DINAMIKUS ÖKOLÓGIAI LÁBNYOM SZÁMíTÁSA INPUT-OUTPUT MODELLEL[1]

DOBOS IMRE
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Az ökológiai, valamint a kapcsolódó lábnyomok számítása egyre népszerűbb az ökológiai közgazdaságtan művelői számára. A dolgozat a számítások egy módszerét vizsgálja, nevezetesen azt a módszertant, amely a Leontief által kifejlesztett input-output modellt használja a lábnyomok számításához. A szerző egy korábbi dolgozatában (Dobos (2018)) a statikus ökológiai lábnyom input-output modellel történő meghatározásának irodalmát bemutatva egy új módszert javasolt annak kiszámításához. Ez a dolgozat az ottani statikus modellt dinamizálja a végső felhasználás felbontásával végső fogyasztásra és tőkefelhalmozásra, vagyis beruházásra. Ezzel a dinamikus Leontief-modellt használja ökológiai lábnyom dinamizált változatának kiszámításához. A továbbfejlesztett módszertan lehetőséget nyújt további lábnyomok számításához is, mint a karbon-, vagy vízlábnyom meghatározása.

Kulcsszavak: ökológiai lábnyom, dinamikus Leontief-modell, egyensúlyi arányos pálya

1 Bevezetés

A lábnyomok, mindenekelőtt az ökológiai lábnyom meghatározása a 90-es évek elejére nyúlik vissza. (Rees (1992), Wackernagel, Rees; (1996)) Ezen vizsgálatok célja annak meghatározása, hogy az egyes nemzetgazdaságok mekkora földterületet használnak fel az ország területén élő népesség szükségleteinek kielégítéséhez. Az ágazati kapcsolatok mérlege (ÁKM), vagyis a Leontief-féle input-output modell jó lehetőséget nyújt az ilyen számítások elvégzéséhez. (Leontief (1977), Miller és Blair (2009), Zalai (2012))

Ebben a dolgozatban két, az irodalomban és alkalmazásban népszerű modellre alapuló dinamizált ökológiai lábnyomszámítási módszert mutatunk be. Bicknell et al. (1998) vizsgálta először az ökológiai lábnyomot input-output modellel. A modell alkalmazásához a nemzetgazdaságban felhasznált földterületeket fel kell bontani aszerint, hogy az külföldről származik-e az importon keresztül, vagy a belső termeléshez szükséges. Ez az oldal tekinthető a ,,kínálati" oldalnak. A másik oldal, nevezhetjük ,,keresleti" oldalnak, a földterületek fogyasztáshoz rendelhető részét reprezentálja. Mivel a világ nemzetgazdaságainak többsége nyitott gazdaság, ezért ezen összefüggéseket

[1] A szerző a Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar Közgazdaságtudományok Intézet egyetemi tanára. E-mail: `imre.dobos@bme.hu`. Beérkezett: 2017. október 27.

árnyalja az, hogy mindez exportra kerül-e, vagy importból származik. Bicknell et al. (1998) dolgozatukban egy zárt gazdaság kereti között kezdik az elemzésüket, és a végső fogyasztás földterület igényét határozzák meg először. Ezt követően teszik nyílttá az input-output modelljüket az export és import számbavételével. Az import számbavételénél három területtípust különítenek el: (1) az a földterület, amely az importon keresztül *közvetlenül* a végső fogyasztásba kerül, (2) az a földterület, amely a termelésbe kerül, és csak *közvetetten* kerül a fogyasztóhoz és (3) az importból *közvetetten* az exportba kerülő földterület. Számítási módszerüket egy 3×3-as gazdaság mintaszámain demonstrálják, amit mi is használni fogunk. A konkrét számítások mátrixformában a következő részekben mutatjuk be.

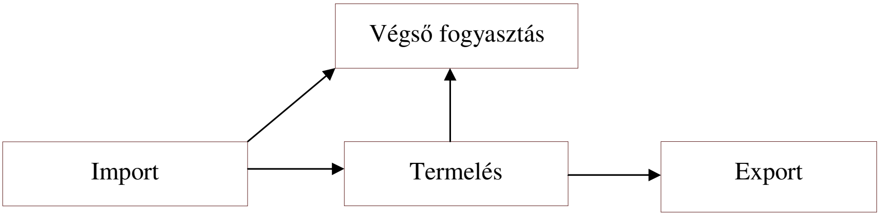
Ferng (2001) dolgozatában nagyban építkezik Bicknell et al. (1998) munkájára, de a számítások elvégzéséhez „földszorzó" (land multiplier) bevezetését javasolja. Számításai eredménye lényegében megegyezik az előbb idézett munkával. Ami sokkal lényegesebb különbség, az a földterület importban megtestesülő része. Ezen a ponton Ferng (2001) dolgozata lényegesebb eltérést mutat. A két modell lineáris algebrai problémája, hogy nem teszi lehetővé, hogy a szektorok importját a végső fogyasztás és export szerint lineárisan osszuk fel. Az említett két modell kritikája Dobos (2018) dolgozatában szerepel, a megoldási javaslattal együtt.

Az igény már korábban felmerült, hogy a lábnyomot dinamizálják. Wackernagel et al. (2004) és Haberl et al. (2001) dolgozataikban a dinamikus lábnyom számításához statikus adatokból nyert trendillesztést alkalmaztak. Lenzen et al. (2007) termelési függvényeken keresztül dinamizálta az ökológiai lábnyomot szintén trendszámítás alkalmazásával. Bastioni et al. (2010) 3D-s eljárással próbálták a dinamizálást végrehajtani, de nem gazdasági, hanem ökológia megfontolásokat figyelembe véve. Az irodalomban az ismertetett input-output modelleken alapuló dinamizálást még nem hajtottak végre, ezért a dolgozat célja annak megmutatása, hogy a dinamikus Leontief-modell alkalmas erre a feladatra. Másik oldalról, az is célként tűzhető ki, hogy a dinamikus lábnyom alakulását bemutassuk az egyensúlyi arányos pálya mentén.

