

FOGALMAK, MÓDSZEREK

A SZÁMSZERŰSÍTETT ÁLTALÁNOS EGYENSÚLYI (CGE) MODELLEKRŐL¹

RÉVÉSZ TAMÁS – ZALAI ERNŐ
Budapesti Corvinus Egyetem

A nemzetközi gyakorlat szerint a többszektoros és a gazdasági élet főbb szféráit egyaránt ábrázoló modellekkel szemben támasztott hármaskövetelménynek (egyszerűség, a magyarázó változók nem-diszkriminatív kezelése, a viselkedési függvények elméleti megalapozottsága) manapság a számszerűsített általános egyensúlyelméleti (CGE) modellek felelnek meg leginkább. Mindenekelőtt azért, mert továbbra is hiány van a gyakorlatban eredményesen használható alternatív elméletekben, illetve azért, mert a gyorsan változó társadalmi-gazdasági struktúrák csak igen szűk körben teszik lehetővé a statisztikai-ökonometriai, előrejelző jellegű modellek alkalmazását.

Ennek a nyugati közgazdasági gyakorlatban a 70-es évek végétől kezdve mind általánosabbá váló modellezési irányzatnak a gyakorlati létjogosultságát abból kiindulva lehet megérteni, hogy a gazdaságban tovagyűrűző és visszacsatoló, valamint egymást keresztező hatások eredőjét csak a gazdaság különféle szféráit együttesen figyelembe vevő, szimultán egyenletrendszerekkel (modellekkel) lehet átfogó és konzisztens módon megbecsülni. A világpiacon hatásokra felgyorsult gazdasági átalakulás alapvető változásokat idéz elő az ágazati szerkezetben. Az egyes ágazatoknak a fajlagos munkaerő-, tőke-, energia-, anyagigénye, a környezetet szennyező anyagok kibocsátása tekintetében egymástól markánsan eltérő technológiája következtében az ágazati szerkezet változásai alapvető hatással vannak a makrogazdasági mutatószámokra, így a foglalkoztatottság szintjére és szerkezetére, a jövedelmek eloszlására, az importigényességre, a külkereskedelmi egyenlegre és a környezetgazdasági mutatószámokra egyaránt. Az aggregált makrogazdasági mutatószámok alakulása tehát alapvetően függ az ágazati szerkezet változásától, ami indokoltá teszi a többszektoros elemzéseket és modelleket.

Az általános egyensúly a walrasi megfogalmazásban arra utal, hogy együtt, kölcsönhatásaiban, szimultán módon elemezzük minden termék és erőforrás piacán az egyensúly megvalósulását. A gyakorlati alkalmazásokban természetesen aggregált jószágkategóriák szerepelnek, a CGE modellek alapvetően

¹A kutatást és a tanulmány elkészítését támogatta az Európai Unió a TÁMOP-4-2.1.B-09/1/KMR-2010-0005 kódszámú kutatási projekt keretében. Ezúton szeretnénk megköszönni Bessenyei Istvánnak és Longauer Dórának a cikk végső formába öntéséhez nyújtott értékes segítségét. E-mail: tamas.revesz@uni-corvinus.hu, erno.zalai@uni-corvinus.hu. Beérkezett: 2012. augusztus 25.

makrogazdasági modellek. Makrogazdasági jellegük ellenére jelentős bennük az ágazati bontás, többek között ez különbözteti meg őket a legfeljebb két-három ágazatot tartalmazó összevont makroökonómiai modellektől, így mindenekelőtt az utóbbi időkben divatba jött számszerűsített dinamikus-sztocasztikus általános egyensúlyi (DSGE) modellektől.

Az 1960-as és az 1970-es évtized a kvantitatív közgazdaságtan és gazdaságpolitikai elemzések virágzásának az ideje volt Magyarországon. Ebben az időszakban alakult ki a magyar gazdaságpolitikai modellező-elemző szakma, s több-kevesebb rendszerességgel alkalmazták a közgazdaságtan és a gazdaságstatisztika által rendelkezésre bocsátott eszköztárat. Az átmenet körülményei között azonban határozottan visszaesett a gazdaságpolitika formálójának kereslete az igényes módszertanon nyugvó elemzések iránt. Időközben jelentősen átalakult a többszektoros gazdasági modellezés módszertana és eszköztára. Az 1960-as és '70-es években az egyszerűbb, praktikus megfontolásokra épülő input-output és lineáris programozási modellek uralkodtak. Ezekben általános érvényű gazdasági elszámolási azonosságok, illetve műszaki-gazdasági összefüggések domináltak, a változók feltételezett viselkedése a követett módszertanból, s nem gazdaságelméleti megfontolásokból adódott. Ennek köszönhetően könnyen szót értettek egymással az ideológiailag egymással szembenálló világrészek makrogazdasági modellezői.

Elméletileg ugyan ismert volt, hogy a programozási modellek primális és duális feladatának megoldásai egy megfelelően definiált gazdaság általános egyensúlyi állapotaként értelmezhetők, a szocialista országok modellezői kevés figyelmet szenteltek a jóléti közgazdaságtani és versenyzői egyensúlyi interpretációs lehetőségeknek. A nyugati közgazdászok szeme előtt viszont mindig is célként lebegett, hogy piacgazdasági elméletekre alapozott funkcionális (termelési, hasznosság függvények) és viselkedési (profit- és haszonmaximalizálás) összefüggéseket építsenek be az alkalmazott makrogazdasági modellekbe. S mivel az általános egyensúlyelmélet volt az egyetlen konzisztens, átfogó gazdaságelmélet, természetszerűleg ilyen irányban keresték a megoldást.

A CGE modellek megjelenése váratlanul érte a központi tervezésű gazdaságok gazdaságpolitikai modellezőit. Az 1960-as és 1970-es évekre jellemző modellezési *détente* folyamata megszakadt. A CGE modellek, a részben ideológiai, részben elméleti eredetű szkeptikus álláspontok miatt, ritkaság számba menő kivételektől eltekintve, még kísérleti jelleggel sem kerültek be a központi tervezés módszertanába. A szerzők ebből a szempontból a kivételek közé tartoztak. Kezdetől fogva hangsúlyoztuk (lásd például Zalai, 1983), hogy a CGE modelleket praxeológiai fogantatásúaknak lehet és kell tekinteni, s hogy az általuk nyújtott technikai lehetőségek hasznosan kibővíthetők, realiztikusabbá, rugalmasabbá teszik a lineáris input-output vagy programozási jellegű modellekkel végzett gazdaságpolitikai elemzéseket. Igyekeztünk hangsúlyozni azt is, hogy az elméleti megalapozottság tekintetében kulturált és igényes gazdaságpolitikai elemzések nálunk sem nélkülözhetik az ilyen típusú modelleket. Nem rajtunk múlott, hogy ez a felismerés nem jutott el a gazdaságpolitikai elemzők, döntés-előkészítők tudatáig. Szerencsére a CGE modellek hazai befogadó közegének „ellenállása” ellenére is van mire építeniünk, mivel rendel-

kezésre áll egy több évtizeden át folyamatosan fejlesztett, a sajátos magyar körülményekre adaptált számszerűsített általános egyensúlyi modelleszalád, a HUMUS (HUNGarian MULtiSectoral) CGE modellek.

Dolgozatunkban áttekintjük a CGE modellek főbb jellemzőit. Az első két fejezetben bemutatjuk kialakulásuk történetét, majd az ilyen típusú modellek általános feltevéseit, szerkezeti és tartalmi jellemzőit, valamint a gazdaság ábrázolt mutatószámai közötti kapcsolatokat leíró egyenleteiket foglaljuk össze. A 3. fejezetben az endogén és exogén változók eltérő feltevéseken nyugvó kijelöléséből fakadó ún. makrolezárási lehetőségeket taglaljuk és illusztráljuk. A 4. fejezet a három évtized óta folyó hazai CGE modellek általánostól megkülönböztető vonásait és eddigi főbb alkalmazási területeit vázolja. Végül az 5. fejezetben röviden áttekintjük a CGE modellek adatigényét általában és a HUMUS CGE modellek inputjának előállításához felhasznált magyar statisztikai adatforrásokat. Ennek kapcsán felhívjuk a figyelmet azokra a főbb hiányosságokra, amelyek számos nehéz feladatot rónak az adatok megbízhatósága tekintetében az igényes modellezőkre, illetve megnehezítik az eredmények korrekt interpretálását és értelmezését is.

1 A CGE modellek kialakulása és főbb alkalmazási területei

L. Johansen (1960) korai, sokáig különösebb visszhang nélkül maradt úttörő tanulmánya ellenére, a mai értelemben vett számszerűsített általános egyensúlyelméleti modellek csak az 1970-es évek második felében kezdtek, akkor viszont meglepően gyors ütemben elterjedni. Az általános egyensúlyelméletre alapozott első számszerűsített modell Leontief először az 1930-as években megjelent, majd később az amerikai Munkaügyi Statisztikai Hivatalban létrehozott ágazati kapcsolatok mérlege (ÁKM) és az annak elemzésére kialakított input-output modellje volt (*Leontief*, 1937, 1951). Ez még nem volt egy mai értelemben vett kifejlett CGE modell, de már tartalmazta annak számos elemét. Leontief modelljének magvát a termelőágak és a végső felhasználók, illetve az ágazati kibocsátások teljes körére kiterjedő kettős nemzetgazdasági elszámolási rendszer, a termék-, illetve költségvetési mérlegek képezték.

Johansen a norvég gazdaság szektorainak 1950-es évekbeli eltérő növekedési ütemét, illetve azok változását elemezte modelljével. Ő maga nem használta az egyensúlyelméleti elnevezést, sőt, még csak nem is utalt az általános egyensúlyelméletre. Nem is kellett, mert modelljét a nemzeti számlarendszerre és ezen belül is elsősorban az ÁKM-re alapozta, és mindössze pragmatikus alapokon kiegészítette az „elszámolási azonosságokat” a munkaerő és a tőke ágazatok közötti átcsoportosítását megengedő makro termelési függvényekkel, illetve a fogyasztási szerkezet változását magyarázó statisztikai függvényekkel. Olyan alakban fogalmazta meg modellje egyenleteit, amelyben az egyébként változó együtthatók értékét rögzítve lineáris egyenletrendszert kapott. Ez lehetővé tette egy sajátos megoldási algoritmus kialakítását, a nemlineáris

modell megoldását a lineáris változat paramétereit fokozatosan felfrissítve közelítette meg.

Johansen modellje meglehetősen hosszú ideig nem talált követőre, minden bizonnyal a nemlineáris többszektoros nemzetgazdasági modellek alkalmazása elé tornyosuló, akkor még leküzdhetetlennek tűnő statisztikai, matematikai és számítástechnikai korlátok miatt. De megjelentek olyan kutatások, amelyek e korlátok lebontásában később jelentősnek bizonyultak. Ezek között meg kell említeni a Nobel-díjas *Richard Stone* által irányított Cambridge Growth Project-et, amely keretében, nagyjából Johansen modelljével párhuzamosan, sok tekintetben hasonló metodikával készült el egy angol növekedési modell (ld. *Stone and Brown*, 1962). Ennek eredményei több tekintetben is előfutárai lettek a későbbi CGE modellek módszertanának. Mindenekelőtt itt kezdődött el és készült el a nemzeti számlákat négyzetes táblázatba foglaló és azok szimultán elemzésére alkalmas SAM (társadalmi elszámolások mátrixa) kutatása, amelynek első változata már megjelent az idézett könyvben. A SAM megalkotásában vezető szerepet játszó Pyatt a Világbankban folytatta később ilyen irányú kutatásait (ld. *Pyatt and Round*, 1985). Ugyancsak a projekt keretében dolgozta ki Stone a nevéhez fűződő lineáris kiadási rendszert (LES, Stone, 1954), amelyet mind a mai napig kiterjedten alkalmaznak a CGE modellekben.

Egy másik vonulat, amely – ha nem is közvetlenül, de – jelentősen befolyásolta a CGE modellekkel végzett gazdaságpolitikai elemzések módszertanát, a lineáris programozásra és tevékenységelemzésre alapozott fejlesztéstervezési modellek voltak, amelyek a volt szocialista országokban, így például Magyarországon is különösen nagy számban jelentek meg (ld. például *Augusztinovics*, 1979, *Ganczer*, 1973, *Kornai*, 1965). Ezekben a modellekben is az általános érvényű gazdasági elszámolási azonosságok, illetve a műszaki-gazdasági összefüggések egyszerű, lineárisan parametrizált változatai domináltak. A változók feltételezett viselkedését módszertani, illetve praktikus megfontolások, semmint szilárd elméleti sémák magyarázták. Ugyanakkor, mivel a lineáris programozási (LP) modellek primális és duális feladatpárjának megoldásai egy megfelelően definiált „gazdaság” általános egyensúlyi állapotaként értelmezhetők, a nyugati közgazdászok mindinkább igyekeztek az LP modellek szerkezetét úgy alakítani, hogy modelljeik megoldása egy piaci gazdaság egyensúlyi megoldásaként legyen interpretálható. *Ginsburgh and Waelbroeck* (1976, 1981) például a nemlineáris függvények szakaszos linearizálásával és a lineáris programozási technika alkalmazásával igyekezett az általános egyensúlyelméleti modellek nem lineáris voltából fakadó algoritmikus problémákat megkerülni. Érdekes és tanulságos e törekvések illusztrálására *Taylor* (1975) egy szellemes konklúzióját idézni, amivel előre jelezte a fejleményeket: „Ha az általános egyensúlyelmélet az egyetlen játék a városban, miért ne játsszuk hát azt elegánsan.”

A korlátok lebontásában különösen jelentősnek bizonyult Leontief volt tanítványának, *Hollis Chenerynek* a szerepe, aki Leontief modelljének alkalmazásait, nemlineáris kiterjesztéseit oktatta és kutatta a Harvardon. Ezek kapcsán jutott el többek között az egyszerűbb, számszerűsített általános

egyensúlyelméleti modellek megoldhatóságának tanulmányozásához is (*Chenery and Uzawa*, 1958, *Chenery and Raduchel*, 1971). Bár ő maga az 1970-es évek elején a Világbankhoz kerülve témát váltott, tanítványai (a téma későbbi irodalmából jól ismertté vált szerzők) folytatták a nemzetgazdasági modellek általa megkezdett kutatásait, amihez szellemi irányításon túl kutatási megbízásokkal is hathatós segítséget nyújtott az időközben a Világbank Fejlesztéskutatási Központja (DRC) igazgatójává kinevezett *Chenery*. *Taylor és Black* 1974-es tanulmánya volt az első, amely a *Johansen* által megkezdett és általa inspirált irányt folytatta. *Lysy and Taylor* (1977) és *Adelman and Robinson* (1978) munkáiban jelenik meg először a ma általánosan használt CGE elnevezés.

