

NŐK40 ÉS A REÁLBERROBBANÁS¹

SIMONOVITS ANDRÁS

MTA KRRTK Közgazdaság-tudományi Intézet, BME Matematikai Intézet

A Nők40 program 2011 óta minden magyar nőnek, aki legalább 40 évnyi jogviszonyt szerzett, lehetővé teszi, hogy az általános korhatár elérése előtt csökkentés nélküli nyugdíjjal vonuljon vissza. Mérsékelt átlagos reálbér-növekedési ütem és pesszimista várakozások esetén érdemes ezt a lehetőséget maximálisan kihasználni, de gyorsabb növekedés és pontos előrelátás esetén nem.

Kulcsszavak: tb-nyugdíj, Nők40, optimális nyugdíjba vonulási kor. *JEL szám:* H55.

1 Bevezetés

A Nők40 program Magyarországon 2011 óta érvényes: minden nő, akinek legalább 40 éves jogviszonya van, életkorától függetlenül, az általános nyugdíjkorhatár elérése előtt bármikor nyugdíjba mehet – csökkentés nélküli nyugdíjjal. Ezt a rendszert a kormány a családpárti nyugdíjpolitika vívmányának tekinti, és folyamatosan propagálja. Korábban munkatársaimmal (*Czeplédi és szerzőtársai* [2016]) és egyedül (*Simonovits* [2018a]) azért bíráltuk e rendszert, mert méltánytalanul kedvezményt nyújt egy jelentős kisebbségnek, miközben önkényesen büntet másokat.

Gál Róbert Iván megjegyzésén túl az utóbbi évek jelentős reálbér-növekedései döbentettek rá arra, hogy a bírálatunk alapjául szolgáló modellek eltekintettek a valorizáció egyre fontosabb ellenhatásától. Például egy 2016-ban 40 éves jog- és munkaviszonnyal visszavonuló, mindig átlagosan kereső 60 éves nő – ha a kieső munkajövedelmét éppen kiegyensúlyozza a többlet szabadidő – jobban tette volna, ha még vár 3 évet, és a 28 százalékkal nagyobb reálbérhez adódó 7,5 százalékos járadékszorzót is kihasználva menne nyugdíjba. Bár 20 év helyett csak 17 évig kapná a 37 százalékkal nagyobb évi nyugdíjat, tömegében sokkal többet kapna. Ez nem módosít azonban korábbi kritikánk azon részén, hogy az egyébként merev korhatárt épp elérő 63 évesen és 39 éves jogviszonnyal nyugdíjba vonuló nő (és férfit) további méltánytalanság ér a Nők40-nel.

Az alapmodellben (2. szakasz) tökéletes előrelátást feltételezve évről évre kiszámítjuk a Nők40-beli optimális nyugdíjba vonulási életkort. Kiemeljük, hogy változó reálbér növekedési ütem mellett az optimális életkor is évről évre

¹Köszönetem fejezem ki Gerencsér Lászlónak, az ONYF egykori fősztályvezetőjének és egy névtelen lektornak értékes tanácsaikért. Köszönetet mondok az NKF K 129 078 számú pályázati támogatásért. E-mail: simonovits.andras@krtk.mta.hu. Beérkezett: 2018. december 10.

változhat: nőhet is, csökkenhet is. Pontosabb következtetések levonásához figyelembe kell vennünk a mellékszabályokat (3. szakasz): például a 2013 és 2015 közti túlindexálást és a 2017–2018-as nyugdíjprémiumot, valamint az Erzsébet-utalványt. (Az első beépül a már megállapított nyugdíjba, a második és a harmadik nem.) 2011-ben érdemes halasztani 1 évet, 2013-ban viszont a 3-éves halasztás helyett azonnal célszerű kiugrani.

Foglalkoznunk kell a tökéletlen előrelátás következményeivel is (4. szakasz) és az átlagosnál rövidebb és a hosszabb várható élettartammal is (5. szakasz). A következtetéseket a cikk főrészének a végére tesszük (6. szakasz). Végül a Függelékben egy olyan minimodellet elemzünk, amelyben a reálbér növekedési üteme állandó és az idő folytonos. Ekkor 3 és 4 százalékos reálnövekedés esetén 1, illetve 4 évvel érdemes tovább dolgozni, mint muszáj lenne.

A korábbi irodalomból megemlítjük, hogy *Simonovits* [2018a] egy hagyományos optimalizálási modellben már vizsgálta a kérdést, és szerény (2 százalékos) reálbér-növekedés mellett is megmutatta, hogy még a Nők40-ben is érdemes lehet 1 évvel halasztani a visszavonulást. *Simonovits* [2018c] az árindexált nyugdíjak problémáit taglalva, jegyezte meg, hogy az árindexálásnál évjáraty szempontból méltányosabb bérindexálás előrehozza az optimális nyugdíjba vonulás időpontját.

