} | x^{(1)}_{hiany} \dots x^{(5)}_{hiany} | x^{(1)}_{tobblet} \dots x^{(5)}_{tobblet}\right]$$

A célfüggvény vektora:

$$\boldsymbol{c}^T = [0\ 0\ 0\ 0|\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1|1\ 1\ 1\ 1\ 1]$$

Az együttható mátrix és a jobb oldal vektora:

$$A = \left[\begin{array}{cccc|ccccc|ccccc}
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -2 & -2 & -2
\end{array}\right] \quad \boldsymbol{b} = \left[\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ \hline 0 \\ 0 \end{array}\right]$$

A függőleges vonalak az $[\boldsymbol{x}^T_{standard}, \boldsymbol{x}^T_{hiany}, \boldsymbol{x}^T_{tobblet}]$ *felosztást, míg a vízszintes vonalak a* $\begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{poz} \\ \boldsymbol{b}_{ht} \end{bmatrix}$, *szerinti felosztást mutatják.*

2.1. Tétel. *Az*

$$A_{poz}\boldsymbol{x} \;=\; \boldsymbol{b}_{poz} \tag{2}$$

feltételrendszer, a nemnegativitási kritériummal és a célfüggvény minimalizálásával biztosítja, hogy adott $\boldsymbol{x}_{standard}$ *értékek mellett az* $\boldsymbol{x}_{hiany}$ *és* $\boldsymbol{x}_{tobblet}$ *vektorok valóban az időszakonkénti hiányokat és többleteket mutassák.*

Bizonyítás. Látható, hogy $(\boldsymbol{x}_{hiany} - \boldsymbol{x}_{tobblet})$ a nyitott pozíció és a megvásárolt standard árammennyiség különbsége.

Először tegyük fel, hogy az i-edik időpontban $(i = 1, \ldots, T)$ s_i mennyiségű hiányunk van. Ekkor

$$x^{(i)}_{hiany} - x^{(i)}_{tobblet} = s_i,$$

ebből következik, hogy

$$x^{(i)}_{hiany} + x^{(i)}_{tobblet} = s_i + 2 \cdot x^{(i)}_{tobblet} \tag{3}$$

Adott $\boldsymbol{x}_{standard}$ mellett s_i is adott, így a célfüggvényben szereplő $x^{(i)}_{hiany} + x^{(i)}_{tobblet}$ összeget pontosan a (3) egyenlet határozza meg. A célfüggvény minimalizáslása esetén $(x^{(i)}_{hiany} + x^{(i)}_{tobblet})$-nak is minimálisnak kell lennie, ez pedig (3) szerint akkor következik be, ha $x^{(i)}_{tobblet} = 0 \Rightarrow x^{(i)}_{hiany} = s_i$.

Ha pedig az i-edik időpontban $(i = 1, \ldots, T)$ l_i mennyiségű többletünk van, akkor

$$x^{(i)}_{hiany} - x^{(i)}_{tobblet} = -l_i,$$

ebből következik, hogy

$$x^{(i)}_{tobblet} + x^{(i)}_{hiany} = l_i + 2 \cdot x^{(i)}_{hiany} \tag{4}$$

Adott $\boldsymbol{x}_{standard}$ mellett l_i is adott, így a célfüggvényben szereplő $x^{(i)}_{hiany} + x^{(i)}_{tobblet}$ összeget pontosan a (4) egyenlet határozza meg. A célfüggvény minimalizálása esetén $(x^{(i)}_{hiany} + x^{(i)}_{tobblet})$-nak is minimálisnak kell lennie, ez pedig (4) szerint akkor következik be, ha $x^{(i)}_{hiany} = 0 \Rightarrow x^{(i)}_{tobblet} = l_i$. QED

2.2. Következmény. *Az* $A_{ht}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}_{ht}$ *feltételt a feladathoz véve az alábbi esetek fordulhatnak elő:*

1. *ha létezik az előírt hiány-többlet arányhoz tartozó megoldás, akkor a (1) feladat megoldása valóban teljesíti a hiányok és többletek kiegyensúlyozottsági intervallumonkénti arányát,*

2. *ha nem létezik az előírt hiány-többlet arányhoz tartozó megoldás, akkor*

   (a) vagy nem lesz az (1) feladatnak megengedett megoldása,

(b) vagy ha mégis van az (1) feladatnak megengedett megoldása, akkor az optimális megoldásban lesz olyan $x^{(i)}_{hiany}, x^{(i)}_{tobblet}$ *pár, melynek egyik tagja sem nulla. Így ekkor sem az* $x^{(i)}_{hiany}$ *sem az* $x^{(i)}_{tobblet}$ *nem a valós hiányt ill. többletet mutatja.*

2.3. Következmény. *Az (1) feladat megoldása után le kell ellenőrizni, hogy az*

$$x^{(i)}_{hiany} \cdot x^{(i)}_{tobblet} = 0, \quad i = 1, \ldots, T, \tag{5}$$

komplementaritási feltételek teljesülnek-e. Ha nem, akkor nem létezik az előírt hiány-többlet arányhoz tartozó megoldás.

2.5 Költség alapú modell

A beszerzés költségét kell minimalizálni, ahol a standard termékek mellett az adott időszaki hiányokat vételi órás áron, a többleteket negatív eladási áron számoljuk.

Az időszakot felosztjuk kiegyensúlyozottsági intervallumokra A feltétel az, hogy úgy vásároljunk standard termékeket, hogy a kiegyensúlyozottsági intervallumok csúcs és nem-csúcs időszakaiban – külön-külön – a hiányok időegységenkénti vételi órás áraiból számolt költségek és többletek időegységenkénti eladási órás áraiból számolt bevételek aránya egy-egy előre adott érték legyen.

A célfüggvény vektora az $\boldsymbol{x}^T = [\boldsymbol{x}^T_{standard}, \ \boldsymbol{x}^T_{hiany}, \ \boldsymbol{x}^T_{tobblet}]$ felosztás szerint:

$$\boldsymbol{c}^T = [\boldsymbol{c}^T_{standard}, \ \boldsymbol{c}^T_{hiany} \quad -\boldsymbol{c}^T_{tobblet}],$$

ahol

- $\boldsymbol{c}_{standard}$: (standard) termékek árai a *termekek/termekTipusok/termekPeldanyok* szerinti felsorolásban, dimenziója a termékpéldányok száma. Az árakat a *standardAr* tömbből nyerjük.
- $\boldsymbol{c}_{hiany}$: a hiányok vételi árai időegységenként, T dimenziós vektor. Az árakat a $HPFCveteli$ tömbből nyerjük.
- $\boldsymbol{c}_{tobblet}$: a többletek eladási árai időegységenként, T dimenziós vektor. Az árakat a $HPFCeladasi$ tömbből nyerjük.

A jobb oldal vektora:

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{poz} \\ \boldsymbol{b}_{htcsucs} \\ \boldsymbol{b}_{htnemcsucs} \end{bmatrix},$$

ahol

- $\boldsymbol{b}_{poz}$: a nyitott pozíciók időegységenként. (T dimenziós vektor)

- $\boldsymbol{b}_{htcsucs}$: a kiegyensúlyozottsági intervallumok számával megegyező dimenziójú csupa nulla vektor.
- $\boldsymbol{b}_{htnemcsucs}$: a kiegyensúlyozottsági intervallumok számával megegyező dimenziójú csupa nulla vektor.