A standard CGE modellek kialakulásához vezető kutatási irányzat megerősödésében jelentős szerepet játszott *Scarf* algoritmusának megjelenése (*Scarf*, 1967, *Scarf with Hansen*, 1973). *Scarf* szimplex módszerhez hasonló logikájú fixpont-kereső algoritmus lehetővé tette az Arrow–Debreu–McKenzie-típusú általános egyensúlyelméleti modellek megoldását. Algoritmusának jelentősége inkább elméleti jellegű volt, mivel *Johansen* már korábban megmutatta, és később még inkább bebizonyosodott, hogy jól viselkedő neoklasszikus függvényekből felépített modelleket *Scarf* módszerénél jóval egyszerűbb (Gauss–Seidel, Newton, vagy kombinált) iterációs eljárásokkal is meg lehet oldani. *Scarf* eredménye mindenestre jelentős szerepet játszott a pszichológiai gátak lebontásában.

A Yale Egyetemen *Scarf* által elindított kutatási projekt kezdetben a Harvard és a Világbank együttműködésében folyó kutatásokkal párhuzamosan és jelentős részben azoktól függetlenül folyt. Az *alkalmazott általános egyensúlyi* (AGE) elnevezés alatt megjelent modelljeik szemlélete sok szempontból jelentősen eltért az előbbiektől. Ezek már nem elszámolási azonosságokra épülő, azokat funkcionális és viselkedési egyenletekkel pragmatikus alapokon kibővített makrogazdasági modellek, hanem a neoklasszikus mikroökonómia általános egyensúlyelméletéből levezetett modellek voltak. Modelljeik középpontjában nem az elszámolási azonosságok, hanem racionálisan viselkedő (reprezentatív) gazdasági alanyok optimális viselkedéséből levezetett kínálati és keresleti függvények szerepeltek. Az elszámolási azonosságok helyét piactisztító egyensúlyi feltételek vették át. *Scarf* tanítványai mindazonáltal jelentősen hozzájárultak a CGE modellek számszerűsítése és kalibrálása módszertanának kialakításához. Elemzéseik elsősorban adórendszerbeli változások és külkereskedelmi egyezmények hatásának elemzésére irányultak (lásd például *Scarf and Shoven*, 1972, 1984, *Shoven and Whalley*, 1984, *Piggott and Whalley*, 1985).

Az 1980-as évek elején különösen gyorsan felfutottak a Világbankban, illetve csatolt intézményeiben a fejlesztéstervezéssel kapcsolatos CGE modellek. A világbanki modellezés fókuszában a termelési és külkereskedelmi szerkezet átalakulása, illetve az ezekkel kapcsolatos adók-támogatások hatásának elemzése állt. Jelentős részben ezek eredményeként halmozódott fel az a sok tapasztalat, statisztikai és számítástechnikai tudás, amelyen a CGE modellek alkalmazásai ma is nyugszanak. Külön kiemelőnek említhető ennek kapcsán a CGE mo-

dellek számszerűsítésének alapját képező SAM terén bekövetkezett jelentős előrelépés és a felhasználóbarát GAMS (General Algebraic Modeling System) programcsomag kifejlesztése, amely sokféle matematikai programozási feladat hatékony megoldására alkalmas.

Egy harmadik igen fontos kezdeményezés, amely ma is meghatározó szerepet tölt be a CGE modellezők nemzetközi hálózatában, Johansen MSG (Multisectoral Growth) modelljének és megoldási módszerének közvetlen folytatásaként és továbbfejlesztéseként jött létre Ausztráliában (kialakulásának történetét részletesen ismerteti *Dixon*, 2007). Az ausztrál gazdaság protekcionista gazdaságpolitikájának 1970-es évekbeli felszámolása, az azzal együtt járó nagyszabású külkereskedelmi és termelési szerkezeti átalakítás igénye hívta létre a kormányzat keretében működő, de nagyfokú akadémiai szabadsággal és célokkal szervezett, *Alan Powell* által vezetett Impact Project-et. Ennek az Industries Assistance Commission alá rendelt kutatócsoportnak az volt a feladata, hogy különböző modellekkel segítse a strukturális átalakításokhoz szükséges gazdaságpolitikai döntések elemzését, előkészítését.

Egy szintén volt Leontief-tanítvány, *Peter Dixon* vezette azt a csapatot, amelyik a projekt részeként – Johansen nyomdokain, kezdetben az amerikai kutatásokkal párhuzamosan és azoktól függetlenül – kialakította az Orani nevet viselő ausztrál CGE modellt (lásd *Dixon et al.*, 1977, 1984). A párhuzamos munkát jelzi a számítógépes megvalósítását elősegítő, azóta kereskedelmi terméké fejlesztett GEMPACK programcsomag kialakítása is. Az 1991-től a Monash University Centre of Policy Studies (CoPS) keretében működő csapat fejlesztette ki az Orani modell rekurzív-dinamikus utódját, a Monash modellt. Ennek kapcsán szorosan együttműködtek *Tom Hertel* a Global Trade Analysis Project (*GTAP*) megszervezésében a Purdue University keretében (ld. *Hertel*, 1997). Az Impact projekt 30 éves kitartó és erős üzleti szellemű munkássága révén a világ három nagy CGE modellezési vállalkozásának egyikévé nőtte ki magát a Világbank és az International Food Policy Research Institute (IFPRI) mellett.

A fenti, elsősorban a csendes-óceáni térséget érintő főáramlatok mellett más egyetemeken és kutatóhelyeken is folytak CGE modellek alkalmazására irányuló munkálatok. Így például markáns irányzatot képviselnek a gazdaság, az energiaszektor és a környezet közötti kölcsönhatások elemzésére irányuló vizsgálatok. Ezek közül különös figyelmet érdemelnek a *Dale Jorgenson* és munkatársai által végzett kutatások, amelyek szinte egyedülálló módon építettek be úttörő ökonometria módszerekkel becsült termelési és fogyasztási modelleket a CGE modellekbe (ld. például *Jorgenson*, 1984, *Jorgenson and Wilcoxon*, 1993).

Az európai országok általában jelentős késéssel követték a fejleményeket, és ma is inkább követők, mint élenjárók. Az egyik kivétel a svéd *Lars Bergman*, aki szintén Johansen úttörő munkája által inspirálva készítette el az egyik első európai CGE modellt, amellyel a svéd nukleáris erőművek 1970-es évek végén tervezett lezárásának várható gazdasági hatásait elemezte (ld. *Bergman*, 1982). Ez a modell azért is érdekes, mert számítógépes megoldási algoritmusát a magyar *Poór András* készítette el az International Institute of

Applied System Analysis (IIASA) kutatóintézetben, és ez a modell képezte az 1980-as évek elején kialakított első magyar CGE modell közvetlen előzményét is.

A magyar modellek későbbi fejlesztésében jelentős szerepe volt annak, hogy a magyar CGE modellezők bekapcsolódtak az EU Bizottság támogatásával folyó, elsősorban a Leuveni Katolikus Egyetem (*Denise van Rege-morter*) és az Athéni Műszaki Egyetem (*Pantelis Capros*) kutatói által irányított nemzetközi együttműködésbe. A konzorcium által kifejlesztett referencia-modell a három E betűvel kezdődő tényezőre (economy, energy, environment) utalással *GEM-E3* elnevezés alatt vált ismertté (ld. *Capros et al.* 1995, 1997). Számos esetben vették igénybe a GEM-E3 modell különböző változatait az EU energiapolitikai döntéseinek előkészítése során a gazdaság, energia és környezet közötti kölcsönhatások elemzésére. Jelenleg folyamatban van Sevilla-ban, az EU egyik kutatóintézetében a multiregionális európai és világmodell adaptálása. A GEM-E3 modellnek elkészült ugyanis az összes EU tagországot tartalmazó és globális, a világgazdaság egészére kiterjedő, adatokkal feltöltött változata is.

2 A CGE modellek általános jellemzői, jellemző blokkjai és összefüggései

A CGE modellezők általában megelégszenek egyidőszakos modellek felállításával. Egyrészt ugyanis, csak hiányosan állnak rendelkezésre többidőszakos modellekhez a megfelelő ágazati bontású és tartalmú statisztikai idősorok (például összehasonlító áron mért makrogazdasági és azonos módszertani tartalmú jövedelemelosztási mutatók). Másrészt, a dinamikus gazdaságelméleti modellek még nagyon kezdetlegesek és absztraktak, összetevőik és paramétereik (műszaki haladás, átfutási idők, várakozások, időpreferenciák, a jövővel kapcsolatos fokozott bizonytalanság stb.) nem becsülhetők meg a gyakorlati alkalmazások által megkívánt pontossággal, bizonyossággal és (időszakonkénti, ágazati stb.) részletezettséggel.

Egyetlen időszak szerepeltetése esetén a számított hatások nem egy meghatározott konkrét időpontra szóló előrejelzések, hanem a komparatív statika szellemében egy olyan állapotot ábrázolnak, amelyhez változatlan feltételek, köztük a rendelkezésre álló erőforrások változatlan állománya mellett a gazdaság tartana, ahogyan a szimulációs forgatókönyvben feltételezett változások tovagyrúzó hatása teljesen kibontakozik, „lecseng”. A többidőszakos modellek ezzel szemben megkísérlik felvázolni időszakról időszakra a várható időbeli pályát is, amin a gazdaság haladna egy stacionárius egyensúly felé, figyelembe véve az erőforrások és más összetevők többnyire exogén módon megbecsült időbeli változását is. Az elméleti és módszertani nehézségek ellenére, mivel a felhasználók általában szeretnék látni a gazdaság várható időbeli alakulását, egyre gyakrabban alkalmazzák a többidőszakos CGE modelleket komparatív dinamikai elemzésekre. A HUMUS CGE modelleknek is vannak ilyen változatai.

A CGE modellek egyenletei a gazdasági mutatószámok egymással konzisztens változásának feltételeit rögzítik, amelyek egy szimultán egyenletrendszer képeznek. Az általános egyensúlyi modellek jellemző összefüggéseit több szempont alapján is csoportosíthatjuk. Az ÁKM-en alapuló input-output modelleket jól ismerők számára például célszerű a CGE modellek egyenleteit három nagy csoportba sorolni. Ennek logikája szerint az első csoportot a különböző javak (ágazati kibocsátások, elsődleges erőforrások), illetve jövedelmek forrásának és felhasználásának egyensúlyát előíró, valamint – a többidőszakos modellekben – az erőforrások és pénzügyi állományok állomány-folyam (stock-flow) konzisztenciát biztosító mérlegszerű összefüggések (naturális elszámolási azonosságok) alkotnák. A második blokkot az árakat és a költségeket, a gazdasági alanyok költségvetési pozícióját meghatározó, elméleti és számviteli alapon elvárt összefüggések, jövedelmi és pénzügyi elszámolási azonosságok képeznek. (Természetesen mindkét csoportban található különféle definíciós azonosságok is.) S végül, a harmadik jellemző csoportot az input-output, illetve a lineáris modellekben általában konstansnak tekintett együtthatók feltételezett viselkedését leíró funkcionális összefüggések alkotnák (bővebben ld. Zalai, 2012.)

Egy másik logika szerint a CGE modellekben ábrázolt körkörös összefüggések láncolatát vehetjük alapul, amit az elsődleges erőforrások (a tőke, munkaerő, de bizonyos szempontból idesorolható a deviza is) árának feltételezett ismeretéből kiindulva követünk nyomon. Ezek árváltozását a keresletükben és kínálatukban, és ennek következtében a relatív szűkösségükben bekövetkezett változások határozzák meg, amelyekre majd még vissza kell térnünk. Az elsődleges erőforrások keresletét, illetve fajlagos felhasználásuk összetételét az áruk, jövedelmezőségük és költségtakarékossági megfontolások határozzák meg. A konstans volumenhozadék, illetve az ebből adódó nonprofit árképzés feltételezése miatt az ágazati termékek árának meg kell egyeznie az előállításukra felhasznált termékek és elsődleges erőforrások költségével. Emiatt az elsődleges erőforrások árai lényegében az input-output ármodellekhez hasonló szimultán egyenletrendszerrel határozzák meg az ágazati termékek árait. Mindössze annyi a különbség, hogy egy CGE modellben a ráfordítási együtthatók maguk is az árak függvényei, az input-output ármodellekben pedig állandók.

Az elsődleges erőforrások ára, igénybe vett mennyisége és az adókulcsok meghatározzák a keletkező elsődleges jövedelmeket is. Ezeknek a CGE modellekben részletesen ábrázolt másodlagos elosztása alakítja ki a jövedelemtulajdonos intézmények (lakosság, állam, vállalatok, külföld) rendelkezésére álló végső jövedelmeket. Az árak, a jövedelmek elosztása és a jövedelemtulajdonosok fogyasztási, megtakarítási, beruházási viselkedése meghatározza a különböző termékek végső keresletét (személyes és közösségi fogyasztás, beruházás, export).

A ráfordítási együtthatókon keresztül a végső felhasználási igények, ismét csak az input-output modellek logikáját követve, meghatározzák a hazai bruttó kibocsátás, illetve az import iránt jelentkező teljes igényt. Az import és a hasonló jellegű hazai termékek iránti kereslet összetételének arányát, pon-

tosabban azok változását, a CGE modellekben az árak arányai, illetve azok változása határozza meg. A bruttó kibocsátás és a ráfordítási együtthatók, amelyek maguk is változhatnak az árak függvényében, meghatározzák a termékek és elsődleges erőforrások termelői keresletét. Ha egy erőforrás ára kívülről adott a modellben (reálértékben), akkor rendszerint a kínálat feltételezett rugalmas alkalmazkodása teremti meg az egyensúlyt kereslete és kínálata között. Ha pedig az erőforrások kínálata rögzített, akkor keresletük és kínálatuk összhangját árak változása teremti meg. És ezzel visszaérkeztünk a kiindulópontához, ahol ezeket az árakat adottnak tekintettük. Ha a feltételezett árak mellett nincs egyensúly az erőforrások piacán, akkor az áraknak és/vagy a kihasználási szintjüknek módosulnia kell.

A bemutatásra kerülő stilizált modell átláthatósága és könnyebb megértése céljából igyekeztünk csak a legfontosabb változókra és összefüggésekre összpontosítani a figyelmünket. Az ábrázolt modell ilyen formán a CGE modellek egy stilizált prototípusának tekinthető csupán. A CGE modellek jellemző összetevőit 24 blokkba csoportosítva soroljuk fel. A levezetett egyenletrendszer összevont, könnyen áttekinthető formában megtalálhatja az olvasó a függelékben, ahol egy táblázatban ugyancsak összefoglaljuk az alkalmazott jelöléseket is.