2 Alapmodell

Legyen a naptári év indexe t , az azévi nettó kereset reálértéke v_t , ahol t_0 -ban rögzítjük az árszintet. Föltesszük, hogy hősnőnk mindenkor az éves átlagos bért kereste, jogviszonya megegyezett a munkaviszonyával, és t -ben éppen elérte a minimálisan előírt $S = 40$ évet. Életkora jóval alacsonyabb, mint az általános nyugdíjkorhatár: R_t , amely 2013-ban 62, 2016-ban 63, 2019-ben 64 és 2022-ben 65 év. (A valóságban a köztes éveken előbb a tavasszal, majd az ősszel születettek nyugdíjkorhatára emelkedik fél évvel. És ha egy Marsról jött nő mondjuk 2013-ban elérte a 62 éves általános korhatárt, de csak 2016-ban ment nyugdíjba, akkor az itt nem vizsgált bónusza nem az emelt 63 év fölötti korra, hanem az egykori 62 évre vonatkozna.) 40 és 50 évi szolgálati idő között az éves járadékszorzó $\delta = 0,02$. Tegyük föl, hogy Q éves korában kezdett el dolgozni, tehát t -ben $Q + S$ éves volt. Ha azonnal nyugdíjba megy, akkor kezdőnyugdíja reálértékben

$$b_t = \delta S v_{t-1}, \quad Q + S < R_t, \quad (1)$$

ahol v_{t-1} a $t - 1$ -edik év átlagos nettó reálbére.

Egyelőre feltesszük, hogy nincs túlindexálás és nyugdíjprémium (lásd 3. szakasz), ezért reálértékben ez a nyugdíj marad élete végéig. Ebben a szakaszban még nem teszünk különbséget kezdő és már megállapított nyugdíj között.

Tegyük föl, hogy hősnőnk nem megy azonnal nyugdíjba, hanem tovább dolgozik $s = 1, 2$ és 3 évvel, de még mindig nem éri el a számára rögzített korhatárt, tehát nem kap bónuszt. Ekkor $-v_{t+s-1}$ -gyel jelölve a $t + s - 1$ -edik

év nettó átlagbérét – az emelt nyugdíja

$$b_{s,t} = \delta(S + s)v_{t+s-1}, \quad Q + S + s < R_t, \quad s = 0, 1, 2, 3. \quad (2)$$

Tegyük föl, hogy hősnőnk nem hal meg a $t+3$ -adik évig, és várható értékben T évet él még, azaz a $t+T-1$ -edik év végén hal meg. Döntésének a maradék életpályára kiterjedő következményeit legegyszerűbben a nyugdíjazása és halála között kapott reálnyugdíjai tömege méri:

$$B_{t,s} = (T - s)b_{s,t}. \quad (3)$$

Behelyettesítve (3)-ba (2)-t:

$$B_{t,s} = (T - s)\delta(S + s)v_{t+s-1}. \quad (4)$$

Feltesszük, hogy hősnőnk célja a reálnyugdíj-tömeg maximalizálása. (Szokásosabb, de jóval kevésbé áttekinthető a *Simonovits* [2018a] által is vizsgált életpálya-hasznosságfüggvény maximalizálása.) Ekkor az optimális halasztást $B_{t,s^o} > B_{t,s}$, $s \neq s^o$ definiálja. Felhasználva (4)-et, adódik az

1. tétel. *Mindentudó hősnőnk arra az évre halasztja nyugdíjba vonulását, amelyre*

$$(T - s^o)\delta(S + s^o)v_{t+s^o-1} > (T - s)\delta(S + s)v_{t+s-1}, \quad s^o \neq s; \quad Q + S + s^o < R_t.$$

Az 1. táblázat bemutatja a 2010-hez viszonyított nettó reálbérek idősorát. A 2011 és 2018 közötti nettó reálbér-növekedés ma már ismert, és feltesszük, hogy 2019-ben már csak 6, aztán meg 4 százalék lesz. (Más kérdés, hogy *Dedák* [2018] és *Oblath* [2018a, b] szerint a tényleges reálbér-növekedési dinamika jóval mérsékeltabb volt, de a tényleges valorizálás az itt közölt adatokon alapult.)