Az együttható mátrix sorai is három részre bonthatóak az alábbi módon:

$$A = \begin{bmatrix} A_{poz} \\ A_{htcsucs} \\ A_{htnemcsucs} \end{bmatrix}.$$

Az első rész a hiányok és többletek értékeit állítja elő a standard termékek mennyiségei és a nyitott pozíciók függvényében, ugyanúgy, ahogy a naturália modell (2) feltételrendszere.

A második rész a (csúcs hiányok összköltsége)=$htcsucs\times$(csúcs többletek összköltsége) relációkat írja le kiegyensúlyozottsági intervallumonként, míg a harmadik rész a (nem-csúcs hiányok összköltsége)=$htnemcsucs\times$(nem- csúcs többletek összköltsége) relációkat írja le kiegyensúlyozottsági intervallumonként.

Eszerint az $A_{htcsucs}$ mátrix i-edik sora az $\boldsymbol{x}^T = [\boldsymbol{x}^T_{standard}, \boldsymbol{x}^T_{hiany}, \boldsymbol{x}^T_{tobblet}]$ felosztás szerint:

$$[\mathbf{o}^T, \ \boldsymbol{u}^T_{veteli}, \ -htcsucs \cdot \boldsymbol{u}^T_{eladasi}],$$

ahol az $\boldsymbol{u}_{veteli}$ vektor koordinátái az i-edik kiegyensúlyozottsági intervallum csúcs időegységeiben órás vételi árai, máshol pedig nullák, míg az $\boldsymbol{u}_{eladasi}$ vektor koordinátái az i-edik kiegyensúlyozottsági intervallum csúcs időegységei órás eladási árai, máshol pedig nullák.

Hasonlóan az $A_{htnemcsucs}$ mátrix i-edik sora az $\boldsymbol{x}^T = [\boldsymbol{x}^T_{standard}, \boldsymbol{x}^T_{hiany}, \boldsymbol{x}^T_{tobblet}]$ felosztás szerint:

$$[\mathbf{o}^T, \ \boldsymbol{v}^T_{veteli}, \ -htnemcsucs \cdot \boldsymbol{v}^T_{eladasi}],$$

ahol a $\boldsymbol{v}_{veteli}$ vektor koordinátái az i-edik kiegyensúlyozottsági intervallum nem-csúcs időegységei órás vételi árai, máshol pedig nullák, míg a $\boldsymbol{v}_{eladasi}$ vektor koordinátái az i-edik kiegyensúlyozottsági intervallum nem-csúcs időegységei órás eladási árai, máshol pedig nullák.

2.2. Példa. *A bemenő adataink legyenek a következők.*

$$termekek = \{\{1,1,1,1,1\}, \{1,1,1,0,0\}\},$$

$$hetHoNeEv = \{\{\{1,2\}, \{3,4\}\}, \{\{1,5\}\}\},$$

$$termekTipusok = \{\{1,1\}, \{0,1\}\},$$

$$nyitottPoziciok = \{1,2,3,4,5\}$$

$$htcsucs = 2$$

$$htnemcsucs = 3$$

$$csucsNemcsucs = \{0, 0, 0, 1, 1\}$$

$$kiegyintervallumok = \{2, 3\}$$

$$standardAr = \{24, 38, 88, 39\}$$

$$HPFCvetel = \{12, 14, 16, 24, 27\}$$

$$HPFCeladas = \{10, 12, 14, 22, 25\}$$

Ezek után a termék példányok az alábbiak szerint következnek: 1.termék/heti/1.hét, 1.termék/heti/2.hét, 1.termék/havi/1.hónap, 2.termék/havi/1.hónap. Eszerint a változók vektora:

$$\boldsymbol{x}^T = [x^{(1)}_{standard} \dots x^{(4)}_{standard} | x^{(1)}_{hiany} \dots x^{(5)}_{hiany} | x^{(1)}_{tobblet} \dots x^{(5)}_{tobblet}]$$

A célfüggvény vektora:

$$\boldsymbol{c}^T = [24\ 38\ 88\ 39|\ 12\ 14\ 16\ 24\ 27|\ -10\ \ -12\ \ -14\ \ -22\ \ -25]$$

Az együttható mátrix és a jobb oldal vektora:

$$\mathrm{A} = \left[\begin{array}{cccc|ccccc|ccccc}
1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 27 & 0 & 0 & 0 & -44 & -50 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 14 & 0 & 0 & 0 & -30 & -36 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & -42 & 0 & 0
\end{array}\right] \quad b = \left[\begin{array}{c}
1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0
\end{array}\right]$$

A függőleges vonalak az $(\boldsymbol{x}^T_{standard},\ \boldsymbol{x}^T_{hiany},\ \boldsymbol{x}^T_{tobblet})$ *felosztást, míg a vízszintes vonalak a* $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{poz} \\ \boldsymbol{b}_{htcsucs} \\ \boldsymbol{b}_{htnemcsucs} \end{bmatrix}$ *szerinti felosztást mutatják. Természetesen a hatodik* $0 = 0$ *feltétel mindig teljesül, csak a logikai felépítés szemléltetése miatt nem hagytuk ki.*

2.6 A kereslet előrejelzési bizonytalanságot figyelembe vevő modell

Az órás árak előrejelzésének (HPFC görbe generálásának) idősor alapú módszerei (lásd pl. Conejo et al. 2005b, Marossy 2010) alkalmasak scenáriók generálására és ezen keresztül az árelőrejelzés kockázatának mérésére, kezelésére. Ezzel szemben a kereslet előrejelzésének gyakorlatban is használt modelljei, statisztikai módszertanok helyett, neurális hálókat használnak (lásd pl. Hippert 2001). Emiatt a keresleti görbék valószínűségi eloszlásáról keveset tudunk mondani, és ennek következtében a kereslet előrejelzés kockázatát is nehezen tudjuk mérni.

A kockázat egzakt mérése helyett az előrejelzési bizonytalanságot az alábbi empirikus meggondolások alapján szerepeltetjük a modellben. Feltesszük, hogy az előrejelzés pontatlansága miatt a hiányoknak illetve többleteknek csak egy részét tudjuk piaci órás áron megvenni illetve eladni, a többi részt kiegyenlítő energiaként kell megvennünk, illetve többlet esetén elveszik. Az órás termékek arányát a standard termékek beszerzése utáni maradék keresletben az alábbi formulával számoljuk:

$$
\begin{aligned}
\text{"órás arány"} &= 1 - kockazatiFaktor \times \\
&\times \frac{2T}{\text{egy év időegység szerinti hossza}} \times \\
&\times \frac{\text{nyitott pozíciók összege}}{\text{hiányok és többletek (előjel nélküli) összege}},
\end{aligned} \tag{6}
$$

ahol a $kockazatiFaktor$ a fogyasztói portfólió éves előrejelzés bizonytalanságára jellemző tényező.

A formula az alábbi tapasztalati meggondolások alapján született.