A dolgozat következő fejezetében ismertetjük Dobos (2018) cikke alapján matematikai szempontból azt az input-output modellt, amely a lábnyomszámítás és a dinamikus vizsgálat alapja. A dinamikus lábnyom előállításához olyan speciális feltételezéssel kell élni, amellyel elkerülhetővé válik, hogy minden beszállító nemzetgazdaság ágazati kapcsolati mátrixát és ágazati fajlagos földigényét elő kelljen állítani, be kelljen szerezni. A harmadik részben a statikus lábnyomszámítást dinamizáljuk azzal, hogy a végső fogyasztást felosztjuk tőkefelhalmozásra és végső fogyasztásra. Így dinamizáljuk a modellt, ami ezzel a dinamikus Leontief-féle input-output modellre emlékeztet azzal az általánosítással, hogy a szektorok importját, mint külön ágazatokat reprezentáljuk. A dinamikus lábnyom az időszaki lábnyomok egymást követő sorozatát jelenti. Ezt a lábnyomot az időszaki végső fogyasztás, export és a végső fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek vektorainak függvényében állítjuk elő. A negyedik fejezetben egy speciális dinamikus input-output modellre, nevezetesen az egyensúlyi arányos pálya mentén állítjuk elő a dinamikus lábnyomot. A következő részben eredményeinket Bicknell et al. (1998) és Ferng (2001) dolgozataiban is használt számpélda alapján szemléltetjük. Végül az utolsó, hatodik fejezetben összefoglaljuk a dolgozat eredményeit, és további kutatásokra hívjuk fel a figyelmet.

2 Az ökológiai lábnyom számítása statikus input-output modellel

Az input-output modell anyagáramlása a főbb felhasználási kategóriák között az *1. ábrán* szereplő módon értelmezhető:



1. ábra. A statikus input-output modell anyagáramlási ábrája

Az 1. ábrán jól látható, hogy az import termékeket közvetlenül fel lehet használni a termelésben és a fogyasztásban is. A dolgozatunk is ezeket az anyagáramlási folyamatokat állítja a vizsgálatai középpontjába.

A lábnyomszámításhoz a következő, *1. táblázatból* indulunk ki. Az importot megoszthatjuk azon gazdaságok (országok) között, amelyekkel a vizsgált nemzetgazdaság kereskedelmi kapcsolatban áll. Ilyen típusú modellezéseket a regionális közgazdaságtanban lehet találni. Tételezzük fel, hogy az így modellezett nemzetgazdaságban n darab ágazat, szektor van, valamint m másik nemzetgazdasággal kerül a vizsgált gazdaság kapcsolatba. Amint az az input-output modellezésben szokásos, x-szel jelöljük a gazdaság bruttó kibocsátási vektorát, c vektor a végső fogyasztás, exp vektor az exportot jelöli, míg X az ágazatközi felhasználás. Az L vektor a gazdaság teljes földterületigényét mutatja ágazatonként. Az X_{imp_i} mátrix az i-edik gazdaságból importált, és az ágazatokban felhasznált termékeket mutatja, míg a c_{imp_i} vektor az i-edik gazdaságból a nemzetgazdaságunk *közvetlen* végső fogyasztásához importált termékeket jelöli. A v és v_c vektorok a hozzáadott értékeket mutatják, amit nem használunk az elemzéseinkben. Az imp_i vektorok az i-edik nemzetgazdaságból összesen importált termékeket jelöli, azaz $\mathrm{imp}_i = X_{\mathrm{imp}_i} 1 + c_{\mathrm{imp}_i}$, ahol az 1 vektor az összegző vektort jelöli, amelynek minden eleme egy.

	Ágazatok	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Ágazatok	X	c	exp	x
1. ország	X_{imp_1}	c_{imp_1}		imp_1
2. ország	X_{imp_2}	c_{imp_2}		imp_2
...	...	...		...
m. ország	X_{imp_m}	c_{imp_m}		imp_m
Hozzáadott érték	v	v_c		
Teljes kibocsátás	x			
Földterület	L			

1. táblázat. Egy nemzetgazdaság input-output (tranzakciós) táblája külkereskedelemmel

Ezek után konstruáljuk meg a modell input együtthatóit a gazdaságban és az importokra egyaránt, valamint a fajlagos földigényt ágazatonként:

$$A = X\langle x\rangle^{-1}, \quad A_{\text{imp}_i} = X_{\text{imp}_i}\langle x\rangle^{-1}, \quad (i = 1, \dots, m), \quad l = L\langle x\rangle^{-1}.$$

Ezekkel az együtthatómátrixokkal a következő egyenleteket nyerhetjük, amelyek leírják a gazdaságot:

$$\begin{aligned} x &= Ax + c + \exp, \\ \text{imp}_i &= A_{\text{imp}_i} + c_{\text{imp}_i}, \quad (i = 1, \dots, m). \end{aligned}$$

Ezzel az összefüggéssel lényegében megegyezik a 2. táblázat modellje, amennyiben

$$X_{\text{imp}} = \sum_{i=1}^{m} X_{\text{imp}_i}, \qquad c_{\text{imp}} = \sum_{i=1}^{m} c_{\text{imp}_i},$$

vagyis nem csináltunk mást, mint a különböző országokból származó importot összegeztük. Ezzel a transzformációval az alábbi, *2. táblázathoz* jutunk:

	Ágazatok	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Ágazatok	X	c	exp	x
Import	X_{imp}	c_{imp}		imp
Hozzáadott érték	v	v_c		
Teljes kibocsátás	x			
Földterület	L			

2. táblázat. Egy nemzetgazdaság input-output (tranzakciós) táblája összevont külkereskedelemmel