Év	Nettó reálbér	Év	Nettó reálbér
t	v_t	t	v_t
2010	1,000	2016	1,179
2011	1,024	2017	1,299
2012	0,989	2018	1,403
2013	1,020	2019	1,487*
2014	1,052	2020	1,547*
2015	1,098	2021	1,609*

Megjegyzés. A *-gal jelölt évek saját előrejelzésem. $v_{2010} = 132,6$ ezer forint.

1. táblázat. Nettó reálbérek idősora, 2010–2021

Simonovits [2018a] bemutatta, hogy 2015-ben milyen kevesen dolgoztak tovább a Nők40-esek közül. Itt most elméletileg vizsgáljuk, hogy milyen években jártak jól a túldolgozók.

$T = 20$ évnyi nyugdíjban töltött év és $\delta = 0,02$ járadékszorzó alapján kiszámítható a 2. táblázat 3. és 4. oszlopa: a $b_{s,t}$ nyugdíj és a $B_{t,s}$ nyugdíjtömeg alakulását, és minden blokkban dőlti a maximális nyugdíjtömeget. (Az 5. oszlop a később bemutatandó mellékhatásokat is figyelembe veszi.) 2011-ben és 2012-ben a Nők40 program azonnali igénybe vétele valóban optimális volt, de 2013-tól már érdemes lett volna 3 évet rádolgozni.

Legkorábbi év	Halasztás év	Kezdő	Tisztán összes reál nyugdíj	Mellékhatásokkal $\tilde{B}_{s,t}$
t	s	$b_{s,t}$	$B_{s,t}$	
2011	0	0,800	16,0	19,4
	1	0,840	16,0	19,5
	2	0,831	15,0	17,9
	3	0,877	14,9	17,5
2012	0	0,819	16,4	20,1
	1	0,811	15,4	18,5
	2	0,857	15,4	18,2
	3	0,905	15,4	18,0
2013	0	0,791	15,8	19,1
	1	0,836	15,9	18,9
	2	0,884	15,9	18,6
	3	0,944	16,0	18,5
2014	0	0,816	16,3	18,5
	1	0,863	16,4	19,3
	2	0,922	16,6	19,2
	3	1,014	17,2	19,8
2015	0	0,842	16,8	19,9
	1	0,900	17,1	19,9
	2	0,990	17,8	20,5
	3	1,117	19,0	21,6
2016	0	0,878	17,6	20,5
	1	0,967	18,4	21,2
	2	1,091	19,6	22,4
	3	1,207	20,5	23,3
2017	0	0,943	18,9	21,9
	1	1,065	20,2	23,2
	2	1,179	21,2	24,1
	3	1,279	21,7	24,6
2018	0	1,039	20,8	23,9
	1	1,151	21,9	24,9
	2	1,249	22,5	25,4
	3	1,330	22,6	25,5

Megjegyzés. Minden nyugdíjszám a 2010. évi átlagos nettóbérben van kifejezve.

2. táblázat. Mennyire érdemes halasztani a Nők40-et tisztán és mellékhatásokkal?

3 Túlindexálás és nyugdíjprémium

Eddig eltekintettünk a mellékszabályok hatásától. Érdemes azonban figyelembe venni őket. Ismert, hogy 2013 és 2016 között a magyar kormányzat minden évben több százalékponttal túlbecsülte az inflációt, és ezért a már megállapított nyugdíjak reálértéke rendre 3,4 (2013), 2,6 (2014), 1,9 (2015) és 1,9 (2016) százalékkal nőtt, s ezek az emelések beépültek a további emelések alapjául szolgáló nyugdíjakba. Emellett az Erzsébet-utalvány és a nyugdíjprémium az átlagos nyugdíjra vetítve 2017-ben 1,5 és 2018-ben 1,9 százalékkal emelte a nyugdíjakat az adott évben – ezek a kiegészítések viszont *nem* épültek be a nyugdíjakba. Önkényesen feltesszük, hogy 2019-től nem lesz mód nyugdíjprémium fizetésére, de az évi 10 ezer forintos Erzsébet-utalványt a mindenkori havi átlagnyugdíj 1 százalékára emelik, például 2019-re már 13

ezer forintra. Itt a valóságban élesen megjelenik a kereseti pálya eddig elhanyagolt eltérése az átlagtól: az átlag többszörösét kereső szerencséseknél alig számítanak a be nem épülő juttatások, az átlag töredékét keresőknél viszont nyomatékosan számítanak. E kérdések vizsgálata meghaladja a cikk kereteit.