- A bizonytalansági faktor két dologból adódik össze. Az első rész az alábbi elszámolási problémából adódik: míg termékek csak órás időintervallumokra adottak, addig a fogyasztást a villamosenergia rendszer irányítója negyedórás intervallumokban számolja el, így valamennyi kiegyenlítő energiát mindenképp be kell szerezni. Emiatt a faktor egyik fele a negyedórás-órás átlag eltérés nagyságát tükrözi. A faktor másik fele a fogyasztók viselkedésének kiszámíthatatlanságából adódik. Pl. közlekedési vállalatnál alacsony, ívkemencét használó öntödénél magas. Minél nagyobb a faktor, annál kisebb az órás termékek aránya.
- A képlet második sora azt tükrözi, hogy a tervezési horizont (T) növelésével, az előrejelzés bizonytalansága is nő.
- A képlet utolsó sora azon a tényen alapul, hogy minél jobban közelít a standard termékekkel történt lefedés, *arányaiban* annál nagyobb lesz a kiegyenlítő energia a lefedetlen mennyiségből.

A modellben a korlátozó feltételek megegyeznek a költség alapú modell feltételeivel. A célfüggvényben a vásárlás költségét kell minimalizálni, ahol

- a standard termékeket saját árukon,
- az adott időszaki hiányok "órás arány" szerinti részét vételi órás áron, a maradékot pedig kiegyenlítő energia áron számoljuk,
- a többletek "órás arány" szerinti részét negatív eladási áron számoljuk, a maradékot veszteségként letudjuk.

A célfüggvény képletéhez egyrészt szükség lesz az alábbi $\boldsymbol{c}$ árvektorra:

$$\boldsymbol{c}^T = [\boldsymbol{c}^T_{standard}, \ \boldsymbol{c}^T_{hiany}, \ \ -\boldsymbol{c}^T_{tobblet}],$$

ahol

- $\boldsymbol{c}_{standard}$: a standard termékek árai a *termekek/termekTipusok/termekPeldanyok* szerinti felsorolásban, dimenziója a termékpéldányok száma. Az árakat a *standardAr* tömbből nyerjük.
- $\boldsymbol{c}_{hiany}$: a hiányok vételi árai időegységenként, T dimenziós vektor. Az árakat a $HPFCvetel$ tömbből nyerjük.
- $\boldsymbol{c}_{tobblet}$: a többletek eladási árai időegységenként, T dimenziós vektor. Az árakat a $HPFCeladas$ tömbből nyerjük.

A kiegyenlítő termék egységárát jelöljük $c_{kiegyenlito}$-szal, tehát legyen

$$c_{kiegyenlito} = kiegyenlitoAr$$

Az órás arány felírásához vezessük be az alábbi tényezőt:

$$R := kockazatiFaktor \times \frac{2T}{\text{egy év időegység szerinti hossza}} \times \text{nyitott pozíciók összege}$$

Vegyük észre, hogy R a modell felírásakor kiszámolható (nem függ az $\boldsymbol{x}$ változóktól). Ekkor

$$\text{"órás arány"} = 1 - \frac{R}{\boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{hiany} + \boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}},$$

Eszerint a bizonytalanságot figyelembe vevő költséget mutató célfüggvény:

$$f(\boldsymbol{x}) = \left(1 - \frac{R}{\boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{hiany} + \boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}}\right) \left(\boldsymbol{c}_{hiany}^T \boldsymbol{x}_{hiany} - \boldsymbol{c}_{tobblet}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}\right) +$$

$$+ \boldsymbol{c}_{standard}^T \boldsymbol{x}_{standard} + \frac{R}{\boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{hiany} + \boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}} c_{kiegyenlito} \left(\boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{hiany}\right).$$

A célfüggvény egyszerűbb alakra is hozható:

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} + \frac{R\left(\left(\boldsymbol{1}^T c_{kiegyenlito} - \boldsymbol{c}_{hiany}^T\right) \boldsymbol{x}_{hiany} + \boldsymbol{c}_{tobblet}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}\right)}{\boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{hiany} + \boldsymbol{1}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}} \tag{7}$$

2.3. Példa. *A bemenő adataink legyenek a következők.*

$$termekek = \{\{1,1,1,1,1\},\{1,1,1,0,0\}\},$$

$$hetHoNeEv = \{\{\{1,2\},\{3,4\}\},\{\{1,5\}\}\},$$

$$termekTipusok = \{\{1,1\},\{0,1\}\},$$

$$nyitottPoziciok = \{1,2,3,4,5\}$$

$$htcsucs = 2$$

$$htnemcsucs = 3$$

$$csucsNemcsucs = \{0,0,0,1,1\}$$

$$kiegyintervallumok = \{2, 3\}$$
$$standardAr = \{24, 38, 88, 39\}$$
$$HPFCvetel = \{12, 14, 16, 24, 27\}$$
$$HPFCeladas = \{10, 12, 14, 22, 25\}$$
$$kockazatiFaktor = 1$$
$$kiegyenlitoAr = 50$$

Feltesszük még, hogy egy év 30 *időegységből áll.*

Ezek után a termék példányok az alábbiak szerint következnek: 1.termék/heti/1.hét, 1.termék/heti/2.hét, 1.termék/havi/1.hónap, 2.termék/havi/1.hónap. Eszerint a változók vektora:

$$\boldsymbol{x}^T = [x^{(1)}_{standard} \dots x^{(4)}_{standard} | x^{(1)}_{hiany} \dots x^{(5)}_{hiany} | x^{(1)}_{tobblet} \dots x^{(5)}_{tobblet}]$$

Az együttható mátrix és a jobb oldal vektora:

$$\mathrm{A} = \left[\begin{array}{cccc|ccccc|ccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 27 & 0 & 0 & 0 & -44 & -50 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 14 & 0 & 0 & 0 & -30 & -36 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 & -42 & 0 & 0 \end{array}\right] \quad b = \left[\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \end{array}\right]$$

A függőleges vonalak az $(\boldsymbol{x}^T_{standard}, \boldsymbol{x}^T_{hiany}, \boldsymbol{x}^T_{tobblet})$ *felosztást, míg a vízszintes vonalak a* $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{b}_{poz} \\ \boldsymbol{b}_{htcsucs} \\ \boldsymbol{b}_{htnemcsucs} \end{bmatrix}$ *szerinti felosztást mutatják. Természetesen a hatodik* $0 = 0$ *feltétel mindig teljesül, csak a logikai felépítés szemléltetése miatt nem hagytuk ki.*

A célfüggvény formulája együtthatói az alábbiak.

$$\boldsymbol{c}^T = [24\ 38\ 88\ 39|\ 12\ 14\ 16\ 24\ 27|\ -10\ \ -12\ \ -14\ \ -22\ \ -25]$$

$$c_{kiegyenlito} = 50$$

$$R = 0.01 \frac{2 \cdot 5}{30}(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 0.05$$