A naturális egyensúly feltételeit leíró összefüggések

A modellben ábrázolt gazdasági változók értékének konzisztenciáját a naturális oldalon a különböző termékek és erőforrások mérlegei biztosítják. Az ágazati kapcsolatok mérlegére épülő modellben a termékek az aggregált ágazati kibocsátások. Minden ágazat esetén megkülönböztetjük egymástól az ágazati összkibocsátás (x_j) hazai piacra (x_j^h), illetve exportra (z_j) kerülő részét, illetve az ágazati termékek teljes hazai kínálatának (x_i^{hm}) hazai (x_i^h) és import (u_i) összetevőjét. Az ágazati összkibocsátás termelési tényezők (anyagok, munkaerő és tőke) iránti igényét termelési függvényekkel határozzuk meg. Rendszerint egymásba ágyazott, első fokon homogén (konstans mérethozadéku), CES típusú termelési függvényeket alkalmazunk. Ezek egyik legegyszerűbb esete az L. Johansenről, első alkalmazójáról elnevezett függvény. Ennek esetén feltesszük, hogy a munkaerő és tőke (ágazati állóeszközök) egymás tökéletesen helyettesíthető, tehát eltérő kombinációjuk képes biztosítani az adott kibocsátáshoz szükséges termelési kapacitást. Egységnyi kibocsátás esetén a munkaerő (l_j) és tőke (k_j) lehetséges kombinációit egy $f_j(l_j, k_j)$, első fokon homogén termelési függvénnyel adjuk meg. Az egységnyi kibocsátáshoz ugyanakkor rögzített nagyságú ($a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj}$) termékekre van szükség (konstans ráfordítási együtthatók).

A fenti feltevések alapján a j -edik ágazat termelési függvényét

$$x_j = \min\left(\frac{x_{1j}}{a_{1j}}, \frac{x_{2j}}{a_{2j}}, \dots, \frac{x_{nj}}{a_{nj}}, KL_j\right) = \min\left(\frac{x_{1j}}{a_{1j}}, \frac{x_{2j}}{a_{2j}}, \dots, \frac{x_{nj}}{a_{nj}}, f_j(L_j, K_j)\right)$$

kétszintű CES függvény formájában írhatjuk fel, amelynek első szintjén $n + 1$ darab egymást tökéletesen kiegészítő termelési tényező szerepel, amelyek

közül az utolsó (KL_j) tőkéből és munkaerőből *összetett* (kompozit) tényező. Mindegyik tényező egy-egy kapacitáskorlátot szab meg, és a kibocsátás szintjét a legkisebb, a szűk keresztmetszet határozza meg (Leontief-féle termelési függvény).

A kellően aggregált modellekben rendszerint minden ágazat esetén van export és import is. Ez elméletileg nem egyeztethető össze a tökéletes helyettesíthetőség feltevésével, ezért a CGE modellekben az ágazati termékek hazai és importált, illetve a hazai piacra és exportra kerülő változatait, Armington (1969) nyomán, egymás tökéletlen helyetteseiként kezeljük. Közös volumenüket (x_i^{hm} illetve x_j) kompozit javak képviselik, amelyek összetevőinek arányát áraik határozzák meg. Ennek megfelelően az $x_{ij} = a_{ij}x_j$ változók és az a_{ij} paraméterek kompozit javakra vonatkoznak.

A hazai és az import termékek közötti helyettesítési lehetőséget a különböző felhasználási területeken általában azonosnak tekintjük. Ez ugyan nem szükségszerű, de elfogadása jelentősen lecsökkenti mind a modell statisztikai adatigényét, mind a változók és a paraméterek számát. A feltevés mellett a hazai-import *kompozit jószág* kínálatát az i -edik ágazati eredetű termékek esetén $x_i^{\text{hm}}(x_i^{\text{h}}, u_i)$ első fokon homogén *aggregáló függvénnyel*² adjuk meg. Az x_i^{hm} függvény jelzi a két termékfajta közötti feltételezett helyettesítés könnyebb vagy nehezebb voltát, s ennek segítségével *rugalmasan korlátozza*³ a kétféle forrás közötti arálynak az árarányok változását követő elmozdulását. A költségminimalizálás feltevése miatt ugyanis a kompozit jószág kétféle forrás szerinti összetételét kínálati árarányaik (p_i^{h} és p_i^{m}) határozzák meg. A kétféle összetevő összkínálatához viszonyított optimális hányadát $s_i^{\text{h}}(p_i^{\text{h}}, p_i^{\text{m}})$ és $s_i^{\text{m}}(p_i^{\text{h}}, p_i^{\text{m}})$ függvényekkel fogjuk jelölni.

A hazai és importtermékekhez hasonlóan a hazai piacra, illetve exportra szánt termékeket is gyakran egymás tökéletlen helyettesítőinek tekintjük. Ezzel azt érzékeltetjük, hogy az adott ágazat rendelkezésére álló termelési tényezőket, illetve az általuk meghatározott termelési kapacitást csak bizonyos súrlódással lehet átcsoportosítani a kétféle piacra szánt termékek előállítására között. A termelési kapacitást egy változó összetételű hazai-export kompozit ágazati termék mennyiségével fejezzük ki (a j -edik ágazat esetén x_j), aminek a hazai piacra (x_j^{h}), illetve exportra (z_j) szánt termékek közötti elosztási lehetőségeit egy $x_j(x_j^{\text{h}}, z_j)$ szintén első fokon homogén transzformációs (aggregáló) függvénnyel adjuk meg. A termelési tényezők rendelkezésre álló mennyisége által meghatározott kibocsátási kapacitás (összkibocsátás) és annak felhasználása közötti mérlegegyensúly feltétele ennek megfelelően a következő formát öltik:

$$x_j = x_j(x_j^{\text{h}}, z_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (\text{E1})$$

Ebben az esetben a kétféle piacon elért árak (p_j^{h} és p_j^{e}) aránya határozza meg az összkibocsátás hazai és külföldi piacon *kínált* mennyiségét, illetve

²Az aggregáló függvények és kompozit javak fogalmáról bővebben ld. Zalai (2011).

³Az erőforrás-allokáció lineáris programozási modelljeiben a túlspecializált megoldások elkerülése céljából alkalmazott *merev* (rögzített értékű) *korlátok* kiválthatók sokkal életesebb *rugalmas* korlátokkal a nemlineáris aggregáló függvények bevezetésével (ld. Zalai, 2012).

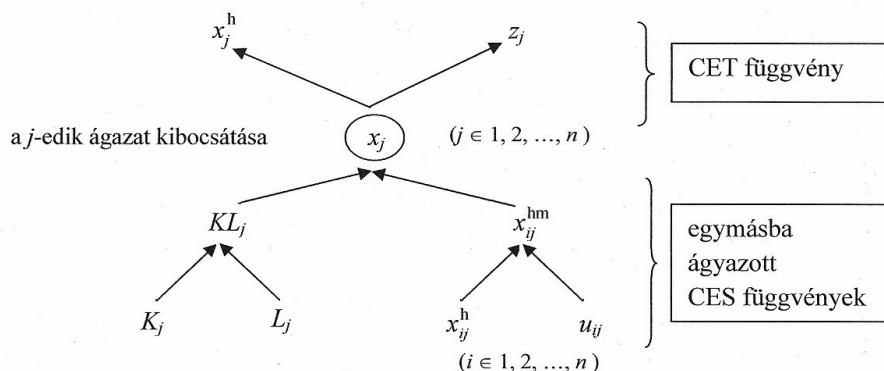
azok összkibocsátáshoz viszonyított optimális arányát, amelyeket $s_j^d(p_j^h, p_j^e)$ és $s_j^e(p_j^h, p_j^e)$ függvényekkel fogunk jelölni. A termelők feltételezett célja ugyanis a profit maximalizálása, aminek szükséges feltétele, hogy az adott összkibocsátásból nyert árbevétel a lehető legnagyobb legyen.

Érdeemes megjegyezni, hogy a hazai és export célú termékeket viszont gyakran egymás tökéletes helyetteseiként ábrázoljuk a CGE modellekben, vagyis az (E1) feltétel a lineáris modellekben megszokott egyszerű $x_j = x_j^h + z_j$ alakot ölti. Ilyenkor a hazai és a külföldi piacon kialakuló kereslet határozza meg x_j^h és z_j mennyiségét, illetve az összkibocsátáshoz és egymáshoz viszonyított arányukat is. Exportkeresleti függvények bevezetése azt jelenti, hogy az export fajlagos devizabevétele (világpiaci ára) és az export volumene kölcsönösen függ egymástól, amit $p_i^{we} = p_i^{we}(z_i)$ inverz keresleti függvényekkel jelenítünk meg a modellben. Ezzel a megoldással, különösen a keresleti rugalmasság paraméterével óvatosan kell bánnunk, mert irreális cserearányokat eredményezhet. Ezt ellensúlyozza, ha a hazai illetve külföldi piacra szánt termékeket egymás tökéletlen helyettesítőiként kezeljük. Ez ugyanis azt jelenti, hogy megjelennek az export kínálati függvények is, ami megakadályozza az export termelésbeli arányának irreális mértékű változását.

A fentiek alapján kapott,

$$x_j = x_j(x_j^h, z_j) = \min\left(\frac{x_{1j}^{hm}}{a_{1j}}, \frac{x_{2j}^{hm}}{a_{2j}}, \dots, \frac{x_{nj}^{hm}}{a_{nj}}, f_j(L_j, K_j)\right)$$

alakban megadható termelési függvény szerkezetét az 1. ábrán szemléltetjük.



1. ábra. A Johansen-féle termelési függvény szerkezete kétszintű beágyazás esetén

A kompozit ágazati termékek kínálatának egyensúlyban meg kell egyeznie keresletükkel. Hazai piacon jelentkező hazai felhasználói igényeket jellemzően termelői ($\sum_j a_{ij} \cdot x_j$), személyes (y_i^c) és közösségi ($s_i^g \cdot y_g$) fogyasztás, állóeszköz-beruházási igények ($\sum_j b_{ij} \cdot y_j^a$) és készletváltozás (y_i^k) szerint részletezzük (ezek részletes jellemzését ld. később). A természetes elszámolási (mérleg-)

azonosságok ennek megfelelően modellünkben az alábbi formát öltik:

$$x_i^{\text{hm}}(x_i^{\text{h}}, u_i) = \sum_j a_{ij} \cdot x_j + y_i^{\text{c}} + s_i^{\text{g}} \cdot y_{\text{g}} + \sum_j b_{ij} \cdot y_j^{\text{a}} + y_i^{\text{k}} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (\text{E2})$$

ahol $\mathbf{B} = (b_{ij})$ a beruházási együttthatók mátrixa, y_j^{a} a beruházás szintje a j -edik ágazatban.

Itt is érdemes megjegyezni, hogy a hazai és export célú kibocsátás, valamint az importált ágazati termékek tökéletes helyettesíthetőségének feltevése esetén (E1) és (E2) együtt a hazai termelést és importot együtt kezelő ÁKM alapján felírt termékmerleg azonossággá válna:

$$x_i + u_i = \sum_j a_{ij} \cdot x_j + y_i^{\text{c}} + s_i^{\text{g}} \cdot y_{\text{g}} + \sum_j b_{ij} \cdot y_j^{\text{a}} + y_i^{\text{k}} + z_i \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (\text{E2}')$$

A termékmerlegek mellett további három mérlegegyensúlyi feltétel jelenik meg a CGE modellekben. A munkaerő- és tőkepiac egyensúlyi feltétele:

$$\sum_j l_j \cdot x_j = l, \quad (\text{E3})$$

$$\sum_j k_j \cdot x_j = k, \quad (\text{E4})$$

ahol l és k lehet akár rögzített nagyság (kínálat), akár változó (kereslet). Az utóbbi esetben implicit módon feltesszük, hogy a munkaidő hosszának és/vagy intenzitásának, illetve a kapacitás kihasználásának alkalmazkodása teremt egyensúlyt az adott erőforrás kereslete és kínálata között.

A munkaerő- és tőkepiac egyensúlyi feltételeinek fenti megfogalmazása jelzi, hogy ágazatok között átcsoportosítható erőforrásokként, homogén javakként kezeljük őket, ami hosszú távú szemléletet tükröz. Ez a feltevés, különösen többidőszakos modellekben, nincs összhangban az állóeszközök felhalmozásának kezelésével, ha a beruházások ráfordítási igényeit ágazatok szerint, mint az (E2) egyenletben is, megkülönböztetjük (ld. a beruházási együttthatók mátrix használatát). Ezért többidőszakos modellekben az állóeszközöket gyakran ágazatok között nem átcsoportosítható (ágazatspecifikus) erőforrásokként kezeljük. Köztes lehetőségként kínálkozik ágazatonként differenciált, egymást korlátozottan helyettesíthető javakként való kezelésük. Ilyen megoldással kísérleteztünk a magyar CGE modellekben. Megjegyezzük még, hogy a természeti erőforrások (pl. a föld) általában nem jelennek meg mint termelési tényezők a CGE modellekben.

A további potenciális korlát a külkereskedelmi (deviza-) mérleg egyensúlyi feltétele:

$$\sum_i \left(p_i^{\text{wm}} \cdot u_i - p_i^{\text{we}}(z_i) \cdot z_i \right) = d_e, \quad (\text{E5})$$

ahol p_i^{wm} és p_i^{we} az import és az export árindexe. Az utóbbiról, mint már jeleztük, gyakran feltesszük, hogy függ az export volumenétől, amit $p_i^{\text{we}} = p_i^{\text{we}}(z_i)$ inverz keresleti függvényt fejezünk ki. A devizamérleg pozitív egyenlege (d_e), a felírás módjából következően, deficitet jelez. Ez is lehet kívülről megadott korlát, s ekkor a devizaárfolyam igazodása teremt meg a mérleg egyensúlyát, de rögzített árfolyam feltevése mellett lehet változó is.