Ekkor a t -edik évben indítható, de csak s évvel később induló nyugdíjak folytatásának reálértéke évről évre változik, emiatt kettő helyett három alsó indexre lesz szükségünk, a 3. index a nyugdíjazás óta eltelt évek száma: u . A kezdő nyugdíj (2) képlete marad érvényben: $b_{s,t,0}$, a folytatott $b_{s,t,u}$ nyugdíjat viszont a túlindexálási k_t tényező és az egyszerű m_t kiegészítés módosítja:

$$b_{s,t,0} = \delta(S + s)v_{t+s-1}, \quad (2)$$

és

$$b_{s,t,u} = b_{s,t,u-1}k_{t+s+u} + m_{t+s+u}, \quad u = 1, 2, \dots, T - s - 1. \quad (\tilde{2})$$

A nyugdíjtömeg kiszámítása is bonyolultabbá válik:

$$\tilde{B}_{t,s} = \sum_{u=0}^{T-1-s} b_{t,s,u}. \quad (\tilde{3})$$

Az új nyugdíjtömegek a 2. táblázat utolsó, 5. oszlopában kapnak helyet. Felhívjuk a figyelmet a mellékszabályok hosszú távú hatására. Például a 2011-es évben azonnal nyugdíjba vonuló nő nyugdíjtömegét a mellékszabályok annak ellenére emelik 3,4 egységgel, hogy sem 2011-ben, sem 2012-ben nem volt hatása a mellékszabályoknak. Érdekes változásokat figyelhetünk meg: például a mellékhatások figyelembe vételével 2011-ben megnyíló lehetőséget érdemes volt 1 évvel elhalasztani, 2012-ben és 2013-ban viszont nem volt érdemes 3 évvel halasztani, azonnal célszerű volt nyugdíjba menni. Aztán 2014-től megint a maximális halasztás lett optimális.

4 Hiányos előrelátás

Eddig feltettük, hogy a dolgozó pontosan látja előre a nettó reálbér-dinamikát és a mellékszabályokat. Mindkét feltevés azonban gyenge lábakon áll. Félretéve a mellékszabályok hatását, érdemes megnézni, mi történik, ha a bérdinamika tökéletesen előrelátását elvetjük. Rögzített t nyitóévre dinamikus időinkonzisztencia léphet föl, azaz később megbánhatjuk, amit korábban tettünk.

Tegyük föl, hogy hősönök már s évet rádolgozott a 40 évre ($s = 0, 1, 2$), és múltként ismeri a $v_{t-1}, \dots, v_{t+s-1}$ értékét is, azaz a kihagyott $b_{t,0}, \dots, b_{t,s}$ nyugdíjakat, amelyeket $T, \dots, T - s$ évig kapna, sőt ismeri a

$$b_{t,s+1} = \delta(S + s + 1)v_{t+s} \quad (5)$$

értéket. De még nem ismeri az esetleges további értékeket.

Egyelőre rövidre zárjuk az elemzést, és feltesszük, hogy hősönök mindig csak egy évre gondol előre, és kiszámítja az új nyugdíjtömeget:

$$B_{t,s+1} = (T - s - 1)b_{t,s+1}.$$

Egyszerű a választás: a $t + s$ -edik évben a dolgozó (t, s) helyett pontosan akkor választja $(t, s + 1)$ -t, ha

$$B_{t,s+1} > B_{t,s}, \quad \text{azaz} \quad (T - s - 1)b_{t,s+1} > (T - s)b_{t,s}. \quad (6)$$

Figyelembe véve (5)-öt, (6) ekvivalens

$$(T - s - 1)(S + s + 1)v_{t+s} > (T - s)(S + s)v_{t+s-1}$$

-gyel. Felhasználva, hogy $v_{t+s} = g_{t+s}v_{t+s-1}$, – ahol g_{t+s} a $t + s$ -edik évi nettó reálbér növekedési együtthatója – egyenlőtlenségünk egyszerűsíthető:

$$(T - s - 1)(S + s + 1)g_{t+s} > (T - s)(S + s). \quad (7)$$

Ha viszont egyszer nyugdíjba vonul hősnőnk, akkor nem módosíthatja döntését.

Eljutottunk a következő tételhez:

2. tétel. *Egyéves előrelátás esetén a női dolgozó addig halasztja a nyugdíjba vonulást, amíg fennáll (7) vagy $s = 3$.*

Visszatérve a 2. táblázat 4. oszlopához, látható, hogy a konkrét paraméterértékeink mellett a naiv eljárás ugyanazt adja, mint az előrelátó. Ez azonban általában nem igaz.

5 Rövid és hosszú élettartam

Eddig a legkorábbi nyugdíjazáskor átlagos várható élettartammal számoltunk, most megvizsgáljuk, hogyan változnak eredményeink, ha az átlagnál rövidebb ($T = 15$ éves) és hosszabb ($T = 25$ éves) várható élettartammal számolunk, és a szereplőknek viszonylag pontos elképzeléseik vannak saját várható élettartamukról. Egyszerűség kedvéért továbbra is a mellékhatások nélküli esetet mérlegeljük.