Eszerint a célfüggvény:

$$f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{c}^T \boldsymbol{x} + \frac{0.05 \left(\left(\mathbf{1}^T 50 - \boldsymbol{c}^T_{hiany} \right) \boldsymbol{x}_{hiany} + \boldsymbol{c}^T_{tobblet} \boldsymbol{x}_{tobblet} \right)}{\mathbf{1}^T \boldsymbol{x}_{hiany} + \mathbf{1}^T \boldsymbol{x}_{tobblet}} =$$

$$= 24x^{(1)}_{standard} + \dots + 39x^{(4)}_{standard} + 12x^{(1)}_{hiany} + \dots + 27x^{(5)}_{hiany} - 10x^{(1)}_{tobblet} - \dots -$$

$$- 25x^{(5)}_{tobblet} + 0.05 \frac{38x^{(1)}_{hiany} + \dots + 23x^{(5)}_{hiany} + 10x^{(1)}_{tobblet} + \dots + 25x^{(5)}_{tobblet}}{x^{(1)}_{hiany} + \dots + x^{(5)}_{hiany} + x^{(1)}_{tobblet} + \dots + x^{(5)}_{tobblet}}$$

2.7 Alternatív optimumok

Mindhárom modell esetén előfordulhat, hogy a feladatnak több optimális megoldása lesz. Erre egy természetes példa, ha naturália modellben a zsinór termékből (egész időszak alatt 0-24 óráig elérhető termék) rendelkezésünkre áll 1. havi, 2. havi, 3. havi és 1. negyedévi termékpéldány is. Ekkor ha a beszerzett 1. negyedévi termékmennyiséget ugyanannyival csökkentjük, mint amennyivel a beszerzett első 3 havi termékmennyiséget növeljük, az óránkénti vásárolt mennyiségek nem változnak. Tehát, például 100 MW 1. negyedévi termék és egyenként 50-50 MW 1., 2. és 3. havi termék beszerzése egyenértékű 80 MW 1. negyedévi termék és egyenként 70-70 MW 1., 2. és 3. havi termék beszerzésével.

A probléma megoldására érdemes egy *másodlagos célfüggvényt* tekinteni: a *kötések számát* (MW-ban számolva). Tehát –például a naturália modell esetén– a minimális abszolút eltérést biztosító beszerzések közül azt választjuk, ahol a standard termékekre vonatkozó kötések száma minimális. Tegyük fel, hogy az (1) feladat megoldása során kapott optimális célfüggvény érték z_{opt}. Ekkor az optimális megoldások közül a legkisebb kötésszámút az alábbi LP feladat megoldása adja meg:

$$\begin{array}{rcl} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} & \leq & z_{opt} \\ \boldsymbol{x} & \geq & \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^T\boldsymbol{x}_{standard} & \rightarrow & min \end{array} \tag{8}$$

3 Megoldó algoritmusok

3.1 Naturália alapú és a költség alapú modell

A 2.4 és 2.5 szakaszok matematikai modelljei *lineáris programozási (LP) feladatok*. Ennek a feladattípusnak a megoldására számos algoritmus áll a rendelkezésünkre, ezek a gyakorlatban két lényeges családra oszthatók:

- *pivot algoritmusok*: pl. primál és duál szimplex módszer, lásd Dantzig (1998),
- *belső pontos algoritmusok*: a legelső ilyen módszer Karmarkar (1984) cikkéhez köthető. Részletesebb áttekintés Ye (1997) könyvében található.

Az eredeti feladatok megoldásához, hatékonysága miatt, valamely belső pontos algoritmus ajánlott.

Az alternatív optimumok közül a minimális kötésszámú megoldást szolgáltató (8) LP feladat megoldását érdemes az eredeti feladat optimális megoldásából indítani. Erre viszont a pivot algoritmusok alkalmasak. Ezért az (8) feladat megoldásához egy szimplex módszert indítunk az optimális megoldás bázisából.

3.2 Előrejelzési bizonytalanságot figyelembe vevő modell

A modell feltételei továbbra is lineárisak. A célfüggvény viszont egy lineáris és egy lineáris törtfüggvény összege. Az ilyen típusú feladatok megoldó algoritmusai a korlátozó feltételekkel meghatározott megengedett tartományról általában felteszik, hogy kompakt. Feladatunkban ez sajnos nem teljesül, mivel az $\boldsymbol{x}_{tobblet}$ vektorok és így az $\boldsymbol{x}_{standard}$ komponensei is bármilyen nagy értéket felvehetnek. Ahhoz, hogy a megengedett tartományt kompakttá tegyük, valamilyen további, a gyakorlati alkalmazhatóságot nem korlátozó feltételre van szükség. Egyik lehetséges ilyen feltétel, hogy *a többletek egyik időegységben sem lehetnek magasabbak, mint a legnagyobb nyitott pozíció értéke.* Tehát legyen

$$b_{max} = \text{nyitott pozíciók maximuma}$$

A vizsgált feladat ezután:

$$\begin{array}{ccc} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}_{tobblet} & \leq & b_{max}\mathbf{1} \\ \boldsymbol{x} & \geq & \mathbf{0} \\ f(\boldsymbol{x}) & \rightarrow & \min \end{array}$$

Jelölje a megengedett tartományt S, tehát

$$S = \{\boldsymbol{x} \mid A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{x}_{tobblet} \leq b_{max}\mathbf{1},\ \boldsymbol{x} \geq \mathbf{0}\}$$

A megoldandó feladat pedig írható

$$\min\{f(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in S\} \tag{9}$$

alakban.

Megvizsgálva a (7) célfüggvényt, azt találjuk, hogy *az $f(\boldsymbol{x})$ függvény is se nem konvex (se nem konkáv), se nem rendelkezik más egyéb konvexitási tulajdonsággal, amely alapján a klasszikus nemlineáris programozási algoritmusok alkalmazhatóak lennének rájuk.* A célfüggvényünkhöz hasonló lineáris plusz lineáris törtfüggvények konvexitási tulajdonságairól lásd Schaible (1977).

A hatékony algoritmusok nagy része a *globális optimalizálásban használt korlátozás-és-szétválasztás* technikán alapul, melynek az alábbi változatát használjuk

Korlátozás-és-szétválasztás algoritmusa

Az alábbi feladatot akarjuk megoldani

$$\max\{f(\boldsymbol{x}) \mid \boldsymbol{x} \in X\},$$

ahol az $f(\boldsymbol{x})$ függvényről feltesszük, hogy folytonos, az X halmaz pedig konvex, kompakt.

0. lépés. Legyen $\varepsilon > 0$ tűrési paraméter, ennyivel térhetünk el a célfüggvény valódi optimális értékétől. Legyen $L = -\infty$ alsó korlát a maximumra. Jelölje a relaxált (rész)feladatok indexei halmazát $\mathcal{J} := \{1\}$. $X := X^1$, $k := 1$.

1. lépés. Ha $\mathcal{J} = \emptyset$, akkor menjünk a 4. lépésre. Különben válasszunk valamilyen – később specifikált – szabály alapján egy $j \in \mathcal{J}$ indexet. $\mathcal{J} := \mathcal{J} \setminus \{j\}$. Vegyük egy *konkáv* $g_j(\boldsymbol{x})$ függvényt, mely az X^j tartományon nem kisebb az $f(\boldsymbol{x})$ célfüggvénynél. Az ezzel a célfüggvénnyel felírt feladatot nevezzük az eredeti feladat *relaxációjának* és jelöljük P^j-gyel. Oldjuk meg a P^j feladatot, legyen az optimuma $\boldsymbol{x}_j$.

2. lépés. *(korlátozás)* Ha $g_j(\boldsymbol{x}_j) - L \le \varepsilon$ akkor menjünk az 1. lépésre . Különben ha $f(\boldsymbol{x}_j) > L$ akkor $L := f(\boldsymbol{x}_j)$ és $\boldsymbol{x}^* := \boldsymbol{x}_j$.