Térjünk most rá az ökológiai lábnyom megragadására. Mint látható, a Ferng-i értelemben vett földszorzót ($\langle l\rangle(I - A)^{-1}$, Dobos (2018)) csak a vizsgált nemzetgazdaságra ismerjük, a többi, beszállító, exportáló gazdaságra nem, mert akkor minden nemzetgazdaság input-output modelljével tisztában kellene lennünk, a fajlagosokkal együtt. Ha mégis ismernénk az ottani földszorzókat, akkor azok a következő formát vennék fel: $\langle l_i\rangle(I - A_i)^{-1}$, ahol A_i mátrix az i-edik nemzetgazdaság ágazati kapcsolatok mérlegének belső mátrixa, és l_i vektor az adott gazdaság fajlagos földigénye. Ennek ismeretében az importokat, amit az általunk vizsgált gazdaság felhasznál, összegezhetjük az 1. ábrán bemutatott rendező modellnek megfelelően:

$$\sum_{i=1}^{m} \langle l_i \rangle (I - A_i)^{-1} \mathrm{imp}_i = \sum_{i=1}^{m} \langle l_i \rangle (I - A_i)^{-1} A_{\mathrm{imp}_i} x + \sum_{i=1}^{m} \langle l_i \rangle (I - A_i)^{-1} c_{\mathrm{imp}_i} .$$

Ez a kifejezés akkor egyezik meg a Bicknell et al. (1998) és Ferng (2001) modelljeivel, ha $A = A_i$, valamint $l = l_i$, vagyis minden gazdaság homogén abban az értelemben, hogy azonos a technológiai mátrixa, és azonos fajlagos földigényűek. Ezzel a feltételezéssel éltek Bicknell et al. (1998) és Ferng (2001) is, ezért ettől ez a dolgozat sem tér el. Mivel az említett két dolgozat feltételezésével élünk, ezért a felmerülő Leontief-paradoxon vizsgálatától és értelmezésétől eltekintünk a jelen dolgozat keretei között. A feltételezés mellett teljesül az alábbi összefüggés:

$$\mathrm{imp} = \sum_{i=1}^{m} A_{\mathrm{imp}_i} x + \sum_{i=1}^{m} c_{\mathrm{imp}_i} ,$$

ami azt jelenti, hogy összegezzük az importokat, annak származási helyétől függetlenül. A további vizsgálatainkat ezen az aggregált modellen folytatjuk tovább, ahol

$$A_{\mathrm{imp}} = \sum_{i=1}^{m} A_{\mathrm{imp}_i} , \quad c_{\mathrm{imp}} = \sum_{i=1}^{m} c_{\mathrm{imp}_i} .$$

A vizsgált statikus modell tehát most a következő módon egyszerűsödik le:

$$\begin{aligned} x &= Ax + c + \exp , \\ \mathrm{imp} &= A_{\mathrm{imp}} x + c_{\mathrm{imp}} . \end{aligned}$$

Oldjuk meg ezt a lineáris egyenletrendszert a teljes kibocsátás x és az import imp vektoraira:

$$\begin{aligned} x &= (I - A)^{-1} c + (I - A)^{-1} \exp , \\ \mathrm{imp} &= A_{\mathrm{imp}} (I - A)^{-1} c + A_{\mathrm{imp}} (I - A)^{-1} \exp + c_{\mathrm{imp}} . \end{aligned}$$

Itt az első egyenletrendszer a hazai termelést írja le, míg a második rendszer a felhasznált importot mutatja a hazai végső fogyasztás, az export és a végső fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek függvényében. A földigényeket úgy tudjuk meghatározni, hogy a teljes kibocsátás vektorát a hazai fajlagos földterület diagonalizált mátrixával szorozzuk, míg az importált termékekre a földszorzót alkalmazzuk. Az importált termékek földigényének meghatározásához azért kell a földszorzót használnunk, mert az importáló országnál ez a felhasznált földterület a beszállító ország kapcsolati mérlegében exportként jelenik meg. Ezzel a gondolatmenettel kapjuk a következő földigényeket:

$$\begin{aligned} \langle l \rangle x &= \langle l \rangle (I - A)^{-1} c + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \exp , \\ \langle l \rangle (I - A)^{-1} \mathrm{imp} &= \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\mathrm{imp}} (I - A)^{-1} c + \\ &+ \langle l \rangle (I - A)^{-1} A_{\mathrm{imp}} (I - A)^{-1} \exp + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\mathrm{imp}} . \end{aligned}$$

Így a földigényre öt összefüggésünk van, amelyek

- $\langle l\rangle(I-A)^{-1}c$: a végső fogyasztás hazai földigénye,
- $\langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{exp}$: az export hazai földigénye,
- $\langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}c$: a végső fogyasztás előállításához importált termékek földigénye,
- $\langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}\mathrm{exp}$: az exportált termékek előállításához importált termékek földigénye,
- $\langle l\rangle(I-A)^{-1}c_{\mathrm{imp}}$: a végső fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek földigénye.

Ezeknek a kategóriáknak az ismeretében két csoportba sorolhatjuk a földigényeket: (1) hazai felhasználású földigények, amelyek a végső fogyasztáshoz kapcsolódnak, és (2) a külföldi felhasználású földigények, amelyek az exporthoz tapadnak, és így nem jelennek meg a hazai felhasználásban.