Az erőforrások mérlegegyensúlyi allokációját jellemző (E1)-(E5) egyenletek hasonló vagy ugyanilyen formában jelennének meg akár egy input-output, akár egy optimális allokációt eredményező programozási modell primális feladatában.⁴

Az egyensúlyi árak feltételeit leíró összefüggések

Az egyensúlyi, helyesebben konzisztencia feltételek egy következő jellemző csoportját az ármeghatározási azonosságok alkotják. Az ágazati export (p_j^e) és import (p_i^m) hazai árindexének meghatározásakor először is az egységes devizasorzó indexe segítségével (v) átszámítjuk nemzetközi árukat forintra, majd ad valorem kulcsokat alkalmazva figyelembe vesszük az esetleges exporttámogatás (τ_j^e) illetve importvám (τ_i^m) eltérítő hatását:

$$p_j^e = (1 + \tau_j^e) \cdot v \cdot p_j^{\text{we}}(z_j), \quad (\text{E6})$$

$$p_i^m = (1 + \tau_i^m) \cdot v \cdot p_i^{\text{wm}}. \quad (\text{E7})$$

Az export (p_j^e) és import (p_i^m), illetve a hazai piacra szánt kibocsátás árindexei (p_j^h), valamint a kétféle piacra szánt kibocsátás, illetve a hazai kínálat összetevőinek optimális hányadai (s_j^d és s_j^e , illetve s_i^h és s_i^m) alapján kiszámíthatjuk az ágazati termékek (átlagos) *termelői* (p_j^a) és *felhasználói* (p_i^{hm}) árindexeit:

$$p_j^a = p_j^h \cdot s_j^d(p_j^h, p_j^e) + p_j^e \cdot s_j^e(p_j^h, p_j^e), \quad (\text{E8})$$

$$p_i^{\text{hm}} = p_i^h \cdot s_i^h(p_i^h, p_i^m) + p_i^m \cdot s_i^m(p_i^h, p_i^m). \quad (\text{E9})$$

A konstans mérethozadék feltevéséből adódóan az egyensúlyi áraknak meg kell egyezniük a termelési költségekkel, teljesülniük kell az alábbi nonprofit árfeltételeknek:

$$p_j^a = \sum_i p_i^{\text{hm}} \cdot a_{ij} + w_j \cdot l_j + q_j \cdot k_j + p_j^a \cdot \tau_j^t, \quad (\text{E10})$$

ahol w_j és q_j a munkaerő- és tőke ágazati költségindexe, τ_j^t a termelői adó *ad valorem* kulcsa az adott ágazatban. Az adott ágazatban felhasznált munkaerő költségindexe

$$w_j = (1 + \tau_j^w) \cdot w \cdot d_j^w \quad (\text{E11})$$

összefüggéssel adott, amelyben a w a bérek általános szintjének változója, d_j^w az általánoshoz viszonyított ágazati bérdifferentia együtthatója, τ_j^w a bérek közterheinek ágazati paramétere.

A felhasznált tőke (állóeszközök) fajlagos költségét a

$$q_j = p_j^b \cdot (r_j^d + \pi \cdot d_j^\pi) \quad (\text{E12})$$

⁴Az ÁKM-re épülő input-output, programozási és CGE modellek hasonlóságainak és különbségeinek részletes elemzésére ld. Zalai (2012).

alakban felírható Walras-féle költségindexszel határozhatjuk meg, amelyben π az általános nettó tőke megtérülési (profit-) ráta, d_j^π az általános rátát ágazatonként differenciáló tényező, r_j^d az amortizáció ágazati rátája, s végül

$$p_j^b = \sum_i p_i^{\text{hm}} \cdot b_{ij} \quad (\text{E13})$$

az adott ágazati állóeszközök (tőkejavak) átlagos árindexe.

Egyes modellváltozatokban a tőkehozadékként értelmezett, normatív módon képzett nyereség ($\pi \cdot d_j^\pi \cdot p_j^b$) helyett vagy mellett $p_j^a \cdot \pi_j^c$ additív képlettel definiált haszonkulcsos (π_j^c) nyereség (is) szerepel a termelői árak (E10) képletének jobb oldalán.

Az ágazati felhasználói árakat a személyes fogyasztásban különböző adók/támogatások módosítják (jellemzően növelik), amelyek nettó kulcsa az i -edik ágazatban τ_i^c , így a fogyasztói árindexeket az alábbi egyenletekkel határozzuk meg:

$$p_i^c = (1 + \tau_i^c) \cdot p_i^{\text{hm}} . \quad (\text{E14})$$

Mivel az általános egyensúlyi feltételek az árak általános szintjét nem határozzák meg, ezért valamilyen módon kívülről kell rögzítenünk, például a személyes fogyasztás árindexének (p_c) a bázisszinten való rögzítésével:

$$p_c = \sum_i p_i^c \cdot y_i^c / \sum_i p_i^{c0} \cdot y_i^c = 1 . \quad (\text{E15})$$

Az árakat meghatározó (E6)-(E15) egyenletek ugyanilyen formában jelennek meg egy input-output ármodellben is, azzal a különbséggel, hogy abban a p_j^{we} , s_j^d , s_j^e , s_i^h , s_i^m , l_j , k_j változók helyett azonos jelentésű konstans paraméterek szereplnének. Az optimális erőforrás-allokációt eredményező programozási modell duális feladatából kapott árnyékárak összefüggéseiből is ezekhez hasonló egyenletek vezethetők le, de az árnyékárakra kapott összefüggések nem tartalmazhatnának adó- és támogatáskulcsokat, a béreket és profitrátát ágazatonként differenciáló paramétereket és haszonkulcsos nyereséget.

Az egyensúlyi igazodás és viselkedés feltételeit leíró összefüggések

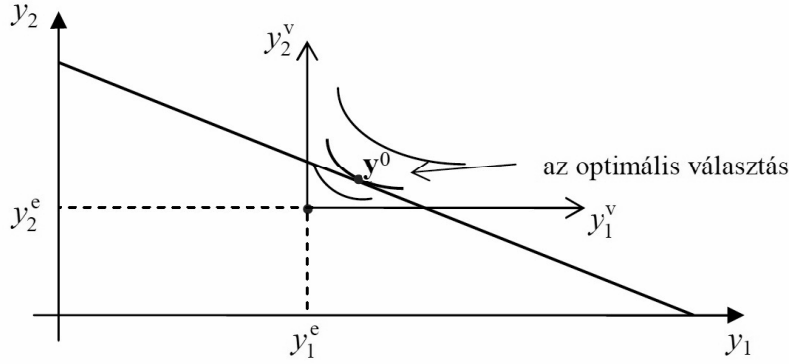
Az eddigi két blokk, a mérlegegyensúlyi és árképzési azonosságok voltaképpen az ÁKM-ekre épülő többszektoros modellek jellemző összefüggéseinek nemlineáris kiterjesztései. Egy sor olyan összetevője a modell endogén változója lesz, amely a lineáris input-output modellekben külső adottság (paraméter vagy exogén változó). Ezek írják le alapvetően a relatív árváltozások által feltételezés szerint beinduló igazodási és viselkedési szabályokat.

A személyes fogyasztás esetén például feltesszük, hogy az árarányok változása következtében, mint a költségminimalizáló fogyasztó esetében, megváltozik a szerkezete. Az ágazati termékek személyes fogyasztását a CGE modellekben jellemzően a Stone (1954) névéhez fűződő lineáris kiadási rendszerrel (LES) ábrázoljuk. Ez egy olyan feltevésen nyugszik, hogy minden termék esetén van egy minimális szint (y_i^e), amely megvásárlása mellett a fogyasztók eleve elkötelezték magukat, és csak az előlötti változó fogyasztás (y_i^y)

esetében mérlegelnek, hogy a többletjövedelmet hogyan osszák szét különböző termékek között (2. ábra). Stone első fokon homogén Cobb–Douglas-típusú hasznossági függvényt és a kiadás minimalizálását (a hasznosság maximalizálását) feltételezve vezette le ezeket az arányokat (s_i^{cv}). Ennek alapján az i -edik ágazati termék személyes fogyasztói keresletét (y_i^c) az alábbi összefüggéssel adhatjuk meg:

$$y_i^c = y_i^e + s_i^{cv}(p_1^c, p_2^c, \dots, p_n^c) \cdot y_{cv}, \quad (E16)$$

ahol y_{cv} a változó fogyasztás $y_v(y_1^{cv}, y_2^{cv}, \dots, y_n^{cv})$ aggregáló (Stone esetében Cobb–Douglas-típusú) függvénnyel mért szintje. Az $s_i^{cv}(p_1^c, p_2^c, \dots, p_n^c)$ függvények pedig nem mások, mint optimális döntés feltételezése mellett (és $y_{cv} = 1$ esetén) ebből adódó keresleti függvények. Az y_v függvény, ami nem jelenik meg explicit formában a modellben, voltaképpen a jólét szintjét mérő indexfüggvény szerepét tölti be a CGE modellben, ha y_{cv} endogén változó. A jóléti optimumot meghatározó programozási modellben ez lenne a célfüggvény.



2. ábra. A Stone-féle LES keresleti rendszer alapjául szolgáló preferenciarendezés két termék esetén

A személyes fogyasztáshoz hasonlóan az ágazati import és export hazai termeléshez viszonyított aránya (ld. fentebb), illetve a munkaerő és az állóeszközök fajlagos, egységnyi kibocsátáshoz viszonyított kereslete is jellemzően az áraktól (árindexektől) függő változó lesz:

$$u_i = s_i^m(p_i^h, p_i^m) / s_i^h(p_i^h, p_i^m) \cdot x_i^h, \quad (E17)$$

$$z_i = s_i^e(p_i^h, p_i^e) / s_i^d(p_i^h, p_i^e) \cdot x_i^h, \quad (E18)$$

$$l_j = l_j(w_j, q_j), \quad (E19)$$

$$k_j = k_j(w_j, q_j). \quad (E20)$$

A jövedelemelosztás és a költségvetési egyensúly feltételeit leíró összefüggések

Az eddigi (E1)-(E20) egyenlettel definiált rendszerben a potenciális változók száma meghaladja az egyenletek számát. Az egyenletek számával egyenlő endogén változót kijelölve (például az $x_j, x_j^h, y_i^c, z_j, u_i, l_j, k_j, y_{cv}$ volumenváltozókat és a $p_i^h, p_i^m, p_i^{hm}, p_i^c, p_j^e, p_j^a, p_j^b, w_j, q_j, w, \pi, v$ árváltozókat) már ebből

az egyenletrendszerből is egy jól determinált modellt kapnánk. Az így nyert modelltől azonban hiányoznak a jövedelemelosztási egyenletek és változók, amelyek a CGE modellek egyik legfontosabb, más makrogazdasági modellektől megkülönböztető, hazai modelljeinkben különösen részletesen kimunkált blokkját képezik. Pontosabban fogalmazva: az (E1)-(E20) egyenletrendszernek a kijelölt változókra kapott megoldásából már levezethető a természetes és értékbeli egyensúllyal összeegyeztethető, azt alátámasztó jövedelemelosztás.

A jövedelemelosztást leíró *költségvetési egyenletekben* megjelennek mindazok a jellegzetes adók, támogatások és egyéb elosztási csatornák (transzferek), amelyekeken keresztül a jövedelmek újraelosztása a gazdaságban végbemegy. Ezek felírásához mindenekelőtt be kell vezetni a feltételezett döntéshozókat, gazdasági alanyokat. Modellünkben a reprezentatív gazdasági alanyok a lakosság (h index), az állam (g index), az ágazati termelők (v ill. j index) és a külföld (w index). A jövedelemelosztási csatornák részletes leírásától, ami a CGE modellek egy összetett modulja, itt eltekintünk. Ehelyett csak a gazdasági alanyok elsődleges jövedelmeit és az azokat módosító transzferek egyenlegeit jelenítjük meg az egyes gazdasági alanyokhoz rendelt $tr^h(\cdot)$, $tr^g(\cdot)$, $tr_j^y(\cdot)$, $tr^w(\cdot)$ függvények segítségével. Ezek a különböző ár- és jövedelemváltozók függvényei, amelyeket itt csak kipontozva (\cdot) jelzünk.

A transzferek egyenlegeit megjelenítő függvényekről is feltesszük, hogy első fokozaton homogének. A transzferegyenlegek összegének, definíciójuk értelmében (egyik alany adja, a másik kapja), nullának kell lennie. A transzferek a jövedelmek végleges újraelosztását ábrázolják, amelyeket még kiegészít a jövedelmeknek a megtakarítások és hitelek révén megvalósuló ideiglenes elosztása. Ezek egyenlegeit az egyes gazdasági alanyok nettó megtakarításai (nettó hitelpozíciói), az S^h , S_j^y , S^g és S^w potenciális változók segítségével ábrázoljuk a stilizált modell leírásában (pozitív előjelük megtakarítást, a negatív hitelt jelent).

Az egyes gazdasági alanyok (háztartások, termelők, állam, külföld) költségvetési mérlegeinek a tartalma a bennük szereplő változók és paraméterek jelentésének ismeretében könnyen megérthető. A bal oldalán az adott gazdasági alany rendelkezésére álló jövedelem meghatározása, a jobb oldalán kiadásai szerepelnek.

A *háztartások* költségvetési mérlege (a háztartások tőkejövedelme transzferként jelenik meg):

$$\sum_j w \cdot d_j^w \cdot l_j \cdot x_j + tr^h(\cdot) - S^h = \sum_i p_i^c \cdot y_i^c . \quad (\text{E21})$$

A termelők (vállalatok, vállalkozók) költségvetési mérlege:

$$q_j \cdot k_j \cdot x_j + tr_j^y(\cdot) - S_j^y = p_j^b \cdot y_j^a + \sum_i s_{ij}^k \cdot p_i^{hm} \cdot y_i^k , \quad (\text{E22})$$

ahol az s_{ij}^k paraméterek azt mutatják meg, hogy milyen arányban részesedik a j -edik ágazat az i -edik ágazati termékkészletek változásából.

Az állam költségvetési mérlege:⁵

$$\begin{aligned} & \sum_j (\tau_j^w \cdot w \cdot d_j^w \cdot l_j + p_j^a \cdot \tau_j^t) \cdot x_j + \sum_i \tau_i^c \cdot p_i^{\text{hm}} \cdot y_i^c + \\ & + \sum_i (\tau_i^m \cdot v \cdot p_i^{\text{wm}} \cdot u_i - \tau_i^e \cdot v \cdot p_i^{\text{we}}(z_i) \cdot z_i) + \text{tr}^g(\cdot) - S^g = \sum_i p_i^{\text{hm}} \cdot s_i^g \cdot y_g. \end{aligned} \quad (\text{E23})$$

A nemzetközi fizetési mérleg (*külföld*):

$$\sum_i v \cdot p_i^{\text{wm}} \cdot u_i + \text{tr}^w(\cdot) - S^w = \sum_i v \cdot p_i^{\text{we}}(z_i) \cdot z_i, \quad \text{azaz} \quad v \cdot d_e + \text{tr}^w(\cdot) = S^w. \quad (\text{E24})$$

Az egyértelmű matematikai megoldás érdekében az egyenletrendszer regulárisá, jól meghatározottá kell tenni, tehát csak annyi endogén változó szerepelhet benne, ahány egyenlet. Egy sor összefüggést csak implicit formában jelenítettünk meg stilizált modellünkben, ezért egy konkrét modellben jóval nagyobb az egyenletek és az endogén változók száma annál, mint ami az (E1)-(E24) egyenletrendszer alapján becsülhető lenne ($17n + 7$, ahol n az ágazatok száma). Egy 8-12 ágazatot megkülönböztető modellben jellemzően több ezer egyenlet jelenik meg.