3. lépés. *(szétválasztás)* Legyen $X^j = X^{2k} \cup X^{2k+1}$, ahol $X^{2k} \cap X^{2k+1} = \emptyset$. $\mathcal{J} := \mathcal{J} \cup \{2k, 2k+1\}$, $k := k+1$. Menjünk az 1. lépésre.

4. lépés. Készen vagyunk, $\boldsymbol{x}^*$ (ε-)optimális megoldás.

Természetesen a fenti algoritmussal előfordulhat, hogy nem ér véget véges sok lépésben: az X tartományt bármennyi részre osztva sem kapunk ε közeli alsó és felső korlátokat az optimumra. Az algoritmus végessége (és hatékonysága), az eredeti $f(\boldsymbol{x})$ függvényen és X tartományon kívül, elsősorban az alábbiaktól függ:

- a felülről becslő konkáv $g_j(\boldsymbol{x})$ függvények megválasztásától, illetve
- az X^j halmazok felosztásának módjától.

Esetünkre, ahol az $f(\boldsymbol{x})$ függvény lineáris törtfüggvények összege, az X tartomány pedig nemüres politóp (korlátos poliéder), többek közt Konno and Fukaishi (2000) és Kuno (2002) adott véges lépésszámú korlátozás-és-szétválasztás algoritmust.

Mi a probléma megoldásához Kuno (2002) módszerét választottuk, mivel ennek kivitelezéséhez továbbra is csak LP megoldóra lesz szükség. A hivatkozott dolgozatban az algoritmus egy maximalizáló (egyébként pedig általánosabb) feladatra van felírva, ezért a módszer lépéseit saját feladatunkra lepésről lépésre leírjuk. A megoldandó feladat:

$$\begin{array}{ccc} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}_{tobblet} & \le & b_{max}\mathbf{1} \\ \boldsymbol{x} & \ge & \mathbf{0} \\ \left(\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} + \frac{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}}\right) & \to & \min \end{array} \tag{10}$$

Ahol esetünkben az A mátrix és a $\boldsymbol{b}$ vektor a (1) feladatból származik, míg b_{max} a $\boldsymbol{b}_{poz}$ vektor legnagyobb komponense. Ezenkívül a célfüggvény megegyezik a (7) képlettel, tehát az új jelölések:

$$\boldsymbol{d}^T = \left[\mathbf{0}^T,\ R\left(\mathbf{1}^T c_{kiegyenlito} - \boldsymbol{c}^T_{hiany}\right),\ R\boldsymbol{c}^T_{tobblet})\right],$$

$$\boldsymbol{e}^T = \left[\mathbf{0}^T,\ \mathbf{1}^T,\ \mathbf{1}^T\right].$$

A megengedett tartományt jelölje

$$S = \{\boldsymbol{x} |\ A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b},\ \boldsymbol{x}_{tobblet} \leq b_{max}\mathbf{1},\ \boldsymbol{x} \geq \mathbf{0}\}$$

Feltesszük (esetünkben leellenőrizzük az (1) költség alapú feladat megoldásával), hogy az S nemüres, (nyilván korlátos) és

$$\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x} > 0,\ \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x} > 0,\ \boldsymbol{x} \in S.$$

Esetünkben ez utóbbi feltétel azt jelenti, hogy a nyitott pozíciót nem lehet teljesen pontosan lefedni, ami az (1) költség alapú feladat megoldásából ugyancsak kiderül.

Kuno (2002) algoritmusa maximalizáló feladatra működik. Így a mi feladatunkat is át kéne alakítani a feltételeknek megfelelő ekvivalens maximalizáló feladattá. Ehhez először számoljuk ki az alábbit:

$$+\infty > M = \max\left\{\frac{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}} |\ \boldsymbol{x} \in S\right\}, \tag{11}$$

a végesség S korlátosságából és a célfüggvény S-en való folytonosságából adódik. A (11) feladat Charnes és Cooper (1962) szerint visszavezethető LP feladatra az alábbiak szerint. Legyen

$$z = \frac{1}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}},\quad y = z\boldsymbol{x}.$$

Ekkor a (17) ((18)) feladat ekvivalens az alábbi LP-vel

$$\begin{array}{ccc} A\boldsymbol{y} - \boldsymbol{b}z & = & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{y}_{tobblet} - b_{max}\mathbf{1}z & \leq & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{y}, z & \geq & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{d}^T\boldsymbol{y} & \rightarrow & \max \end{array} \tag{12}$$

Ezek után az eredeti (10) ekvivalens az alábbi feladattal:

$$\begin{array}{ccc} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}_{tobblet} & \leq & b_{max}\mathbf{1} \\ \boldsymbol{x} & \geq & \mathbf{0} \\ \left(-\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} + (M+1) - \frac{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}}\right) & \rightarrow & \max \end{array} \tag{13}$$

A célfüggvény második tagját átalakítva:

$$(M+1) - \frac{\boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}} = \frac{(M+1)(\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{d}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}} = \frac{((M+1)\boldsymbol{e}^T - \boldsymbol{d}^T)\,\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}}$$

Az

$$\boldsymbol{f}^T = (M+1)\boldsymbol{e}^T - \boldsymbol{d}^T$$

helyettesítéssel, már az ekvivalens feladat

$$\begin{array}{ccc} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}_{tobblet} & \leq & b_{max}\mathbf{1} \\ \boldsymbol{x} & \geq & \mathbf{0} \\ \left(-\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x} + \dfrac{\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}}\right) & \to & \max \end{array} \tag{14}$$

megfelel a Kuno (2002) algoritmus elvárásainak. Egyrészt maximalizáló, másrészt

$$\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x} > 0,\ \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x} > 0,\ \boldsymbol{x} \in S.$$

Definiáljuk az alábbi halmazt:

$$\boldsymbol{\Omega} = \{[\mu, \xi, \eta] \in \mathbb{R}^3 | \mu = -\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x},\ \xi = \boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x},\ \eta = \boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{x} \in S\}.$$

Legyen

$$0 < u_1 \leq \min\{(\boldsymbol{e}+\boldsymbol{f})^T\boldsymbol{x} |\ \boldsymbol{x} \in S\} \tag{15}$$

$$+\infty > v_1 \geq \max\{(\boldsymbol{e}+\boldsymbol{f})^T\boldsymbol{x} |\ \boldsymbol{x} \in S\} \tag{16}$$

$$0 < s_1^1 \leq \min\left\{\frac{\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}} |\ \boldsymbol{x} \in S\right\} \tag{17}$$

$$+\infty > t_1^1 \geq \max\left\{\frac{\boldsymbol{f}^T\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}} |\ \boldsymbol{x} \in S\right\} \tag{18}$$

Az első négy feladat LP feladat, a (17), (18) feladatok pedig Charnes és Cooper (1962) szerint –a (12) feladathoz hasonlóan– visszavezethetők LP feladatra. Legyen

$$\Gamma = \{[\mu, \xi, \eta] \mid u_1 \leq \xi + \eta \leq v_1\}.$$

Mivel $\boldsymbol{\Omega}$ a $\Gamma \cap \Delta^1$ halmaz részhalmaza így az alábbi feladat ekvivalens a (14) feladattal:

$$(MP)\left\{\begin{array}{ccc} [\mu, \xi, \eta] & \in & \boldsymbol{\Omega} \cap \Gamma \cap \Delta^1 \\ z = (\mu + \dfrac{\eta}{\xi}) & \to & \max \end{array}\right. \tag{19}$$