Annak megállapításához, hogy az adott gazdaság több, vagy kevesebb földet használ-e, mint a rendelkezésre álló földterület, nem kell mást tennünk, mint a hazai termeléshez és a belső felhasználáshoz felhasznált földterület különbségét képezni. A hazai termelés földigénye nem más, mint a végső kibocsátás földigénye ágazatonként: $\langle l\rangle(I-A)^{-1}c+\langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{exp}$. Ugyanakkor a belső felhasználás földigénye a végső fogyasztás és az import földigényének összegével egyezik meg:

$$\langle l\rangle(I-A)^{-1}[I+A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}]c+\langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}\mathrm{exp}+\langle l\rangle(I-A)^{-1}c_{\mathrm{imp}}\,.$$

E két kifejezés különbsége mutatja, hogy a vizsgált gazdaság több vagy kevesebb földet használ, mint ami rendelkezésre áll. Képezzük tehát a különbséget, ami

$$\begin{aligned}&\langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{exp}-\\&-\left[\langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}c+\langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}\mathrm{exp}+\langle l\rangle(I-A)^{-1}c_{\mathrm{imp}}\right]=\\&=\langle l\rangle(I-A)^{-1}[I-A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}]\mathrm{exp}-\langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}c-\langle l\rangle(I-A)^{-1}c_{\mathrm{imp}}\,,\end{aligned}$$

ami az exportált és importált termékek földigényének a különbsége ágazatonként. Amennyiben a fenti kifejezés egy eleme nemnegatív, akkor a gazdaság adott ágazata nem használ fel több földterületet, mint ami rendelkezésre áll. Ha az előbbi kifejezés negatív, akkor az adott gazdaság vizsgált szektora földterületet „importál", aminek a nagysága a meghatározott különbség.

Az egész gazdaságra is meghatározhatjuk a különbséget, ami már azt mutatja, a gazdaság egésze több földterületet használ-e fel, mint a rendelkezésre álló terület. Ekkor az előbbi kifejezést az összegző vektorral szorozva az alábbi képletet kapjuk:

$$l(I-A)^{-1}[I-A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}]\mathrm{exp}-l(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}c-l(I-A)^{-1}c_{\mathrm{imp}}\,.$$

Ha ez a kifejezés nemnegatív, akkor a vizsgált gazdaság nem használ fel több földterületet, mint ami rendelkezésre áll, sőt a pozitív különbözetet földként „exportálja". A földterület importja azt mutatja, hogy a gazdaság ökológiai lábnyoma nagyobb, mint ami rendelkezésre áll. A nemnegativitás eldöntésére nem adunk általános feltételt, az az export, a belső fogyasztás és a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek konkrét vektorainak nagyságától függ.

Egy egyszerűbb feltételt azonban adhatunk. Amint arra korábban is utaltunk, az $l(I-A)^{-1}$ vektor egységnyi ágazati végső kibocsátások fajlagos földigényét mutatja. Ekkor az export és a fogyasztás importigényét az

$$A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}\mathrm{exp} + A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}c$$

vektor reprezentálja a gazdaság egészére. Tehát amennyiben az export nem kisebb, mint az export és a belső fogyasztás import igénye, összegezve a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek összegével, akkor az ökológiai lábnyom valóban nemnegatív lesz, azaz:

$$\mathrm{exp} \geq A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}\mathrm{exp} + A_{\mathrm{imp}}(I-A)^{-1}c + c_{\mathrm{imp}} = \mathrm{imp}\,.$$

Ezzel egy feltételt adtunk az ökológiai lábnyom nemnegativitására.

3 A dinamikus lábnyom értelmezése és meghatározása

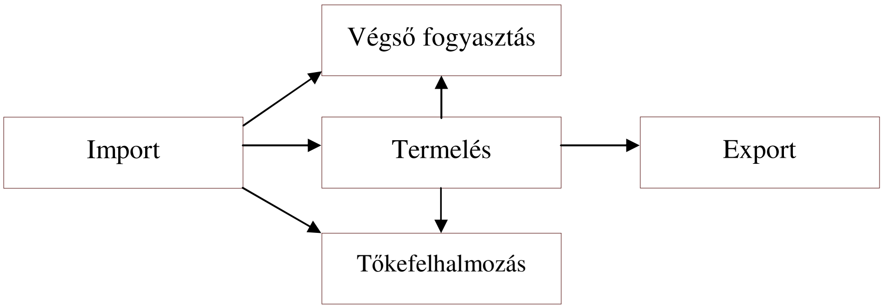
A továbbiakban feltételezzük, hogy a végső fogyasztás tovább osztható felhalmozásra (beruházásra) és végső fogyasztásra. A beruházási tevékenység az a folyamat, amely az egyes időszakok közötti függést megteremti. Amint az előző részben is tettük, azt feltételezzük, hogy az importot nem tudjuk felosztani a forrásaik, vagyis a vizsgált nemzetgazdaságba exportáló országok között, mivel a nemzetgazdasági input-output modellek együtthatóit, felhasznált földterületeit és fajlagos földigényeket nem ismerjük. Ekkor az anyagáramlási folyamatot a *2. ábrán* bemutatott módon értelmezhetjük.

Ebben a dinamikus modellben a gazdaságot a következő összefüggések írják le:

$$x_t = Ax_t + B(x_{t+1} - x_t) + c_t + \mathrm{exp}_t \quad (t = 0, 1, \ldots, T-1)\,,$$

$$\mathrm{imp}_t = A_{\mathrm{imp}}x_t + B_{\mathrm{imp}}(x_{t+1} - x_t) + c_{\mathrm{imp},t} \quad (t = 0, 1, \ldots, T-1)\,,$$

ahol feltesszük, hogy a tervezési periódus kezdeti kibocsátási szintje, vagyis x_0 ismert vektor.



2. ábra. A dinamikus input-output modell anyagáramlási ábrája

Amint látható, a statikus modell végső fogyasztása (a korábbi c vektor) szétbomlik egy adott időszakban tőkefelhalmozására (a $B(x_{t+1} - x_t)$ vektor) és végső fogyasztásra (c_t vektor). Feltételezzük, hogy a tervezési időhorizont hossza T, valamint a beruházási mátrix a hazai termelésű és importált termékekre is ismert, amit a B és B_{imp} mátrixokkal jelölünk. A továbbiakban feltételezzük még, hogy a gazdaságunk B tőkemátrixa nemszinguláris, vagyis invertálható. Amennyiben mégis szinguláris lenne a tőkemátrixunk, akkor is megoldható lenne expliciten az első egyenletrendszerünk. (Erre az esetre a megoldást Dobos (1987) és Ábel és Dobos (2017) dolgozatok tartalmaznak.) A dolgozat ezen részében a matematikai kezelhetőség kedvéért maradunk a nemszingularitás feltételezésénél. A matematikai pontosság ugyanis ebben az esetben nem tesz lényegesen többet a mondanivaló kibontásához. A t index jelöli az egyes változók és paraméterek időbeliségét. Az így meghatározott gazdaság tranzakciós tábláját a *3. táblázat* mutatja.