A potenciális változók száma, különösen, ha figyelembe vesszük az adókulcsok és más elosztási vagy technikai paraméterek (pl. tőkekihasználtság) lehetséges változását is, jóval több, mint ahány egyenlet a fenti modellben szerepel. Jellemzően endogén változókként jelennek meg a termelés, az export és import, a lakossági fogyasztás volumenének ágazati mutatói, a különböző ágazati bontású árindexek. További potenciális változó a közösségi fogyasztás, a beruházás, a munkabérek, a tőke megtérülés (profit) és a valutaárfolyam, a tőkekihasználtság és a foglalkoztatás általános szintje, továbbá az egyes gazdasági alanyok nettó megtakarítás vagy hitel pozíciója, a különböző adókulcsok. Ezek együttes száma jóval meghaladja azoknak az egyenleteknek a számát, amelyekkel a potenciális változók közötti összefüggések elméleti vagy elszámolás-technikai alapon biztonsággal, kellő pontossággal felírhatóak. Értelemszerűen ilyen összefüggések a különféle mérlegazonosságok, de a termelési technológiák és bizonyos viselkedési, jövedelemelosztási mechanizmusok ábrázolásában is nagyjából ugyanazokkal a megoldásokkal találkozhatunk a különböző CGE modellekben.

A gazdasági összefüggéseknek azonban van egy olyan, viszonylag széles köre, amelyek megfogalmazására meglehetősen eltérő feltevések alkalmazása jöhet szóba. A valutaárfolyam lehet például nominálisan rögzített („inflációs horgony”), valamilyen reálértelemben szinten tartott (pl. inflációt követő csúszó-leértékelés), avagy egy fizetési mérlegegyenleg célkitűzésnek alárendelt. Általában a végső felhasználás összetevői és az erőforrások kihasználási szintjei, valamint ezek „duálisai”, a főbb jövedelemtulajdonosok (intézményi szektorok) nettó megtakarításának a szintje és az erőforrások árának meghatározása tekintetében van lehetőség markánsan eltérő megoldások közötti választásra. A konkrét elemzés céljától, illetve az elemzők feltevéseitől függően

⁵Mivel a modellben pénz és pénzteremtés nem jelenik meg, így az abból származó monopójövedelem (seigniorage) sem ábrázolható benne.

a modellező viszonylag nagy szabadsági fokkal döntheti el, hogy mely potenciális változókat tekinti endogéneknak, tehát amelyek értékét a modell megoldása határozza meg, illetve exogéneknak, amelyek értékét kívülről kell megadnia. Ezt, a részben elméleti fogantatású, részben az előrejelzési, becslési bizonytalanságokból fakadó alternatív lehetőségek közötti választási dilemmát a CGE modellek *makrolezárási (macro closure)* problémájának nevezik az irodalomban.

3 Makrolezárási lehetőségek, alternatív modellváltozatok

Ha a fentebb endogén változónak tekintett $x_j, x_j^h, y_i^c, z_j, u_i, l_j, k_j, y_{cv}$ volumenváltozók, $p_i^h, p_i^m, p_i^{hm}, p_i^c, p_j^e, p_j^a, p_j^b, w_j, q_j, w, \pi, v$ árváltozók mellett ugyancsak endogénnek választjuk az S^h, S^g, S^w és S_j^y megtakarítási változókat, akkor az (E21)-(E24) egyenletrendszer is egy jól determinált modell lesz. A $17n + 7$ feltétel mellett ugyanis ugyanennyi endogén változó szerepel benne. Vegyük figyelembe, hogy az S^h, S^g, S^w és S_j^y új változók nem szerepeltek az első 20 egyenletblokkban, amelyek, mint erre fentebb utaltunk, önmagukban meghatározzák a bennük szereplő endogén változók értékét. Az endogén változók ilyen kijelölésével kapott modell tehát *(blokk-) rekurzív* módon is megoldható. Nevezetesen, először megoldhatjuk az (E1)-(E20) egyenletrendszert a bennük szereplő változókra, majd kapott értékeiket az (E21)-(E24) költségvetési egyenletekbe behelyettesítve (epilógus formájában) kiszámíthatjuk az S^h, S^g, S^w és S_j^y változók velük összhangban levő egyensúlyi értékeit. A modell ilyen módon kapott változatát programozási jellegű lezárásnak nevezhetjük. (Az endogén és exogén változók tekintetében ugyanazt a logikát követi ugyanis, mint amit az erőforrások optimális elosztására felírt programozási modell primális és duális feltételeiben tapasztalhatunk.)

Semmi sem indokolja azonban azt, hogy az adott egyenletrendszerben szereplő potenciális változók közül éppen így jelöljük ki az endogén változókat. Ha felcseréljük egyes változók endogén és exogén szerepét, akkor az endogén változók kijelölésétől függően eltérő modellváltozatokat kaphatunk, amelyekben az egyenletek már jellemzően összefüggő (szimultán) rendszert képeznek. A fenti változatban endogénnek kijelölt változók között bőven vannak olyanok, amelyek értékét előírhatnánk exogén módon is, mert értékük – a modellben explicit módon nem ábrázolt – gazdaságpolitikai eszközökkel kijelölt célértékük közelében tartható. Ilyen például a *devizaárfolyam* (v) és az általános *bérszint* (w) változója. Más endogén változók, így például a *lakossági megtakarítások* (S^h) értéke pedig megadható lenne a modell további változóinak függvényeként (mondjuk a háztartások jövedelmének konstans hányadaként), és helyette egy eddig exogén változót endogénné tehetünk. Hasonlóképpen, egyes értékjellegű változók nemcsak abszolút (nominál- vagy reál-) értékben, hanem relatív módon is meghatározhatók (pl. *költségvetési hiány* a GDP százalékában).

Vegyük észre azt is, hogy nem jelent meg *endogén változóként* ugyanakkor

számos olyan makrogazdasági mutatószám, amelyek nagyságát befolyásolja a többi változó értékének alakulása. Így például a *közösségi fogyasztás szintje* (y_g), a *külkereskedelmi mérleg egyenlege* (d_e), az *ágazati beruházások* (y_j^a) volumene vagy a beruházások *általános szintje* (y_a , ami nem szerepel önálló változóként a modell fenti specifikációjában, de könnyen bevezethető, ha a beruházások ágazati szerkezetét rögzítjük). Számos indokot lehet felhozni amellet, hogy ezeket endogén változóként kezeljük, amire az S^a megtakarítási változók és a költségvetési feltételek bevezetése lehetőséget is nyújt.

A fenti példakkal azt kívántuk érzékeltetni, hogy a *makroökonómiai lezárás* problémája jóval összetettebb a számszerűsített általános egyensúlyelméleti modellekben, mint amivel már Walras is szembetalálta magát úttörő általános egyensúlyi modelljében (bővebben ld. Zalai, 2012). Walras modelljében attól jelent meg az eltérő lezárások lehetősége, mert a személyes fogyasztás mellett megjelent a beruházás is a végső fogyasztásban. Itt nemcsak a beruházás jelenik meg elkülönítve, hanem a közösségi fogyasztás is, az export és az import egyenlege, valamint a devizamérleg is, tehát még több változó, amelyek alakulásának magyarázatára nincs elég feltétel a modellben. A potenciális változók száma így jelentősen meghaladja a figyelembe vett és a további lehetséges magyarázó (funkcionális és viselkedési) egyenletek számát.

A bevezetett (E1)-(E24) feltételek jelentős része lassan változó strukturális adottságot tükröző, nehezen áthágható korlátokat képvisel (naturális, az ár- és költségvetési mérlegegyenletek). Ezeknek természetes módon helyük van a modellben. Más részük ugyanakkor ingatag elméleti feltevéseken vagy bizonytalan adatokon nyugvó hipotézis, ami bizonyos exogén változók formájában ölt testet. A modell gazdaságpolitikai célú alkalmazásakor alaposan meg kell gondolni, hogy a makrogazdasági változók közül melyek értékét célszerű vagy reális exogén módon előírni, s melyeket endogénnek tekinteni. Továbbá célszerű eltérő feltevéseken nyugvó makrolezárási lehetőségek mellett elvégezni az elemzéseket, és így is ellenőrizni a következtetések megbízhatóságát.

A modell-lezárási lehetőségeknek vannak bizonyos korlátjai. Ha például az elsődleges erőforrások rendelkezésre álló mennyisége (l_s, k_s) és a külkereskedelmi mérleg egyenlege (d_e) kívülről adott, akkor ezek rögzített kínálata behatárolja a végső felhasználási lehetőségeket. Nyilvánvaló, hogy egy ilyen *kínálatvezérelt* modellben nem írhatjuk tetszőlegesen elő a végső felhasználás minden összetevőjének a szintjét, legalább egynek endogénnek kell lennie. A szabadon hagyott változók egyensúlyi szintje fog alkalmazkodni a megváltozott külső feltételekhez. (Ha csak a személyes fogyasztás szintje endogén változó, akkor ez ugyanazt a szerepet tölti be az egyensúlyi modellben, mint az erőforrások optimális elosztására felírt programozási modellben a célfüggvény.)

A primális korlátok és a duális változók programozási modellek elemzéséből megismert kölcsönös kapcsolata további olyan természetes korlátokat sugall, amelyeket figyelembe kell venni az endogén-exogén változók kijelölésekor. Általában értelmetlen megoldáshoz vezethet, ha egyidejűleg exogén változónak választjuk valamely elsődleges erőforrás korlátját és árát is. Meg-

mutatható (ld. Zalai, 2012), hogy egy hasonló felépítésű zárt input-output ármódelben a három erőforrás, a munkaerő, a tőke és a deviza egyensúlyi ára (w , π és v) közül legfeljebb kettő értéke adható meg kívülről, exogén módon, a harmadik változó értékét a másik kettő egyértelműen meghatározza. Az általános egyensúlyi modellek esetében ugyanez a jelenség egy nagyon szűk tartományra korlátozza a harmadik változó lehetséges értékét.

Ilyen és hasonló hüvelykujjszabályok betartása mellett is számos makrolezárási lehetőség kínálkozik. Nézzük meg a legjellegzetesebb lehetőségeket (részletesebben tárgyalja ezeket Taylor, 1979)!

- *Kínálatvezérelt* (vagy *programozási jellegű*) makrolezárásnak nevezhetjük azt a fentebb elsőként említett megoldást, amelyben az elsődleges erőforrások kínálata ($l = l_s$, $k = k_s$ és d_e) kívülről adott, a gazdasági alanyok nettó hitelpozíciója, az export és az import, és valamelyik végső felhasználási tétel, esetünkben a változó személyi fogyasztás szintje (y_{cv}) igazodik a modell többi változójához és feltételéhez.
- *Keresletvezérelt* makrolezárásnak tekinthetjük ezzel szemben azt a megoldást, amelyben az l , k és d_e változók *endogének*, s helyettük a reálbér ($\omega = w/p_c$, ahol $p_c = \mathbf{ps}^c$) vagy a lakossági fogyasztás szintje (y_{cv}), a profit általános szintje (π) és a reálárfolyam ($v = v/p_d$, $p_d = \mathbf{ps}^{zd}$) az exogén változók. Ebben az esetben ugyanis az l , k és d_e változók a nevezett elsődleges erőforrások iránt megmutatkozó (endogén módon meghatározott) keresletet, s nem azok (rögzített) kínálatát mutatják.
- *Neoklasszikus jellegű* makrolezárásról beszélünk olyankor, amikor a beruházások általános szintje endogén változó, és a megtakarítások egy része (például a nemzetközi fizetési mérleg egyenlege és a lakossági megtakarítás) jelenik meg külső adottságként (exogén változóként).
- *Keynesi jellegű* makrolezárásnak nevezzük ezzel szemben az olyat, melyben a beruházások szintje exogén és a megtakarítások egy része az előzőkhöz alkalmazkodó endogén változó. *Keynes* szellemében még azt is feltehetjük, hogy a bérszint külső adottság (ragadós bérek), és a munkaerő kereslete endogén változó.
- *Klasszikus vagy marxi jellegű* makrolezárásnak tekinthetjük mindezekkel szemben az olyan megoldást, amelyben a lakossági fogyasztás és a reálbér általa meghatározott szintje kívülről adott (lásd a klasszikusok szükséges fogyasztás fogalmát), a beruházás és a profitráta szintje viszont endogén.

A választási lehetőségek köre még ennél is szélesebb. Vegyük észre ugyanis, hogy az eddigi megállapításaink függetlenek a helyettesítési, illetve a keresleti-kínálati függvények konkrét alakjától. Sőt attól sem függenek, hogy ezek a neoklasszikus elmélet alapján feltételezett optimalizáló magatartásból levezetett vagy egyszerűen ökonometriai úton becsült függvények, még az egyenletek árhomogenitásához sem kell feltétlenül ragaszkodnia a modell alkalmazójának. Ismertek olyan makroökonómiai megfontolásokkal ötvözött

CGE modellek is (Taylor, 1979), amelyekben az árszint is endogén változó, és egyes névleges változók szintje az általános árszinttől eltérően alakul (például induló értékük változatlan marad). Egy ilyen modellben már az árváltozások is az egyes gazdasági alanyok jövedelempozícióinak megváltozásához vezetnek. Ismertek olyan kísérletek is, amelyek az árszintet úgy teszik endogén változóvá, hogy a CGE modellt kiegészítik egy monetáris makroökonómiai blokkal (Bourguignon–Branson–De Melo, 1989, Révész, 2006).

Egy példa a lezárási lehetőségek közötti választás illusztrálására

A makrolezárási lehetőségek ismertetését egy, a magyar gazdaságra (1991-es adatok alapján) számszerűsített modellel végzett szimulációval illusztráljuk.⁶ Elemzésünkben az alábbi hét fontos makrogazdasági mutató alakulására koncentráltunk (zárójelben a táblázatbeli rövidített megfelelőiket tüntettük fel):

- lakossági fogyasztás (y_c)
- bruttó beruházás (y_a)
- külkereskedelmi mérleg egyenlege (d_e)
- az államháztartás egyenlege (S^g)
- a deviza reálárfolyama (v)
- a reálbérek átlagos szintje (ω)
- az általános tőkehozadék (π)
- az össztermelés szintje (k_d/k_s).

Az utóbbi mutató változása modellünk sajátos specifikációjában megegyezik az állóeszközök kihasználtságának indexével (k_d/k_s). A számítások során ugyanis eltekintettünk a tőke és a munka közötti helyettesítés lehetőségétől (változatlan ráfordítási együttthatók). Helyette feltettük, hogy a foglalkoztatás szintje minden ágazatban követi az állóeszközök kihasználtságában bekövetkező változást. A változatlan munkaerő- és tőkeráfordítási együttthatók feltételezése következtében tekinthetjük a kapacitáskihasználás szintjét a teljes termelés volumenindexének.