A fenti problémát nevezzük *mesterproblémának*. Tekintve a korlátozás-és-szétválasztás algoritmusát, esetünkben a Δ^1 kúpot fogjuk felosztani, tehát

$$X^j = \boldsymbol{\Omega} \cap \Gamma \cap \Delta^j, \tag{20}$$

ahol

$$\Delta^j = \{[\mu, \xi, \eta] \in \mathbb{R}_+^3 |\ s_1^j\xi \leq \eta \leq t_1^j\xi\}.$$

Így a relaxálandó részfeladatok:

$$P(\boldsymbol{\Delta}^j)\left\{\begin{array}{ccc} [\mu, \xi, \eta] & \in & \boldsymbol{\Omega} \cap \Gamma \cap \Delta^j \\ f(\mu, \xi, \eta) = \left(\mu + \dfrac{\eta}{\xi}\right) & \to & \max \end{array}\right.$$

A relaxációhoz szükség van egy a $\frac{\eta}{\xi}$ függvényt az X_j tartományon felülről közelítő konkáv függvényre. Legyenek

$$a^j(\xi,\eta) = (t_1^j+1)(\eta - s_1^j\xi)/u_1 + s_1^j,$$

$$b^j(\xi,\eta) = (s_1^j+1)(\eta - t_1^j\xi)/v_1 + t_1^j$$

eltolt lineáris (affin) függvények. Ezek segítségével definiálhatjuk az alábbi konkáv függvénycsaládot:

$$\phi^j(\xi,\eta) = \min\{a^j(\xi,\eta), b^j(\xi,\eta)\}.$$

3.1. Lemma (Kuno (2002) Lemma 3.1). *A ϕ^j konkáv függvényre minden $[\mu,\xi,\eta]\in\Gamma$ esetén igaz, hogy:*

$$\phi^j(\xi,\eta) \geq \frac{\eta}{\xi}, \ \textit{ha}\ [\mu,\xi,\eta]\in\Delta^j$$

$$\phi^j(\xi,\eta) < \frac{\eta}{\xi}, \ \textit{ha}\ [\mu,\xi,\eta]\notin\Delta^j$$

Ráadásul, ha $\frac{\eta}{\xi} = s_1^j$ vagy $\frac{\eta}{\xi} = t_1^j$, akkor a fenti egyenlőtlenség egyenlőséggel teljesül.

Ezek után a $P(\Delta^j)$ feladatok relaxáltjai az alábbiak lesznek:

$$\overline{P}(\boldsymbol{\Delta}^j)\left\{\begin{array}{ccc} [\mu,\xi,\eta] & \in & \boldsymbol{\Omega}\cap\Gamma\cap\Delta^j \\ g^j(\mu,\xi,\eta) = \big(\mu+\phi^j(\xi,\eta)\big) & \rightarrow & \max \end{array}\right. \tag{21}$$

3.2. Tétel. *A $\overline{P}(\boldsymbol{\Delta}^j)$ relaxált feladatok optimumait az alábbi LP feladat megoldásaként kaphatjuk meg:*

$$\begin{array}{ccc} A\boldsymbol{x} & = & \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{x}_{tobblet} & \leq & b_{max}\mathbf{1} \\ (t_1^j+1)(\boldsymbol{f}-s_1^j\boldsymbol{e})^T\boldsymbol{x} - u_1\zeta & \geq & -s_1^j u_1 \\ (s_1^j+1)(\boldsymbol{f}-t_1^j\boldsymbol{e})^T\boldsymbol{x} - v_1\zeta & \geq & -t_1^j v_1 \\ s_1^j \leq \zeta \leq t_1^j, \quad \boldsymbol{x}\geq\mathbf{o} & & \\ (-\boldsymbol{c}^T\boldsymbol{x}+\zeta) & \rightarrow & \max \end{array} \tag{22}$$

Bizonyítás. Kuno (2002) 3.1 szakasza szerint. QED

A korlátozás-és-szétválasztás algoritmusában a problémák $\mathcal{J}$ indexhalmazából mindig a legkisebb indexűt vesszük ki (depth first). A szétválasztáshoz az alábbi szabályt fogjuk használni. Feltéve, hogy a $\overline{P}(\Delta^j)$ feladat optimális megoldása $[\mu^j,\xi^j,\eta^j]$, legyen

$$s_1^{2k} = s_1^j, \ \ t_1^{2k} = s_1^{2k+1} = \frac{\eta^j}{\xi^j}, \ \ t_1^{2k+1} = t_1^j. \tag{23}$$

A fentiekkel a feladatot megoldó algoritmust lényegében definiáltuk. A jobb átláthatóság és megvalósíthatóság kedvéért az algoritmus lépéseit még egyszer röviden összefoglaljuk.

A megoldás lépései

- Tekintsük a (10) feladatot és annak jelölésrendszerét.
- Oldjuk meg a (11) feladatot a Charnes és Cooper (1962) eljárással, ez a (12) LP feladat megoldását jelenti.
- Tekintsük a (10) feladattal ekvivalens (14) maximalizáló feladatot.
- Számoljuk ki a (15)-(18) által definiált u_1, v_1, s_1^1, t_1^1 értékeket a megfelelő LP feladatok megoldásával.
- Tekintsük az ekvivalens (19) feladatot.
- Alkalmazzuk a (19) feladatra a fent leírt Korlátozás-és-szétválasztás algoritmusát az alábbi paraméterekkel:
  - Az X^j halmazokat definiálja (20),
  - $g_j(\boldsymbol{x}) := \big(\mu + \phi^j(\xi, \eta)\big)$,
  - a relaxált $P^j := \overline{P}(\boldsymbol{\Delta}^j)$ (21) feladatok megoldását a (22) LP feladat megoldásával kapjuk meg.
  - A szétválasztást a (23) szabály szerint tesszük meg.

4 Gyakorlati megvalósítás

Mivel mindegyik feladat megoldásakor (egy vagy több) nagy méretű lineáris programozási feladat megoldására van szükség, ezért, a modellek implementálásakor mindenképp *valamilyen LP solver alkalmazása* javasolt. Mivel az algoritmusok további része nem igényel bonyolult matematikai műveleteket, további általános matematikai programcsomagokra nincs szükség.

Optimalizáló solvernek végül a MOSEK (2012) solver PTS lineáris programozás megoldóját választottuk. A modellalkotás, illetve az algoritmus leírása Java nyelven történt (hogy könnyen illeszthető legyen az IP Systems energiakereskedelmi rendszeréhez).

Eddig a naturália alapú és költség alapú modellek kerültek megvalósításra, melyek esetén egy, általában nagy méretű, lineáris programozási feladatot kell megoldanunk. A megoldás lépései:

- a bemeneti adatok alapján előállítja az (1) feladatot,
- meghívja MOSEK *belsőpontos algoritmust alkalmazó* LP megoldóját,
- visszakapja a optimális célfüggvényértéket,

- ennek alapján az eredeti (1) feladatot átírja a minimális kötésszámot biztosító (8) feladattá.