Határozzuk meg a dinamikus rendszerünk megoldását expliciten a tőkemátrix inverzének felhasználásával. Ehhez az

$$x_{t+1} = B^{-1}(I - A + B)x_t - B^{-1}c_t - B^{-1}\mathrm{exp}_t \quad (t = 0, 1, \ldots, T-1)$$

dinamikus rendszer megoldását némi türelemmel állíthatjuk elő, ami

$$\begin{aligned} x_t = [B^{-1}(I - A + B)]^t x_0 - \sum_{\tau=0}^{t-1}[B^{-1}(I - A + B)]^{t-\tau} B^{-1} c_\tau - \\ - \sum_{\tau=0}^{t-1}[B^{-1}(I - A + B)]^{t-\tau} B^{-1}\mathrm{exp}_\tau\,. \end{aligned}$$

	Ágazatok	Végső fogyasztás	Tőke-felhalmozás	Export	Végső kibocsátás
Ágazatok	$A\langle x_t\rangle$	c_t	$B\langle x_{t+1} - x_t\rangle$	exp_t	x_t
Import	$A_{\mathrm{imp}}\langle x_t\rangle$	$c_{\mathrm{imp},t}$	$B_{\mathrm{imp}}\langle x_{t+1} - x_t\rangle$	–	imp_t
Hozzáadott érték	v_t	$v_{c,t}$			
Teljes kibocsátás	x_t				
Föld input	$l\langle x_t\rangle$				

3. táblázat. Egy nemzetgazdaság dinamikus input-output (tranzakciós) táblája összevont külkereskedelemmel

Ez a kifejezés a teljes kibocsátást definiálja a kezdeti teljes kibocsátás, és a végső fogyasztás, valamint az export idősorának függvényében. Ha ezt a bonyolult kifejezést behelyettesítjük az importot meghatározó egyenletekbe, akkor az importra az alábbi képletet nyerjük:

$$\begin{aligned} \mathrm{imp}_t &= A_{\mathrm{imp}}x_t + B_{\mathrm{imp}}B^{-1}\left[(I - A)x_t - c_t - \mathrm{exp}_t\right] + c_{\mathrm{imp},t} = \\ &= \left[A_{\mathrm{imp}} + B_{\mathrm{imp}}B^{-1}(I - A)\right]\left[B^{-1}(I - A + B)\right]^t x_0 - \\ &- \left[A_{\mathrm{imp}} + B_{\mathrm{imp}}B^{-1}(I - A)\right]\sum_{\tau=0}^{t-1}\left[B^{-1}(I - A + B)\right]^{t-\tau} B^{-1}c_\tau - \\ &- \left[A_{\mathrm{imp}} + B_{\mathrm{imp}}B^{-1}(I - A)\right]\sum_{\tau=0}^{t-1}\left[B^{-1}(I - A + B)\right]^{t-\tau-1} B^{-1}\mathrm{exp}_\tau - \\ &- B_{\mathrm{imp}}B^{-1}c_t - B_{\mathrm{imp}}B^{-1}\mathrm{exp}_t + c_{\mathrm{imp},t}\,. \end{aligned}$$

Ez utóbbi kifejezés talán bonyolultnak tűnik, azonban a rendelkezésre álló informatikai eszközök segítségével könnyen kiszámítható. Határozzuk most meg a földigényeket.

A nemzetgazdaság földigényének kiszámításánál az egyes periódusok teljes kibocsátását vesszük alapul, mert a végső fogyasztás és az export idősorainak ismeretében a kibocsátások meghatározhatóak. A *hazai termelés* földigénye:

$$\langle l\rangle x_t = \langle l\rangle(I-A)^{-1}B(x_{t+1}-x_t) + \langle l\rangle(I-A)^{-1}c_t + \langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{exp}_t\,.$$

Ugyanakkor a dinamikus *belső felhasználás* a következő képlettel határozható meg:

$$\begin{aligned}\langle l\rangle x_t - \langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{exp}_t + \langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{imp}_t =\\ = \langle l\rangle(I-A)^{-1}B(x_{t+1}-x_t) + \langle l\rangle(I-A)^{-1}c_t + \langle l\rangle(I-A)^{-1}A_{\mathrm{imp}}x_t +\\ + \langle l\rangle(I-A)^{-1}B_{\mathrm{imp}}\big[B^{-1}(I-A)x_t - B^{-1}c_t - B^{-1}\mathrm{exp}_t\big] + \langle l\rangle(I-A)^{-1}c_{\mathrm{imp},t}\,.\end{aligned}$$

A kettőnek a különbsége dönti el, hogy az adott gazdaság földterületet exportál-, vagy importál-e a vizsgált periódusban. A különbség tehát

$$\langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{exp}_t - \langle l\rangle(I-A)^{-1}\mathrm{imp}_t = \langle l\rangle(I-A)^{-1}(\mathrm{exp}_t - \mathrm{imp}_t)\,.$$

Ez utóbbi kifejezésre elvégezhetőek azok a vizsgálatok, amelyeket a statikus esetben megtettünk, itt azt nem ismételjük meg.