Négy szimuláció eredményét elemezzük röviden. Mindegyik a forint reálárfolyamának 5 százalékos emelésének (a forint leértékelésének) lehetséges hatásait elemzi, részben közös, részben eltérő feltevések mellett. Pontosabb lenne nem hatásokról beszélni, hanem inkább az adott nagyságú leértékeléssel konzisztens, más gazdasági jellemzőkben bekövetkező változásokról. A lakossági változó fogyasztás (y_{cv}) és az állami költségvetés egyenlege (S^g) végig endogén változó volt. Az egyes számításokban négy makrogazdasági változó, nevezetesen a beruházások szintje (y_a), a reálbérek (ω), az általános tőkehozadék (π profitráta) és a kapacitáskihasználás szintje (k_d/k_s) közül felváltva kettőt rögzítve alternatív módokon meghatározottá tettük („lezártuk”) a modellt. A négy változat jellemzői és eredményei az alábbiakban foglalhatók össze (lásd 1. táblázat).

1. Az *első futásban* feltettük, hogy a reálbérek és a beruházások szintje változatlan marad. A deviza leértékelése miatt megrágul az import, és ennek

⁶Az 1991-es adatokon alapuló példát Zalai (1998) cikkéből vettük át!

költségnövelő hatását az eszközarányos nyereségráta kis mérvű (0,3 százalékpontos) csökkenése ellensúlyozza. Ugyanakkor nő az export (4%) és csökken a felhasznált import mennyisége (a termelési szint több mint 2%-os növekedése ellenére is). Ezek következtében csökken a fizetési mérleg hiánya (15 Mrd Ft-tal). A termelés növekedése a változatlan reálbér, megtakarítási hányad, illetve a közösségi fogyasztás és beruházás feltevésének egyenes következménye. A megnövekedett exportot ugyanis csak többlettermelésből lehet fedezni, ami – a többletfoglalkoztatás révén – még egy enyhe multiplikátor-hatást is kivált (a lakossági fogyasztás 1,2%-kal nő).

2. A *második futásban* a reálbérek helyett a nyereségrátát tekintettük változatlanak, a többi tekintetben megőriztük az első futás feltevéseit. Most a reálbér 1,3%-os csökkenése ellensúlyozza a reálárfolyam feltételezett 5%-os növekedését. A megnövekedett export folytán most is nő a termelés. A reálbér csökken ugyan, de a kifizetett bérek tömege nő, és így a lakossági fogyasztás, bár kevésbé, mint az előző futásban, de 0,3%-kal most is nő. Az enyhébb multiplikátorhatás és a termelés kisebb mértékű növekedése csekély mértékben javítja a külkereskedelmi mérleg egyenlegét (újabb 5 Mrd Ft-tal) az előző futáshoz képest.

3. A *harmadik futás* abban különbözik az elsőtől, hogy itt a beruházások helyett a termelés (pontosabban a kapacitáskihasználtság) szintjét tekintettük változatlanak. Mivel tehát a termelés nem nő és a reálbérek szintje is változatlan, a lakossági fogyasztás alig változik, a közösségi fogyasztást pedig eleve változatlanak feltételeztük. Ilyen felvételek mellett az export természetesen csak a beruházások terhére nőhet, amelyek szintje 12,7%-kal csökken. A leértékelés az előző két futáshoz képest jobban javítja a külkereskedelmi mérleget (a javulás mértéke ezúttal 40 Mrd Ft, 62 helyett 22 Mrd Ft deficit).

Változó	induló érték	1. futás	2. futás	3. futás	4. futás
Lakossági fogyasztás (%)	100	1,2	0,3	0,2	1,8
Külkereskedelmi egyenleg (Mrd Ft)	-62	-47	-42	-22	-62
Költségvetés egyenlege (Mrd Ft)	15	7	1	-6	14
Beruházás általános szintje (%)	100	0,0	0,0	-12,7	7,5
Reálbérszint (%)	100	0,0	-1,3	0,0	0,0
Nettó tőkemegtérülési ráta (%)	3,0	2,7	3,0	2,7	2,7
Össztermelés (%)	100	2,0	1,6	0,0	3,2

1. táblázat. Főbb makrogazdasági változók egymással konzisztens változása
(a vastagon szedett számok rögzített értékek)

4. A *negyedik futásban* olyan kérdésre kerestünk választ, amely gyakran volt gazdaságpolitikai viták tárgya az elmúlt évtizedekben. A magyar gazdaság importigényes felhasználási szerkezete miatt a növekedés kedvezőtlenül hat a külkereskedelmi mérlegre. Ez a negatív hatás a számszerűsített modellben is jelentkezik. Ennek jellemzésére kiszámoltuk, hogy az 5%-os leértékelés önmagában kereskedelmimérleg-javító hatását a termelés mekkora növekedése semlegesítené. Most tehát a beruházás helyett a kereskedelmi mérleg egyenlegét tekintettük változatlanak. Felvételeink mellett a termelés mintegy

3,5%-os növekedése már semlegesítené a forint 5%-os leértékelésének hatását. A termelés növekedését ebben a futásban részben az import helyettesítése és az export növekedése, részben a lakossági fogyasztás (a már tárgyalt multiplikátorhatás) 1,8%-os és a beruházás 7,5%-os növekedése generálja.

A modellünkkel végzett elemzésekből az adódik, hogy az 1990-es évek eleji magyar gazdaságban – változatlan közfogyasztási szint és jövedelemelosztási mechanizmusok mellett – a termelés 3,2%-os növekedése a fogyasztás 1,6%-os, a beruházások 20%-os növekedésével és a kereskedelmi mérleg 40 Mrd forintos romlásával együtt alkotott volna egy konzisztens gazdaságpolitikai alternatívát (lásd a 3. és a 4. futás különbségét). A futásokból azt is láthatjuk, hogy változatlan hatékonysági paraméterek mellett egy 5%-os reálleértékelés a reálbér 1,3%-os, vagy a 3%-osnak feltételezett átlagos tőkearányos nyereségrész 0,3 százalékpontos csökkenésével lett volna összeegyeztethető.

Példánkkal nemcsak a makrolezárási lehetőségek közötti választásnak az eredményre gyakorolt hatását kívántuk érzékeltetni, hanem egyúttal azt is, milyen típusú gazdaságpolitikai elemzésekre és következtetésekre levonására alkalmasak a CGE modellek. Több éven át folytatott, aktuális statisztikai adatokkal kalibrált, megfelelő szakértői becslésekkel alátámasztott modelljeinkkel folytatott különböző elemzéseink alapján meggyőződhattünk arról is, hogy a főbb strukturális jellemzők állandósága következtében modelljeink kielégítő pontossággal képesek megbecsülni a gazdaságpolitikai intézkedések várható hatásait.

4 A HUMUSGE modellek sajátosságai

A HUMUSGE modell első változata Zalai Ernő irányításával készült el a IIASA-ban hazai munkatársak bevonásával 1981-84 között (ld. Zalai, 1983). Az 1980-as évek vége felé csatlakozott a munkálatokhoz e cikk másik szerzője is, és azóta – jelentős részben továbbra is nemzetközi együttműködésben és megbízásoknak eleget téve – folyamatosan és lényeges mértékben tovább alakult a kezdeti modell és annak megoldó algoritmusai. A korai modellek megoldására az Országos Tervhivatal Tervgazdasági Kutatóintézetének és Számítástechnikai Központjának munkatársai terveztek Poór András irányításával egy dekompozíciós, iteratív eljárást és készítették el annak Fortran programját (ld. Sivák – Tihanyi – Zalai, 1984). A kezdeti modell sajátos szerkezete lehetővé tette a modell megoldásának dekomponálását, ami nagyon szellemes és hatékony algoritmust eredményezett, de ugyanakkor korlátozta a modell továbbfejlesztését. Ezért az 1990-es években áttértünk az addigra kifejlesztett GAMS programcsomag használatára.

A gazdasági átalakulás, az EU-csatlakozás speciális jelenségei a szokásos CGE modellektől számos tekintetben eltérő, azokat meghaladó modell(család) kialakulásához vezetett. A hasonló típusú – más országokban, mások által kidolgozott – modellekkel összevetve modelljeink előnyös megkülönböztető vonásai között az alábbiak emelhetők ki, mint a szokásosnál részletesebben kidolgozott összetevők:

- a külkereskedelmi szektor (megkülönböztetett viszonylatok, keresleti és kínálati tényezők szimultán figyelembe vétele, az import-helyettesíthetőség főbb felhasználói területek szerinti megkülönböztetése);
- a lakosság (jövedelmeinek és fogyasztásának) tíz háztartáscsoportra való felbontása;
- a jövedelemelosztás és újraelosztás részletes ábrázolása;

A jövedelemelosztást modellünk különösen részletesen ábrázolja. Ágazati mélységben nyomon követi a működési eredmény felosztását is, és figyelembe veszi a különféle természetbeni vagy kötött felhasználású támogatásokat is. Sajátos megoldás, hogy több transzfer esetében az államot közvetítőként ábrázoljuk: bizonyos fizetések egyszerűen keresztülfolynak rajta (az SNA kézikönyv „routing through”-nak nevezi ezt). Erre olyan esetekben kerül sor, amikor nem állapítható meg, vagy közgazdaságilag nincs jelentősége, hogy ki-kinek fizette az adott transzfert. Így például a külföldre menő illetve onnan jövő transzfereket az állam fizeti, illetve bevételezi (a kamatokat viszont éppen fordítva, a pénzüzetek). A modell lezárása dönti el, hogy az ágazatok által felvett (nettó) hitelekre vagy az ágazati beruházásokra adunk meg explicit viselkedési függvényeket, míg a másik tétel nagysága reziduum módjára alakul ki.

- a fentivel összefügg az adórendszer elemeinek részletes kibontása;
- a CGE modellekben az adókulcsok egy részét, szemben például az input-output modellekkel, endogén módon is meghatározhatjuk, valamilyen más (fedezeti, orientációs, elosztási stb.) kritérium teljesítését biztosító feltétel mellett. A nyereségadókat ágazatonként differenciáltan, egy fix alapszint és egy marginális adókulcs segítségével határozzuk meg;
- nem piactisztító egyensúlyi áralakulás figyelembe vételének lehetősége az elsődleges erőforrások (munkaerő, tőke) piacán;

Az általános egyensúlyi modellek elméletének megfelelően a CGE modellekben az ágazatokat feltevés szerint nyereségüket maximalizáló, és így egyidejűleg a költségeket minimalizáló képzetes termelők képviselik (reprezentatív termelők). A kibocsátások, illetve a ráfordítások szerkezetét tehát az adott árak mellett hozott optimális döntések határozzák meg. A komparatív statika módszerét alkalmazva fel kell tehát tennünk, hogy az induló állapot, ami rendszerint a megfigyelt állapot, szintén optimális allokáció volt.

Mi azonban időnként megengedjük, ha alapos okunk van feltenni, hogy az induló állapot – valamilyen intézményi korlát miatt – nem volt optimális. Ilyenkor az optimálistól való eltérés feltételezett mértéke alapján becsüljük meg a modell vonatkozó paramétereit. (Például: az importot korlátozó adminisztratív korlátok miatt az import hazai kínálatához viszonyított aránya a bázis megoldásban 10 százalékkal alacsonyabb volt az árányok által indokolt optimális aránynál.) A modellel végzett elemzések során ezért arra a kérdésre is választ kaphatunk, hogyan hatna a jelzett intézményi korlátok elmozdítása a gazdaság jellemzőire.

Egy másik lehetséges eltérést a szigorúan neoklasszikus megközelítéstől az optimális alkalmazkodást lelassító intézményi korlátok (súrlódási tényezők) figyelembe vételének a lehetősége adja.

A relatív árak megváltozása következtében egy adott, optimálisnak tekintett állapotból az új optimális állapotba történő elmozdulás – az alkalmazkodást lassító súrlódási erők (pl. korábban megkötött egyezmények) következtében – részleges lehet csupán. Az ilyen fajta részleges alkalmazkodást ábrázolhatjuk a neoklasszikus formák módosítása révén, oly módon, hogy megkülönböztetjük a CES helyettesítési függvény rugalmassági paraméterét és az összetevők arányát az árarányaik függvényében kifejező formula rugalmassági paraméterének értékét. Ha az utóbbi kisebb, akkor az elmozdulás iránya egybeesik az optimális választás által diktálttal, mértéke viszont elmarad attól.

- a háztartási döntések ábrázolása;

A neoklasszikus alapú CGE modellek a háztartások döntését többnyire a fogyasztás és a szabadidő közötti választás problémájaként ábrázolják. Ezen belül a fogyasztást az egyes fogyasztási cikkek aggregátumaként írják le, majd ezt az aggregált fogyasztást és a szabadidőt ismét egy újabb helyettesítési függvény segítségével aggregálják. Ha bevonjuk a környezetminőséget is a jólét komponensei közé, akkor felmerül a beágyazás sorrendjének a problémája. Nevezetesen az, hogy a jólét három fő összetevője közül melyik kettő van szorosabb helyettesítési viszonyban egymással. A környezetgazdasági szakemberek többsége úgy véli, hogy a szabadidő eltöltésének minősége alapvetően függ a környezet állapotától, ezért mi is ezt a két tényezőt kapcsoltuk össze egy CES aggregátumban, a magasabb szinten pedig ez az aggregátum versenyez az aggregált fogyasztással, szintén egy CES függvény segítségével. Természetesen a háztartások döntéseit nem csak az ortodox neoklasszikus elmélet alapján lehet ábrázolni. A munkaerő kínálatát például többnyire exogén változóként kezeljük.

Külön problémát okoz a háztartási szektor 10 rétegre bontott ábrázolása. A jóléti függvényt és a háztartások ezzel kapcsolatos döntését az általános gyakorlatnak megfelelően csak az aggregált, az összes háztartást képviselő, ún. „reprezentatív” fogyasztóra specifikáljuk mi is. Természetesen a fogyasztás, a szabadidő és a környezetminőség iránti aggregált szinten meghatározott keresleteket le kellett bontanunk rétegekre. Ehhez egy a bázisévből számszerűsített (de természetesen paraméterként kívülről tetszőlegesen módosítható) bérreszesedési együtthatómátrixot használunk fel, ami azt mutatja meg, hogy az egyes ágazatokban felmerülő bérköltségek milyen hányada kerül az egyes rétegekhez;

- a nemzetközi gyakorlathoz képest erőteljesebben igyekeztünk a modellek megbízható statisztikai adatok alapján történő számszerűsítésre (ezekről bővebben ld. *Zalai – Révész, 2000, Révész, 2003, Révész, 2003a, Révész – Takács, 2011*);
- a makroökonómiai lezárás általánosítása.