- A megoldáshoz itt már a MOSEK *szimplex módszert alkalmazó* LP megoldóját hívjuk meg, mivel így a (1) optimális bázisából kiindulva (primál) megengedett megoldásból indulhatunk.

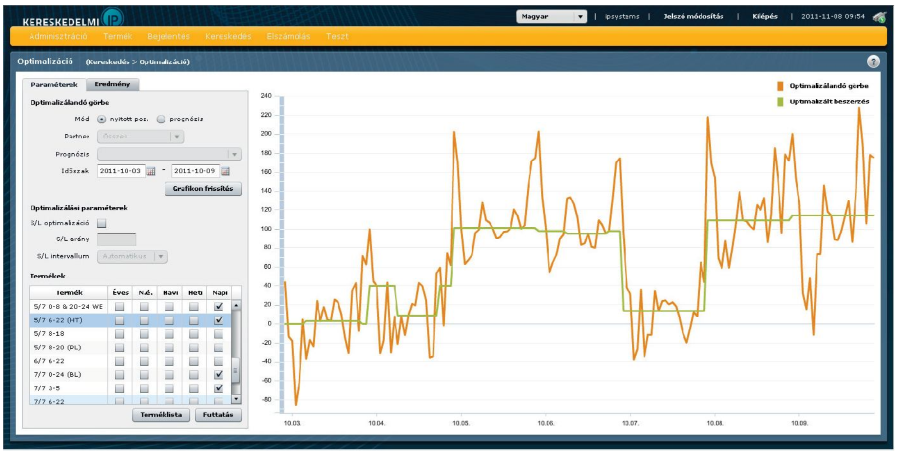
- A visszakapott célfüggvényértéket és a standard termékekből beszerzendő mennyiséget pedig egy grafikus felhasználói felületen reprezentáljuk.

Az implementált algoritmus hatékonyságát, a naturália modell esetén, az *1. táblázatban* szereplő alábbi futási időkkel szemléltethetjük, a tervezési időszak, a kiegyensúlyozási intervallum hossza, illetve a termék példányok számának függvényében. A zárójelekben, összehasonlításképpen, a kereskedők által általában használt Excel Solver futási idejét szerepeltetjük. Az időszakok felosztása órás pontosságú, tehát pl. egy év $365 \times 24 = 8760$ időegységet jelent.

Tervezési horizont	Kiegy. intervallumok	Termékek száma	Futási idő
1 év	negyedév	4	9 (34) mp
1 év	év	4	7 mp
1 év	év	5	8 (52) mp

1. táblázat. Az algoritmus hatékonysága

A megírt alkalmazás futtatásához az *1. ábrán* látható grafikus felületet dolgoztuk ki. (A kiegyensúlyozottsági intevallum S/L intervallum, a hiány-többlet arány S(hort)/L(ong) arány néven szerepel):



1. ábra.

5 Eredmények, tanulságok, további kutatási irányok

Dolgozatunkban három beszerzési modellt állítottunk fel. Egyrészt, a modellekhez szükséges bemeneti adatok száma nem túl nagy, és az adatok könnyen elérhetőek. Másrészt a bemeneti adatstruktúrát kellően rugalmasra terveztük, melynek köszönhetően a tervezési időszakot, termékeket, terméktípusokat, hiány és többlet mennyiségek arányait és a kiegyensúlyozottsági intervallumokat szabadon állíthatjuk be. Ezeknek köszönhetően *a modellek a gyakorlatban lényegében bármely energiakereskedő esetében alkalmazhatóak, implementációjuk is belátható költséggel jár*, szemben az irodalomban szereplő komplex, és a megvalósítás során meglehetősen cégspecifikus beszerzési modellekkel.

A modellek megoldási módszereit ismertettük. Az előrejelzési bizonytalanságot figyelembe vevő modell nemkonvex törtprogramozási feladatának megoldására *Kuno (2002) korlátozás-és- szétválasztás algoritmusát* a kapott feladathoz illesztettük, lépéseit részletesen leírtuk.

A naturália alapú és költség alapú modellek megvalósítása során, a megfelelő adatstruktúra és technológia (MOSEK 2012) használatával *a futási idők kb. huszadára csökkentek* az Excel Solvert használó megvalósításhoz képest.

További terveink az alábbiak. Következő lépés az előrejelzési bizonytalanságot is figyelembe vevő modell implementációja, a bizonytalansági faktorok objektív becslési módszerének kidolgozása. A távolabbi jövő lépései közt szerepelnek újabb – az órás árelőrejelzési kockázatot kezelő – VaR ill. CVaR alapú modellek kidolgozásai, implementációi. Szóba jöhet még a fogyasztók fogyasztási profiljaihoz illeszkedő beszerzési stratégia alapján egy árazási modell kidolgozása.

Köszönetnyilvánítás

A szerzők köszönetüket fejezik ki Dudás Zoltánnak, a Magyar Áramszolgáltató Kft. munkatársának, a szakmai konzultációk során nyújtott segítségéért.

Függelék. Fogalmak

Átviteli rendszerirányító: a villamosenergia-rendszer üzemének tervezését, irányítását ellátó, a termelőktől, kereskedőktől, fogyasztóktól független szakmai szervezet. Feladata a rendszerszintű operatív üzemirányítás, forrástervezés, hálózati üzem-előkészítés, villamosenergia-elszámolás, a rendszerszintű szolgáltatások, a hálózathoz való szabad hozzáférés biztosítása. (eNKER 2012)

Elosztó hálózati engedélyes: a Magyar Energia Hivatal által kiadott engedély alapján területi szolgáltatási jogkörrel és kötelezettséggel felruházott jogi személyiség, aki a hálózatok fejlesztését, üzemeltetését, karbantartását és a villamos energia elosztását végzi. Az Elosztói engedélyesek feladata a villamos energia előírt minőségben történő eljuttatása a fogyasztók csatlakozási pontjára. Az átadott energia méréséért szintén az elosztói engedélyesek a felelősek. Az elosztói engedélyesek a közcélú villamos hálózatokon keresztül hatóságilag meghatározott díjak fejében szállítják el a vásárolt villamos energiát a fogyasztók csatlakozási pontjára. (energiadiszkont.hu 2012)

Egyetemes szolgáltatás: a villamosenergia-kereskedelem körébe tartozó sajátos villamosenergia-értékesítési és árazási mód, amely az ország területén bárhol, meghatározott minőségben a jogosult felhasználó számára méltányos, összehasonlítható, átlátható ár ellenében igénybe vehető. Jellemzően kizárólag a lakosság és a mikrovállalkozások vehetik igénybe. (energiadiszkont.hu 2012)

Energia kiskereskedelem: az a tevékenység, amelynek során az energiakereskedő az energiát közvetlenül a felhasználónak adja el. (eNKER 2012)

Energia tőzsde: az energia-forgalmat elősegítő szervezett kereskedési rendszer, amelyben az energiakereskedelem és az ahhoz kapcsolódó ügyletek megkötése és lebonyolítása szabványosított formában történik. (HUPX 2012)

Határkeresztező kapacitás: szomszédos villamosenergia-rendszerek közötti szállítóhálózat időegységre vonatkoztatott teljesítő képessége.