4 Az ökológiai lábnyom az egyensúlyi arányos pálya mentén

Vizsgáljuk most a lábnyomot olyan feltételezés mellett, hogy a végső fogyasztások (hazai termelésű és import), valamint az export is azonos ütemben nő, vagyis α százalékkal, ami azt jelenti, hogy

$$c_t = (1+\alpha)^t c_0\,,\quad \mathrm{exp}_t = (1+\alpha)^t\mathrm{exp}_0\,,\quad c_{\mathrm{imp},t} = (1+\alpha)^t c_{\mathrm{imp},0}\,.$$

Ha még azzal a feltételezéssel is élünk, hogy a termelés és az import is ezzel a növekedési ütemmel nő, vagyis $x_t = (1+\alpha)^t x_0$, $\mathrm{imp}_t = (1+\alpha)^t\mathrm{imp}_0$, akkor a dinamikus rendszerünk a következő formában áll elő:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ A_{\mathrm{imp}} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0\end{bmatrix} + \alpha\begin{bmatrix} B & 0 \\ B_{\mathrm{imp}} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_0 + \mathrm{exp}_0 \\ c_{\mathrm{imp},0}\end{bmatrix}.$$

Ebben a modellben azt kérdezzük, hogy milyen fogyasztások és export determinálja a kezdeti teljes kibocsátást és importot. Ehhez az alábbi lineáris egyenletrendszert kell megoldanunk:

$$\begin{bmatrix} I - A - \alpha B & 0 \\ -A_{\mathrm{imp}} - \alpha B_{\mathrm{imp}} & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 + \mathrm{exp}_0 \\ c_{\mathrm{imp},0}\end{bmatrix}.$$

A fenti egyenletrendszer megoldását könnyen előállíthatjuk a bal oldali mátrix invertálásával. A mátrix inverze

$$\begin{bmatrix} I - A - \alpha B & 0 \\ -A_{\mathrm{imp}} - \alpha B_{\mathrm{imp}} & I \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (I - A - \alpha B)^{-1} & 0 \\ (A_{\mathrm{imp}} + \alpha B_{\mathrm{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} & I \end{bmatrix}.$$

Az egyenletrendszer mátrixszal történő átszorzásával a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I - A - \alpha B)^{-1} & 0 \\ (A_{\mathrm{imp}} + \alpha B_{\mathrm{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 + \mathrm{exp}_0 \\ c_{\mathrm{imp},0} \end{bmatrix}.$$

Ekkor a gazdaság lehetséges maximális nemnegatív növekedési pályáját a következő sajátérték-feladat megoldásaként állíthatjuk elő:

$$\frac{1}{\alpha^0} \begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I - A)^{-1} B & 0 \\ A_{\mathrm{imp}}(I - A)B + B_{\mathrm{imp}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{imp}_0 \end{bmatrix}.$$

Ennek a sajátérték-feladatnak a nemnegatív megoldása nem más, mint a hazai gazdaság legkisebb pozitív sajátértéke és a hozzá tartozó sajátvektor, amely a Perron-Frobenius-tételek értelmében nemnegatív. Legyen ez a sajátérték α^0. Ha egy olyan pozitív növekedési ütemet választunk a gazdaságban, amely ennél kisebb, akkor a lineáris egyenletrendszerünknek létezik nemnegatív megoldása. Vizsgáljuk most a földigényt ezen pálya mentén. A hazai termelés földigénye:

$$\langle l \rangle x_0 = \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 + \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} \mathrm{exp}_0 \,.$$

A belső felhasználásé pedig:

$$\begin{gathered} \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 + \langle l \rangle (I - A)^{-1} \mathrm{imp}_0 = \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} c_0 + \\ + \langle l \rangle (I - A)^{-1} (A_{\mathrm{imp}} + \alpha B_{\mathrm{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} (c_0 + \mathrm{exp}_0) + \\ + \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\mathrm{imp},0} \,. \end{gathered}$$

E két kifejezés különbségeként áll elő az ökológiai lábnyom, ami

$$\begin{gathered} \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} \mathrm{exp}_0 - \langle l \rangle (I - A)^{-1} \mathrm{imp}_0 = \langle l \rangle (I - A - \alpha B)^{-1} \mathrm{exp}_0 - \\ - \langle l \rangle (I - A)^{-1} \left[(A_{\mathrm{imp}} + \alpha B_{\mathrm{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} (c_0 + \mathrm{exp}_0) + c_{\mathrm{imp},0} \right]. \end{gathered}$$

Ezt a kifejezést tovább alakíthatjuk az egyes tényezők, azaz az export, a belső fogyasztás és a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek hatásait vizsgálva

$$\begin{gathered} \langle l \rangle \left[I - (I - A)^{-1} (A_{\mathrm{imp}} + \alpha B_{\mathrm{imp}}) \right] (I - A - \alpha B)^{-1} \mathrm{exp}_0 - \\ - \langle l \rangle (I - A)^{-1} (A_{\mathrm{imp}} + \alpha B_{\mathrm{imp}})(I - A - \alpha B)^{-1} c_0 - \langle l \rangle (I - A)^{-1} c_{\mathrm{imp},0} \,. \end{gathered}$$

Annak vizsgálata, hogy milyen növekedési ütem esetén lesz egy ilyen gazdaság önfenntartó, további kutatásokat igényel. Egy ilyen vizsgálat végrehajtásának az adja a nehézségét, hogy az előbbi kifejezés növekedési ütem szerinti deriváltjának előállítása nem egyszerű feladat.

5 Egy numerikus példa

A numerikus példánkhoz alapadatként Bicknell et al. (1998) cikkben szereplő számadatokat használjuk. Ezt az adathalmazt használta Ferng (2001) is dolgozatában a módszere illusztrálásához. Az induló adatainkban a mintagazdaság három szektorból áll. Az információkat a *4. táblázat* tartalmazza. Ezt a táblázatot fogjuk a dinamikus Leontief-modell feltételeinek átalakítani. Ehhez a végső fogyasztást fogjuk (végső) fogyasztásra és tőkefelhalmozásra szétbontani. A tőkefelhalmozást ágazati bontásban szerepeltetjük, amint azt az *5. táblázatban* szemléltetjük.