Az elmúlt 15 évben a HUMUS modellel olyan kérdésköröket sikerült érdemben vizsgálni, mint például

- a külkereskedelmi reorientáció,
- az importliberalizálás,
- a világpiacon olajár-változások,

- stabilizációs intézkedéscsomagok (1995 és 2006-08),
- az élelmiszergazdaság ár- és szerkezetváltozásai,
- a támogatásleépítési program bevezetése,
- a környezeti adók bevezetése,
- a paksi erőmű gazdasági és környezeti hatását.

Az utóbbi kapcsán megjegyezzük, hogy – mint már említettük – a gazdaság (economy), az energiaszektor (energy) és a környezet (environment) közötti kölcsönhatások elemzése a CGE modellek egy kiemelt alkalmazási területe. Az EU Bizottság támogatásával kifejlesztett GEM-E3 referenciamodell (ld. Capros et al., 1997) fejlesztésében végzett közös munkánk tapasztalatai alapján a HUMUSGE modellt is alkalmassá tettük fenti típusú elemzések elvégzésére. Ez modellünk ma is lényeges fejlesztések alatt álló része. A modell jelenlegi változatában figyelembe vesszük a levegőszennyezés ágazatonként, energiafajtánként és szennyezőanyagokként meglehetősen különböző kiinduló koefficienseit, az energia és az erőforrások illetve az egyes energiaforrások egymás közötti helyettesítési lehetőségeit, az emissziót csökkentő technológiákat, valamint az emisszióra vonatkozó adókat és hatósági limiteket is. A környezeti modul részletes ismertetésétől itt eltekintünk. Erről és a kapott modellel végzett elemzésünkről egy későbbi cikkben tervezünk beszámolni.

Noha fentebb csak modelljeink hazai alkalmazásait soroltuk fel, érdemes megemlíteni, hogy modellünket az elmúlt években, a bécsi IHS gazdaságkutató intézettel együttműködve, adaptáltuk az osztrák gazdaságra is (ld. Balabanov – Révész – Zalai, 2007). Ennek során a modell, különösen annak energia-környezeti modullel további érdekes elemekkel gazdagodott.

5 A CGE modellek adatbázisa

A statikus (egy-időszakos) általános egyensúlyi modelleket rendszerint egy adott bázisév statisztikai adatai alapján kalibrálják. A modell a gazdaság legkülönbözőbb folyamatairól igényel adatokat, de az ágazati bontási igényt leszámítva viszonylag kevés adatra van szükség.⁷

A modellhez szükséges fontosabb adatok az ágazati termékmérlegek, a költség-jövedelem mérlegek, a termékekhez kapcsolódó különféle pénzügyi hidak, az erőforrás-állományok és készletek, illetve adott specifikációtól függően a beruházási mátrix és a lakossági jövedelmek és fogyasztás rétegenkénti bontása. Ezeket az adatokat az alábbiakban vázolt fontosabb statisztikák tartalmazzák. Az elsősorban a nemzeti számlák és az input-output táblák adatain alapuló adatokat rendszerint az ún. *társadalmi elszámolási mátrixban* (SAM) foglalják össze.

A modell adatokkal való feltöltése azonban gyakran megoldhatatlannak látszó nehézségekbe ütközik. A gazdasági rendszerváltozást és EU-csatlakozást követő statisztikai rendszerváltozás a modellezés adatokkal való ellátását

⁷A CGE modellek adatigényeivel kapcsolatos kérdésekbe részletesebben betekintést nyújt Révész és Zalai (2000), illetve Révész és Takács (2011) cikke.

is érintette. Ennek mind kedvező, mind kedvezőtlen hatásai jelentősek. Közben javultak a pénzügyi rendszerrel (devizafolyamatokkal, bankrendszerrel stb.) kapcsolatos információk, egyidejűleg lényegesen romlottak, számos esetben meg is szűntek a reálfolyamatokkal kapcsolatos statisztikák.

A jövedelemelosztási adatok tekintetében a kedvező és kedvezőtlen folyamatok nagyjából kiegyenlítik egymást, többnyire azért, hogy az ágazati bontások megszűnését az aggregált adatok javulása ellensúlyozta. A strukturális változások és intézkedések hatásainak kimutatására alkalmas többszektoros modellezés szempontjából azonban e két változás mérlege kedvezőtlen.

A termelési függvények számszerűsítését, s ezáltal a kapacitáskorlátokat figyelembe vevő egyensúlyi modellek gyakorlati alkalmazását jelentősen előmozdíthatja két újítás. Egyrészt az, hogy a KSH 2000-től kezdődően ágazati bontásban publikálja az állóeszközök állományának PIM-módszerrel becsült értékeit. Másrészt pedig az, hogy a 2005. évi Ágazati Kapcsolatok Mérlegében az amortizáció és a foglalkoztatottak létszámának ágazati bontású adatai is megjelentek, bár az ún. egyenértékes létszám adatokra lenne szükség⁸.

A nemzeti vagyoni vonatkozó kimutatások (beleértve a háztartások fogyasztásként elszámolt tartós javainak értékét is) is meggyérültek. Az elméleti igényrel definiált és mért adatok hiánya pedig a statisztikai rendszer régi adóssága.

A gazdaság különféle részterületeiről (termelési-, felhasználási, áralakulási és jövedelemelosztási folyamatairól) a CGE modellek által igényelt adatok fő forrásait az alábbiakban ismertetjük.

Az Ágazati Kapcsolatok Mérlege (ÁKM)

A többszektoros modellek alapvető adatforrása az Ágazati Kapcsolatok Mérlege (ÁKM). Ennek szerkezete közismert, de az kevésbé, hogy előállításánál számos kiegészítő táblázat is készül, amelyek ismerete a modell számszerűsítéséhez szintén szükséges. Ezen táblázatok közül az importmátrix, a belföldi és import termékadók és terméktámogatások (pénzügyi hidak) mátrixa, valamint a fogyasztás transzformációs mátrixa a legfontosabb. (Ez utóbbi a fogyasztást ágazati eredet és szükséglet kategóriák szerinti bontásban ábrázolja.)

A pénzügyi hidak táblázatai alapvetően a termékek felhasználói árai és termelői árai közötti viszony becslésére szolgálnak. Elvben ide sorolhatók az exporttámogatások is, ezeknek azonban a statisztikákban nincs megadva az ágazati bontása. Szerencsére az utóbbi időben nyílt exporttámogatásban csak az élelmiszeripar és a mezőgazdaság termékei részesülnek. Így is nehéz azonban reálisan megbecsülni az exporttámogatások megoszlását, amin keresztül közvetve, a világpiacon és belföldi árak arányát is becsljük.

Az ÁKM-ek személyes fogyasztási oszlopa csak a hazai fogyasztást mutatja, és nem a rezidensek fogyasztását (ami a hazai fogyasztástól a turisták

⁸Mégpedig úgy, hogy az egyéni vállalkozókat, őstermelőket, részmunkaidősöket, segítő családtagokat stb. is megfelelő mértékben (a hazánkban jellegzetes fiktív álláshalmazt kiszűrve) kellene beszámítani a statisztikába.

fogyasztásával tér el). Ez a korrekció csak ágazati bontás nélkül, egy összegben jelenik meg az ÁKM-ben.

Az ÁKM-ek alsó szárnya tartalmazza a hozzáadott érték felbontását. Ez a felbontás azonban lényegében csak az elsődleges jövedelemelosztás fázisát mutatja be, a direkt adók, különféle transzferek (kamatok, osztalék, felhalmozási juttatások stb.) és a hitelpozíciók változásának értékét nem.

Az ÁKM-ek az ágazati termékek készleteinek változását csak összevontan mutatják ki, ezek felhasználói területenkénti megoszlására vonatkozó információk csak korlátozottan állnak rendelkezésünkre. (Itt az anyag- és saját termelésű készletek szerinti bontásra utalhatunk.) A helyzetet bonyolítja, hogy az ÁKM a készletfelhalmozás oszlopában „tünteteti el” a statisztikai eltérést („egyéb nem specifikált felhasználás”) is.

A nemzeti számlák

A jövedelemelosztásra vonatkozóan némiképp részletesebb adatokkal szolgálnak a nemzeti számlák. Ezekben az egyes intézményi szektorokra bontva számos transzfer és adónem megjelenik, azonban többnyire csak aggregáltan, ágazati bontás nélkül. A nemzeti számlák a bankszektorról is viszonylag részletes információt adnak, de nem különítik el a Nemzeti Bankot a kereskedelmi bankoktól. Viszont egyedül a nemzeti számlák, illetve a velük együtt publikált pénzügyi számlák mutatják be az átértékelések, az adósságleírások és az árfolyamváltozás hatására az egyes területeken bekövetkező passzív vagyenváltozásokat.

Az állami költségvetési beszámoló

Ez a beszámoló sok adózással és támogatással kapcsolatos adatot tartalmaz, beleértve az olyan háttéradatokat is, mint például a vállalati nyereség és az adókedvezmények alakulása. Legnagyobb hátránya az, hogy ezeket a kategóriákat nem eredmény, hanem pénzforgalmi szemléletben mutatja be, és az alkalmazott bontás sokszor nem megfelelő (különösen a lakossági adók és illetékek, a helyi adók és az elkülönített alapokba való befizetések esetében). A beszámoló nem mutatja be a KSH-ban szokásosan definiált fiktív jövedelemadó tételeket sem (mint például az el nem számolt amortizáció, a beruházási áfa, vagy a költségvetési intézmények nyereségérdekelt tevékenységének nem társasági adóként megjelenő adója).

Ezen túlmenően a beszámolók az államháztartás egyes részeinek eszközforrás mérlegeit és az államadósság szerkezetét is bemutatják. A központi költségvetésnek a követelései azonban többnyire hiányoznak belőlük.

6 Befejezés

Dolgozatunkban áttekintettük a CGE modellezési irányzat kialakulásának történetét, a modellek közgazdaságtani és matematikai jellemzőit, a modellek adatigényét és azok forrásait, és röviden érintettük a hazai alkalmazásaikat is.

Összefoglalásként azt mondhatjuk, hogy a számszerűsített általános egyensúlyi modellezés „egyensúlyi” jellege nemcsak a termék-, erőforrás-, jövedelem- stb. mérlegek egyensúlyának követelményére vonatkozatható, hanem kiegyensúlyozott figyelmet igényel a modellezőtől is a felmerülő gazdaságelméleti, statisztikai, matematikai, számítástechnikai problémák, valamint a technológiára, a gazdasági mechanizmusra, a gazdasági szereplők viselkedésére vonatkozó empirikus ismeretek irányában. Erre a kiegyensúlyozott figyelemre különösen szükség van az alapmodell kiterjesztései során. A modell új modulokkal való kibővítése során meg kell találni az egyensúlyt a modell elméleti koherenciája és gyakorlati relevanciája között. Ha ezeket szem előtt tartjuk, akkor elmondhatjuk, hogy egy olyan korszerű modellezési eszköz és ismeret birtokában vagyunk, amely jól kamatoztatható a gazdaság különféle szférái, többek között a gazdaság, az energiaszektor és a környezet kölcsönös összefüggéseinek elemzésében (lásd például Morris, Révész, Fucskó and Zalai, 1999). A már említett készülő cikkünkben a modell egy ilyen kiterjesztéséről és alkalmazásáról fogunk beszámolni.

Függelék: A stilizált CGE modell egyenleteinek és alkalmazott jelöléseinek listája

(E1) *Egyensúly a kibocsátás és a kapacitás között:*

$$x_j = x_j(x_j^h, z_j) .$$

(E2) *A termékpiacon egyensúlya:*

$$x_i^{\text{hm}}(x_i^h, u_i) = \sum_j a_{ij} \cdot x_j + y_i^c + s_i^g \cdot y_g + \sum_j b_{ij} \cdot y_j^a + y_i^k \quad (i = 1, 2, \dots, n) .$$

(E3) *A munkaerőpiac egyensúlya:*

$$\sum_j l_j \cdot x_j = l .$$

(E4) *Az állóeszközpiac egyensúlya:*

$$\sum_j k_j \cdot x_j = k .$$

(E5) *A külkereskedelmi (deviza-) mérleg egyensúlya:*

$$\sum_i (p_i^{\text{wm}} \cdot u_i - p_i^{\text{we}}(z_i) \cdot z_i) = d_e ,$$

(E6) *Az ágazati termelői árak indexe:*

$$p_j^a = \sum_i p_i^{\text{hm}} \cdot a_{ij} + w_j \cdot l_j + q_j \cdot k_j + p_j^a \cdot (\pi_j^c + \tau_j^t) .$$

(E7) *Az import hazai árindexe:*

$$p_i^m = (1 + \tau_i^m) \cdot v \cdot p_i^{\text{wm}} .$$

(E8) *Az átlagos hazai felhasználói árindex:*

$$p_i^{\text{hm}} = p_i^h \cdot s_i^h(p_i^h, p_i^m) + p_i^m \cdot s_i^m(p_i^h, p_i^m) .$$

(E9) A fogyasztói árak indexei:

$$p_i^c = (1 + \tau_i^c) \cdot p_i^{hm} .$$

(E10) Az export értékesítésének árindexe:

$$p_j^e = (1 + \tau_j^e) \cdot v \cdot p_j^{we}(z_j) .$$

(E11) A hazai kibocsátás átlagos termelői árindexe:

$$p_j^a = p_j^h \cdot s_j^d(p_j^h, p_j^e) + p_j^e \cdot s_j^e(p_j^h, p_j^e) .$$

(E12) Az ágazati állóeszközök árindexe:

$$p_j^b = \sum_i p_i^{hm} \cdot b_{ij} .$$

(E13) Az állóeszközök költségindexe:

$$q_j = p_j^b \cdot (r_j^d + \pi \cdot d_j^\pi) .$$

(E14) A munkaerő költségindexe:

$$w_j = (1 + \tau_j^w) \cdot w \cdot d_j^w .$$

(E15) Az árszint rögzítése:

$$(p_c :=) \sum_i p_i^c \cdot y_i^c / \sum_i p_i^{c0} \cdot y_i^c = 1 .$$

(E16) A fogyasztói kereslet:

$$y_i^c = y_i^e + s_i^{cv}(p_1^c, p_2^c, \dots, p_n^c) \cdot y_{cv} ,$$

(E17) Az import kereslete:

$$u_i = \tau_i^{mh}(p_i^h, p_i^m) \cdot x_i^h .$$

(E18) Az export kínálata:

$$z_i = r_i^{ed}(p_i^h, p_i^e) \cdot x_i^h .$$

(E19) A munkaerő (fajlagos) kereslete:

$$l_j = l_j(w_j, q_j) .$$

(E20) Az állóeszközök (fajlagos) kereslete:

$$k_j = k_j(w_j, q_j) .$$

(E21) A háztartások költségvetési mérlege:

$$\sum_j w \cdot d_j^w \cdot l_j \cdot x_j + tr^h(\cdot) - S^h = \sum_i p_i^c \cdot y_i^c .$$