Kapacitás aukció: a határkeresztező szabad átviteli kapacitások elosztására rendszeresen szervezett esemény. Az aukciókon nem az energia, csak a szállítási lehetőség értékesítése történik meg. Aukción az egy időtartamra, egy határmetszékre, egy irányra meghirdetett szabad átviteli kapacitással kapcsolatos folyamat értendő. (KAPAR 2012)

Kiegyenlítő energia: az átviteli rendszerirányító által a pozitív, vagy negatív irányú menetrendi eltérést kiegyenlítő szabályozás során a mérlegkörfelelősökkel elszámolt villamos energia. (eNKER 2012)

Korlátozott villamosenergia-kereskedelmi engedélyes: olyan kereskedő cég, aki hazai és határokon is átnyúló villamos energia kereskedelemmel foglalkozhat, de nem jogosult a felhasználók ellátására.

Mérlegkör: a kiegyenlítő energia igénybevételének okozathelyes megállapítására és elszámolására és a kapcsolódó feladatok végrehajtására a vonatkozó felelősségi viszonyok szabályozása érdekében létrehozott, egy vagy több tagból álló elszámolási szerveződés. (eNKER 2012)

Nagykereskedelmi energia piac: az a tevékenység, amelynek során az energiakereskedő az energiát viszonteladónak, és nem közvetlenül a felhasználónak értékesíti. (eNKER 2012)

Nyitott pozíció: a bevételek, költségek jövőbeli áraktól függő része. Villamosenergia kereskedelemnél az eladási és vételi határidős pozíciók különbsége. Az eladási oldali pozíciók jelentős része a fogyasztói igények adott árakon való kiszolgálására tett vállalás.

Villamosenergia-kereskedelmi engedélyes: olyan kereskedő cég, aki hazai és határokon is átnyúló villamos energia kereskedelmemmel foglalkozhat, illetve jogosult a felhasználók ellátására.

Villamosenergia termékek: egy villamosenergia terméket az időbeli elérhetősége és az árgörbéje ír le. Az árgörbe órás, vagy negyedórás bontású. Az elérhetőséget leíró időablak a vonatkozási időszakon belül azokat a napszakokat definiálja, amikor az akkor érvényes áron a termék elérhető.

Irodalom

1. Cambini, A., L. Martein and S. Schaible. 1989. On maximizing a sum of ratios. *Journal of Information and Optimization Sciences* **10** 65–79.
2. CAO 2012. `http://www.central-ao.com/`
3. Carrión, M., A. B. Philpott, A. J. Conejo, J. M. Arroyo. 2007. A Stochastic Programming Approach to Electric Energy Procurement for Large Consumers. *IEEE Transactions on Power Systems* **22**(2) 744–754.
4. Charnes, A. és W. W. Cooper. 1962. Programming with linear fractional functionals. *Naval Research Logistics Quarterly*, **9** 181–186.
5. Conejo, A. J., J. J. Fernández-González, N. Alguacil. 2005. Energy procurement for large consumers in electricity markets *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, **152**(3) 357–364.
6. Conejo, A. J., M. A. Plazas, R. Espinola, A. B. Molina. 2005b. Day-ahead electricity price forecasting using the wavelet transform and ARIMA models *IEEE Transactions on Power Systems* , **20**(2) 1035–1042.
7. Dantzig, G. B. 1998. *Linear Programming and Extensions.* Princeton University Press, Princeton , NJ.
8. EFET: European Federation of Energy Traders 2012. `http://www.efet.org/`
9. energiadiszkont.hu Fogalomtár 2012. `http://energiadiszkont.hu/fogalomtar`
10. eNKER Energetikai Fogalomtár 2012. `http://www.enker.hu/glossary`
11. Füzi, Á. és G. Mádi-Nagy. 2012. Flow-based Capacity Allocation in the CEE Region: Sensitivity Analysis, Multiple Optima, Real Income. *RUTCOR Research Report 8-2012.*
12. Hippert, H. S., C. E. Pedreira, R. C. Souza. 2001. Neural networks for short-term load forecasting: a review and evaluation. *IEEE Transactions on Power Systems* **16**(1) 44–55.
13. HUPX 2010. `http://www.hupx.hu`
14. HUPX GYIK 2012. `http://www.hupx.hu/communications/faq.html`
15. KAPAR, Kapacitás Aukciós rendszer. Felhasználói kézikönyv 2012. `http://www.mavir.hu/documents/10258/23440/KAPAR_Felhasznaloi_kezikonyv_v2.pdf`

16. Karmarkar, N. 1984. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing* 302–311.
17. Kocsi A. Gy. 2008. *Árampiaci liberalizáció Magyarországon.* Szakdolgozat, BGF Külkereskedelmi Kar. `http://elib.kkf.hu/edip/D_13774.pdf`
18. Konno, H. és K. Fukaishi. 2000. A branch and bound algorithm for solving low rank linear multiplicative and fractional programming problems. *Journal of Global Optimization* **18** 283–299.
19. Kuno, T. 2002. A branch-and-bound algorithm for maximizing the sum of several linear ratios, *Journal of Global Optimization* **22** 155–174.
20. Marossy, Z. 2010. *A spot villamosenergia-árak elemzése statisztikai és ökonofizikai eszközökkel.* Ph. D értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem Közgazdaságtani Doktori Iskola. `http://phd.lib.uni-corvinus.hu/520/1/marossy_zita.pdf`
21. MOSEK 2012. `http://www.mosek.com/`
22. Paizs, L. 2008. Ösztönzési problémák a kiegyenlítő energia hazai piacán. In Valentiny Pál és Kiss Ferenc László (szerk.): *Verseny és Szabályozás 2007.* MTA KTI, 179–196.
23. Schaible S. 1977. A note on the sum of a linear and linear-fractional function *Naval Research Logistics Quarterly*, **24** (1977) 691–693.
24. Sugár A. 2011. *A piacszabályozás elméleti és gyakorlati aspektusai a közszolgáltató szektorokban, elsősorban az energiaszektor árszabályozása példáján.* Ph. D értekezés, Budapesti Corvinus Egyetem Közgazdaságtani Doktori Iskola. `http://phd.lib.uni-corvinus.hu/570/1/Sugar_Andras.pdf`
25. Varga, L., Z. Korényi, T. Hirsch.2006. Balancing Energy Planning in Wind Generation using Probabilistic Weather Prediction, *WSEAS Transactions on Power Systems.* **7**(1) 1243-1251.
26. Ye, Y. 1997. *Interior point algorithms: theory and analysis.* Wiley-Interscience Series In Discrete Mathematics And Optimization.

ELECTRICITY PURCHASING STRATEGY TOOLS

Hedging the forecast open positions by standard futures products is an important part of the purchasing strategy of electricity traders. The electricity power product is defined by its temporal availability. E.g., the monthly peak product is available from 8 am to 8 pm on weekdays of the given month. The products are typically measured in MW. Three models are discussed: one of them is quantity-based the other two are cost-based. The second cost-based model takes the uncertainty of consumption forecasting into account. While the first two models are linear programming (LP) problems, the third model has a non-convex, fractional objective function and linear constraints. Here, one of the most effective algorithms is fitted to the model, and described in details. Some technological issues of the implementation and the performance of the implemented algorithms are also discussed.