	Mezőgazdaság	Ipar	Kereskedelem	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
Mezőgazdaság	45	15	8	55	25	148
Ipar	23	30	42	25	20	140
Kereskedelem	15	25	10	40	5	95
Hozzáadott érték	45	55	30	20		
Mezőgazdasági import	5	5	0	7		17
Ipari import	15	8	5	3		31
Kereskedelmi import	0	2	0	0		2
Teljes kibocsátás	148	140	95			
Földterület (ha)	14.000	2.000	100			

4. táblázat. A 3 × 3-as mintagazdaság input-output táblája

	Mezőgazdasági	Ipari	Kereskedelmi	Mezőgazdasági	Ipari	Kereskedelmi	Végső fogyasztás	Export	Teljes kibocsátás, import
	felhasználás			tőkefelhalmozás					
Mezőgazdaság	45	15	8	15	10	5	25	25	148
Ipar	23	30	42	4	7	1	13	20	140
Kereskedelem	15	25	10	0	0	0	40	5	95
Hozzáadott ért.	45	55	30						
Mg.-i import	5	5	0	1	2	0	4		17
Ipari import	15	8	5	1	1	0	1		31
Ker.-i import	0	2	0	0	0	0	2		2
Telj. kibocsátás	148	140	95						
Földterület (ha)	14.000	2.000	100						

5. táblázat. A 3 × 3-as mintagazdaság input-output táblája tőkefelhalmozással

Jelöléseinket alkalmazva az A és A_{imp} mátrixokat az alábbi módon számíthatjuk ki, ahol x_0 és imp_0 vektorok a teljes kibocsátás és az import vektorokat jelöli:

$$A = X\langle x_0\rangle^{-1} = \begin{bmatrix} 45 & 15 & 8 \\ 23 & 30 & 42 \\ 15 & 25 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 0{,}304 & 0{,}107 & 0{,}084 \\ 0{,}155 & 0{,}214 & 0{,}422 \\ 0{,}101 & 0{,}179 & 0{,}105 \end{bmatrix}$$

és

$$A_{\mathrm{imp}} = X_{\mathrm{imp}}\langle x_0\rangle^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 \\ 15 & 8 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx \begin{bmatrix} 0{,}304 & 0{,}036 & 0 \\ 0{,}101 & 0{,}057 & 0{,}053 \\ 0 & 0{,}014 & 0 \end{bmatrix}$$

A B és B_{imp} mátrixok kiszámításához abból a feltételezésből indulunk ki, hogy a gazdaság minden szektora öt százalékkal növekszik, és a felhalmozás ennek megfelelően alakul. Jelöljük Y és Y_{imp} mátrixokkal a felhalmozási szükségleteket, amelyek az 5. táblázatban is szerepelnek. Ekkor a tőkemátrixokat az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$B = Y\langle x_1 - x_0\rangle^{-1} = \frac{1}{\alpha}Y\langle x_0\rangle^{-1} = \frac{1}{0{,}05}\begin{bmatrix} 15 & 10 & 5 \\ 4 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 2{,}027 & 1{,}429 & 1{,}053 \\ 0{,}541 & 1 & 0{,}211 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

és

$$B_{\mathrm{imp}} = Y_{\mathrm{imp}}\langle x_1 - x_0\rangle^{-1} = \frac{1}{\alpha}Y_{\mathrm{imp}}\langle x_0\rangle^{-1} = \frac{1}{0{,}05}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 148 & 0 & 0 \\ 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 95 \end{bmatrix}^{-1} \approx$$

$$\approx \begin{bmatrix} 0{,}135 & 0{,}286 & 0 \\ 0{,}135 & 0{,}143 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ennek ismeretében az egyensúlyi arányos pályát meghatározhatjuk, amennyiben 5 százalékos növekedést tételezünk fel. Tegyük fel, hogy a tervezési időhorizont 3 időszak.

A megoldáshoz az export, a végső fogyasztás és a fogyasztáshoz közvetlenül felhasznált import ismeretét feltételezve juthatunk el, azokat exogén paramétereknek feltételezve. A paramétereket a *6. táblázat* tartalmazza.

A tervezési periódusban a teljes kibocsátás és az import a *7. táblázat* szerint alakul.

	0. időszak	1. időszak	2. időszak	3. időszak
		Végső fogyasztás		
Mezőgazdaság	25	26,25	27,563	28,941
Ipar	13	13,65	14,333	15,049
Kereskedelem	40	42	44,1	46,305
		Export		
Mezőgazdaság	25	26,25	27,563	28,941
Ipar	20	21	22,05	23,153
Kereskedelem	5	5,25	5,513	5,788
		Fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek		
Mezőgazdaság	4	4,2	4,41	4,631
Ipar	1	1,05	1,103	1,158
Kereskedelem	0	0	0	0

6. táblázat. A végső fogyasztás, az export és a fogyasztáshoz közvetlenül importált termékek vektorai a tervezési időhorizonton ágazatonként (exogén paraméterek)

	0. időszak	1. időszak	2. időszak	3. időszak
		Teljes kibocsátás		
Mezőgazdaság	148	155,4	163,17	171,329
Ipar	140	147	154,35	162,068
Kereskedelem	95	99,75	104,738	109,974
		Import		
Mezőgazdaság	17	17,85	18,743	19,68
Ipar	31	32,55	34,178	35,886
Kereskedelem	2	2,1	2,205	2,315

7. táblázat. A teljes kibocsátás és import vektorai a tervezési időhorizonton, ágazatonként (endogén változók)

A 6. és 7. táblázat segítségével, valamint a teljes kibocsátás esetén a fajlagos területigény, míg az import és az export esetén a földszorzó segítségével meghatározható az ágazatok földfelhasználása.