(E22) A termelők (vállalatok, vállalkozók) költségvetési mérlege:

$$q_j \cdot k_j \cdot x_j + tr_j^v(\cdot) - S_j^v = p_j^b \cdot y_j^a + \sum_i s_{ij}^k \cdot p_i^{hm} \cdot y_i^k .$$

(E23) Az (állami) költségvetési mérleg:

$$\begin{aligned} & \sum_j (\tau_j^w \cdot w \cdot d_j^w \cdot l_j + p_j^a \cdot \tau_j^t) \cdot x_j + \sum_i \tau_i^c \cdot p_i^{hm} \cdot y_i^c + \\ & + \sum_i (\tau_i^m \cdot v \cdot p_i^{wm} \cdot u_i - \tau_i^e \cdot v \cdot p_i^{we}(z_i) \cdot z_i) + tr^g(\cdot) - S^g = \sum_i p_i^{hm} \cdot s_i^g \cdot y_g . \end{aligned}$$

(E24) A nemzetközi fizetési mérleg:

$$\sum_i v \cdot p_i^{wm} \cdot u_i + tr^w(\cdot) - S^w = \sum_i v \cdot p_i^{we}(z_i) \cdot z_i, \quad \text{vagy: } v \cdot d_e + tr^w(\cdot) = S^w .$$

Jelölés	Jelentése
a_{ij}	input-output ráfordítási együtthatók
b_{ij}	tőkelekötési, illetve beruházási együtthatók
d_e	a külkereskedelmi mérleg hiánya (pozitív értéke deficitet jelent)
d_j^{π}	az ágazati tőkearányos jövedelmeket differenciáló tényezők
d_j^w	az ágazati béreket differenciáló tényezők
k	az állóeszközök (tőke) rendelkezésre álló vagy keresett mennyisége
l	a munkaerő rendelkezésre álló vagy keresett mennyisége
l_j, k_j	munkaerő- és tőkeigényességi együttható a j -edik ágazatban
L_j, K_j	a munkaerő, illetve tőke felhasználása a j -edik ágazatban
p_c	a változó fogyasztás (fogyasztói kosár) árindexe
p_i^h, p_j^e	az ágazati kibocsátás hazai (h) illetve külföldi (e) értékesítési árindexe
p_i^{hm}	a hazai/import kompozit ágazati termékek értékesítési árindexe
p_i^m	az import hazai értékesítési árindexe
p_i^{we}, p_i^{wm}	az ágazati termékek világpiacon árindexei export, illetve import esetén
p_j^a	a hazai/export kompozit ágazati kibocsátás termelői árindexe
p_j^b	az ágazati állóeszközök (beruházások) árindexe
π	nettó tőkemegtérülési (profit-) ráta
π_j^c	haszonkulcsos nyereségráták
q_j	az ágazati állóeszközök költségindexe
$r_i^{mh} = u_i/x_i^h$	az import aránya a hazai kínálathoz
$r_j^{ed} = z_j/x_j^h$	az export aránya a hazai kínálathoz
r_j^d	az ágazati állóeszközök amortizációs rátája
s_i^{cv}	a lakossági fogyasztás változó részének arányai
s_i^g	a kormányzati fogyasztás arányai
s_i^h, s_i^m	a hazai kibocsátás (h) és az import (m) részesedése a hazai kínálatban
s_j^d, s_j^e	a hazai (d) és külföldi (e) értékesítés részesedése az összkibocsátásban
$\tau_i^c, \tau_i^m, \tau_j^e$	fogyasztási adók, vámok és exportadók ágazati kulcsai
τ_j^t, τ_j^w	a termelői adók és bérjárulékok ágazati kulcsai
u_i	az ágazati termékek importja
v	a deviza névleges árfolyama
w	a munkabérek névleges szintje
x_i^h	az ágazati kibocsátások hazai kínálata
x_{ij}	az i -edik kompozit ágazati termék j -edik ágazatban felhasznált mennyisége
x_j	ágazati kibocsátások
y_{cv}	a lakossági fogyasztás változó részének szintje
y_g	kormányzati fogyasztás szintje
y_i^c, y_i^e, y_i^v	a teljes, rögzített és változó lakossági fogyasztás mennyisége az i -edik (kompozit) ágazati termékekből ($y_i^c = y_i^e + y_i^v$)
y_j^a	az ágazati beruházások szintje
z_j	az ágazati kibocsátások exportja

Irodalom

1. Adelman, I. and S. Robinson (1978) *Income Distribution Policy in Developing Countries: A Case Study of Korea*. Oxford University Press, New York.
2. Armington, P. S. (1969) A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production. IMF Staff Paper, No. 16, p. 159–176.
3. Augusztinovics Mária (szerk.) (1979) *Népgazdasági modellek a távlati tervezésben*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
4. Balabanov, T., T. Révész and E. Zalai (2007) A Guide to ATCEM-E3: Austrian Computable Equilibrium Model for Energy-Economy-Environment in-

- teractions. *Institut für Höhere Studien*, Bécs (kutatási jelentés az osztrák államvasutaknak).
5. Bergman L. (1982) A system of computable general equilibrium models for a small open economy. *Mathematical Modelling*, Vol. 3, Issue 5, pp. 421–435.
 6. Bergman L., D. Jorgenson and E. Zalai (ed's) (1990) *General Equilibrium Modeling and Economic Policy Analysis*. Basil Blackwell, New York.
 7. Bourguignon, F., W. H. Branson, J. De Melo (1989) Macroeconomic Adjustment and Income Distribution: A Macro-Micro Simulation Model. Working Paper, *World Bank*.
 8. Capros, P., T. Georgakopoulos, D. van Regemorter, S. Proost, T. Schmidt, and K. Conrad (1995) Using the GEM-E3 Model to Study the Double Dividend Issue. Paper prepared for the Conference Organized by the EC and CCI de Paris.
 9. Capros, P. et al. (1997) *The GEM-E3 Model: Reference Manual*, European Commission DG XII.Brussels and the National Technical University of Athens.
 10. Chenery, H. B. and W. J. Raduchel (1971) Substitution in planning models. in: Chenery, H. B. (ed.), *Studies in Development Planning*, Cambridge, MA: Harvard University Press
 11. Chenery, H. B. and H. Uzawa (1958) Non-Linear Programming in Economic Development. in Arrow, K. J., L. Hurwicz and H. Uzawa, eds., *Studies in Linear and Non-Linear Programming*. Stanford. U. Press.
 12. Dervis, K., J. de Melo and S. Robinson (1982) *General Equilibrium Models for Development Policy*. Cambridge University Press, Cambridge.
 13. Dixon, P. B., B. R. Parmenter, G. J. Ryland and J. Sutton (1977) ORANI, a general equilibrium model of the Australian economy: Current specification and illustrations of use for policy analysis. *Australian Government Pub. Service*, Canberra.
 14. Dixon, P. B., B. R. Parmenter, J. Sutton and D. P. Vincent (1982) *ORANI: A Multisectoral Model of the Australian Economy*. North-Holland, Amsterdam.
 15. Dixon, P. B. (2007) Evidence-based Trade Policy Decision Making in Australia and the Development of Computable General Equilibrium Modelling. Centre of Policy Studies and the IMPACT project, Working Paper No. G163.
 16. Ganczer Sándor (szerk.) (1973) *Gazdasági tervezés és programozás*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
 17. Ginsburgh, V. and J. Waelbroeck (1976) Computational Experience with a Large General Equilibrium Model. In: Łoś, J. and Łoś, M. W. (eds) *Computating Equilibria: How and Why*. North-Holland, Amsterdam–New York.
 18. Ginsburgh, V. and J. Waelbroeck (1981) *Activity Analysis and General Equilibrium Modeling*. North-Holland, Amsterdam.
 19. Hertel, T. W. (ed.) (1997) *Global Trade Analysis: Modeling and Applications*. Cambridge University Press, Cambridge.
 20. Johansen, L. (1960) *A Multisectoral Study of Economic Growth*. Contributions to Economic Analysis 21, North-Holland Publishing Company.
 21. Jorgenson, D. W. (1984) Econometric Methods for Applied General Equilibrium Analysis. In H. Scarf and J. Shoven (eds.) *Applied General Equilibrium Analysis*. pp. 139–203, Cambridge University Press, Cambridge.
 22. Jorgenson, D. W. and P. J. Wilcoxon (1993) Reducing U.S. Carbon Emissions: An Econometric General Equilibrium Assessment. *Resource and Energy Economics*, Vol. 15, No. 1, March, pp. 7–26.

23. Kornai János (1965) *A gazdasági szerkezet matematikai tervezése*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, (második kiadás éve: 1973).
24. Leontief, W. (1937) Interrelation of Prices, Output, Savings and Investment. A Study in Empirical Application of the Economic Theory of General Interdependence. *The Review of Economics and Statistics*, Vol. XIX No. 3 pp. 109–132.
25. Lysy, F. and Taylor, L. (1977) A Computable General Equilibrium Model for the Functional Income Distribution: Experiments for Brazil, 1959–71. Washington, D.C.: *World Bank*.
26. Morris, G., Révész T., Fucskó J. és Zalai E. (1999) Integrating Environmental Taxes on Local Air Pollutants with Fiscal Reform in Hungary: Simulations with a Computable General Equilibrium Model. *Environmental and Development Economics*, no. 4, pp. 537–564.
27. Piggott J., J. Whalley (szerk.) (1985) *New developments in applied general equilibrium analysis*. Cambridge University Press.
28. Pyatt, G. and Round, J. I. (szerk.) (1985) Social Accounting Matrices: A basis for planning. *World Bank*, Washington DC. (sokszorosítás)
29. Regemorten, D. et al. (2002) The Role of Innovation and Policy Design in Energy and Environment for a Sustainable Growth in Europe (TCH-GEM-E3), Research Project ENG2-CT-1999-00002, funded by the European Community under the 5th Framework Programme (1998–2002), Final Report.
30. Révész Tamás (2001) Költségvetési és környezetpolitikák elemzése általános egyensúlyi modellekkel. Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem, *Ph.D. értekezés*.
31. Révész Tamás (2003) A szakágazati és intézményi szektoros bontású modellezési adatbázis. *Statisztikai Szemle*, 81(2), 101–126. o.
32. Révész Tamás (2003) A gazdaságmodellezési adatbázis szakágazati adatai. *Statisztikai Szemle*, 81(3), 221–236. o.
33. Révész Tamás (2006) SOCIO-LINE, A fenntartható fejlődés modellje (második változat), A gazdaságelemzés módszerei 2006/I., *Ecostat Gazdaságelemző és Informatikai Intézet*, ISSN: 1419-4007, ISBN: 963235012X.
34. Révész Tamás és Takács Tibor (2011) A SOCIO-LINE modell 2005. évi adatbázisának készítésekor szerzett tapasztalatok I-II. *Statisztikai Szemle*, 89(2) 141–160. old., 89(3) 253–274. o.
35. Révész Tamás és Zalai Ernő (2000) A magyar gazdaságstatisztikai adatforrások és az alkalmazott egyensúlyelméleti modellezés. *Statisztikai Szemle*, 78. évf. 2-3. sz., 97–117. o.
36. Scarf, H. E. (1973) *The computation of economic equilibria*. Yale University Press, New Haven.
37. Scarf, H. E. and T. Hansen (1973) *The Computation of Economic Equilibria*. Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph No. 24, New Haven, CT and London, UK: Yale University Press
38. Scarf, H. E. and J. B. Shoven (1984) *Applied general equilibrium analysis*. Cambridge University Press, Cambridge.
39. Shoven J. B. and J. Whalley (1984) Applied general equilibrium models of taxation and international trade: an introduction and survey. *Journal of Economic Literature*, vol. 22(3), pp. 1007–51.
40. Shoven J. B. and J. Whalley (1992) *Applying General Equilibrium*. Cambridge University Press, Cambridge.

41. Stone, J. R. N. (1954) Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand. *The Economic Journal*, Vol. 64, No. 255, pp. 511–527.
42. Stone, J. R. N. and J. A. C. Brown (1962) *A Computable Model of Economic Growth*. Cambridge, UK: Cambridge Growth Project.
43. Taylor, L. and S. L. Black (1974) Practical general equilibrium estimation of resource pulls under trade liberalizations. *Journal of International Economics*, 4(1), pp. 37–58
44. Taylor, L. (1975) Theoretical foundations and technical implications. In: Blitzer, C. R., Clark, P. C. and Taylor, L. (ed's) *Economy-wide models and development*. Oxford University Press, Oxford.
45. Taylor L., E. L. Bacha, E. A. Cardoso, F. J. Lysy (1979) *Models of growth and distribution in Brazil*. Oxford University Press, New York.
46. Sivák, J., A. Tihanyi, E. Zalai (1984) On the Solution of a Computable General Equilibrium Model. CP-84-23, IIASA, Luxemburg.
47. Zalai Ernő (1983) Egyensúly és optimum: A makrogazdasági modellezés két irányzatának összevetése. *Közgazdasági Szemle*, 2. sz. 157–175. o.
48. Zalai Ernő (1998) Általános egyensúlyi modellek alkalmazása gazdaságpolitikai elemzésekre. *Közgazdasági Szemle*, 12. sz., 1065–81. o.
49. Zalai Ernő (2011) *Matematikai közgazdaságtan I. – Általános egyensúlyi modellek és mikroökonómiai elemzések*. Akadémia Kiadó, Budapest.
50. Zalai Ernő (2012) *Matematikai közgazdaságtan II. – Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések*. Akadémia Kiadó, Budapest.

AN OVERVIEW OF COMPUTABLE GENERAL EQUILIBRIUM MODELING

The paper overviews the historical development, the standard structure, the data requirements and their sources as well as the potential applications of computable general equilibrium (CGE) models with special regard to the Hungarian experience. The first section describes how the CGE models evolved from the merge of applied input-output analysis (Leontief, Johansen, Stone) with the abstract models of general equilibrium (Arrow–Debreu, Scarf) and became standard tools of macroeconomic policy analysis. The second section presents the main building blocks and skeleton of a stylized CGE model. (Its mathematical statement can be found in the appendix together with a list of notation.) The third section discusses the often neglected issue of macro closure and alternative model variants. Finally, the last two sections describe the Hungarian experience with CGE models and the main data sources used for their calibration.