Azonnal látszik, hogy mintagazdaságunkban a hazai felhasználás és az import földigénye minden periódusban nagyobb, mint a rendelkezésre álló földterület, azaz a teljes hazai felhasználás nagyobb, mint a teljes kibocsátás és az import földigényének az összege.

	0. időszak	1. időszak	2. időszak	3. időszak
		A teljes kibocsátás hazai földigénye		
Mezőgazdaság	13999,32	14699,29	15434,25	16205,96
Ipar	2000,6	2100,63	2205,662	2315,945
Kereskedelem	99,75	104,738	109,974	115,473
Összesen	16100	16905	17750	18637
		Az import földigénye		
Mezőgazdaság	3329,28	3495,744	3670,531	3854,058
Ipar	803,29	843,455	885,627	929,909
Kereskedelem	18,37	19,289	20,253	21,266
Összesen	4151	4358	4576	4805
		Az export földigénye		
Mezőgazdaság	2364,75	2482,988	2607,137	2737,494
Ipar	285,8	300,09	315,095	330,849
Kereskedelem	5,25	5,5125	5,788125	6,078
Összesen	2656	2789	2928	3074
		Ökológiai lábnyom		
		(Teljes kibocsátás + Import − Export földigényei)		
	17595	18475	19398	20368

8. táblázat. Az ágazatok szerinti földfelhasználás és a dinamikus lábnyom a tervezési periódusban

6 Összefoglalás

A dolgozatban az ökológiai lábnyom meghatározása volt a vizsgálat középpontjában a Leontief-féle dinamikus input-output modellel. Bemutatásra került, hogy ezzel a módszerrel jól leírhatóak a végső fogyasztás és az export lábnyomra gyakorolt hatásai.

Megmutattuk azt is, hogy általánosan is lehetne kezelni a különböző nemzetgazdaságokból érkező importot a lábnyom számításához, azonban ez óriási számítási igénnyel járna, mert minden érintett nemzetgazdaság technikai együtthatóit ismerni kellene. A más szerzők által is tett feltételezés azon alapszik, hogy minden gazdaság fajlagos területigénye, és a technológiai mátrixa is megegyezik.

További kutatásokat igényelne, hogy az adott modellen belül a fogyasztás és a tőkefelhalmozás strukturális változása milyen hatással lehet a földigényekre, valamint az is, hogy e két aggregátum eltérő növekedési üteme milyen ökológiai változásokat generál ebben a dinamikus Leontief-modellben. Egy következő kutatási fázisban a bemutatott modell működőképességet lehetne tesztelni pl. a magyar gazdaság adatain.

Köszönetnyilvánítás

A szerző köszöni az OTKA K 116472 támogatását.

Irodalom

1. Ábel, I., Dobos, I. (2017): Singularity in the Discrete Dynamic Leontief Model, *Periodica Polytechnica Social and Management Sciences*, 25:158–164.
2. Bicknell, K. B., Ball, R. J., Cullen, R., Bigsby, H. R. (1998): New methodology for the ecological footprint with an application to the New Zealand economy, *Ecological Economics*, 27:149-160.
3. Dobos, I. (1987): A dinamikus Leontief-modell rekurzivitása, *Szigma*, 20:269–285.
4. Dobos, I. (2018): Megjegyzés az ökológiai lábnyom számítása input-output modellel való számításához, *Alkalmazott Matematikai Lapok*, közlésre elfogadva.
5. Ferng, J.-J. (2001): Using composition of land multiplier to estimate ecological footprints associated with production activity, *Ecological Economics*, 37:159–172.
6. Haberl, H., Erb, K.-H. Krausmann, F. (2001): How to calculate and interpret ecological footprints for long periods of time: the case of Austria 1926–1995, *Ecological Economics*, 38:25–45.
7. Leontief, W. (1977): *Terv és gazdaság* (fordította: Bródy A.), Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
8. Lenzen, M., Wiedmann, T., Foran, B., Dey, C., Widmer-Cooper, A., Williams, M., Ohlemüller, R. (2007): Forecasting the Ecological Footprint of Nations: A Blueprint for a Dynamic Approach. ISA Research Report 07-01, May 2007. The University of Sydney, Stockholm Environment Institute, University of York.
9. Miller, R. E., Blair, P. D. (2009): *Input-output analysis: Foundations and extensions*, 2nd ed., Cambridge University Press, Cambridge et al.
10. Rees, W. E. (1992): Ecological footprints and appropriated carrying capacity: What urban economics leave out, *Environment and Urbanization*, 4:120–130.
11. Wackernagel, M., Rees, W. E. (1996): *Our ecological footprint: Reducing human impact on the Earth*, New Society Publishers, Gabriola Island, BC.

12. Wackernagel, M., Monfredaa C., Erb, K.-H., Haberl, H., Schulz, N. B. (2004): Ecological footprint time series of Austria, the Philippines,and South Korea for 1961–1999: comparing the conventional approach to an 'actual land area' approach, *Land Use Policy*, 21:261–269.
13. Zalai, E. (2012): *Matematikai közgazdaságtan II.: Többszektoros modellek és makrogazdasági elemzések*, Akadémiai Kiadó, Budapest.

CALCULATION OF DYNAMIC ECOLOGICAL FOOTPRINT WITH INPUT-OUTPUT MODEL

The ecological and other footprint calculations are very popular for ecological economists. This paper investigates a method to calculate ecological footprint, namely the input-output model developed by Wassily Leontief. The author has analyzed and criticized the static ecological footprint calculation in a former paper offered a new method to determine a right ecological footprint. This paper extends the static footprint calculation with separation of final use into final consumption, capital accumulation, and investments. In this dynamized form the dynamic Leontief model can be used to calculate the dynamic ecological footprint. The extended methodology allows to determine other footprints, such as carbon or water footprints.

Keywords: Ecological Footprint, Dynamic Leontief Model, Balanced Growth Path