Azt sejtjük, hogy rövidebb élettartamnál rövidül az optimális életkor, hosszabbnál pedig hosszabbodik. Esetünkben azonban az élettartam hosszának a hatása az optimumra mérsékelt, mert általában sarokoptimumokat érint: 40 évnél rövidebb jogviszonnal nem lehet nyugdíjba menni, 44 éves jogviszony viszont elhanyagolhatóan ritka. A rövid élettartam esetén 2015-ig bezárólag az azonnali nyugdíjba vonulás az optimális, aztán pedig az 1–3 éves halasztás. A hosszú élettartam esetén 2011-ben az 1 éves halasztás, 2012-ben az azonnali nyugdíjba vonulás az optimális, aztán pedig a 3 éves halasztás.

Legkorábbi év t	Halasztás év s	Rövid várható élettartam összes reál nyugdíj $B_{s,t}^{15}$	Hosszú várható élettartam $B_{s,t}^{25}$
2011	0	12,0	20,0
	1	11,8	20,2
	2	10,8	19,1
	3	10,5	19,3
2012	0	12,3	20,5
	1	11,3	19,5
	2	11,1	19,7
	3	10,9	19,9
2013	0	11,9	19,8
	1	11,7	20,1
	2	11,5	20,3
	3	11,3	20,8
2014	0	12,2	20,4
	1	12,1	20,7
	2	12,0	21,2
	3	12,2	22,3
2015	0	12,6	21,0
	1	12,6	21,6
	2	12,9	22,8
	3	13,4	24,6
2016	0	13,2	22,0
	1	13,5	23,2
	2	14,2	25,1
	3	14,5	26,5
2017	0	14,1	23,6
	1	14,9	25,6
	2	15,3	27,1
	3	15,4	28,1
2018	0	15,6	26,0
	1	16,1	27,6
	2	16,2	28,7
	3	16,0	29,3

3. táblázat. Mennyire érdemes halasztani a Nők40-et rövid és hosszú várható élettartam esetén?

6 Következtetések

Ebben a dolgozatban körüljártuk a Nők40-ben kínált azonnali nyugdíjba vonulás optimalitását. Az alapmodellben feltettük, hogy a nyugdíjazás előtt álló dolgozók előre látják a következő évek reálbér-alakulását, és úgy döntenek nyugdíjba vonulásuk idejéről, hogy várható nyugdíj-bértömegük reálértékét maximalizálják. Kiderül, hogy gyors reálbér-növekedés esetén érdemes 1-2-3 évvel elhalasztani a nyugdíjba vonulás idejét. A mellékszabályok és a pontatlan előrelátás miatt azonban a halasztás optimuma változhat: csökkenhet is, nőhet is.

Ebben a dolgozatban mindvégig feltettük, hogy a nyugdíjba vonuláshoz közeledők értik a nyugdíjszabályokat, különösen a valorizálást. Személyes

tapasztalataim alapján bátran állíthatom, hogy ez nagyon heroikus feltevés (vö. *Simonovits* [2015]). Sok, egyébként kiváló közgazdász is azt hiszi, hogy a valorizálás az infláción és nem a reálbér-dinamikán alapul (*Simonovits* [2018c]). De még a magyar kormány, amikor 2011-ben a kötelező magánnyugdíj-pénztárból visszalépőknek visszaadta a keletkezett reálhozamot, azt az érzést erősítette a társadalomban, hogy a tb-nyugdíjrendszerben nincs reálhozam. Mit várhatunk egy átlag magyar állampolgártól? Ennek vizsgálata azonban egy további cikk feladata.

Irodalom

1. Czeglédi T., Simonovits A., Szabó E., Tir M. [2016]: Nyugdíjba vonulási szabályok Magyarországon: nyertesek és vesztesek, *Közgazdasági Szemle*, 63, 1261–1288.
2. Dedák I. [2018]: [www.portfolio/gazdasag/munkaugy/a nagy magyar berrobbanas](http://www.portfolio/gazdasag/munkaugy/a_nagy_magyar_berrobbanas), szeptember 3.
3. Oblath G. [2018a]: www.mta.krtk.kti-blog: A magyarországi bér-paradoxon. Mennyivel nőttek a hazai reálbérek 2010 és 2017 között?
4. Oblath G. [2018b]: Körkérdés a bérfelzárkóztatás hatásairól, *Külgazdaság*, 62, 61–70.
5. Simonovits A. [2015]: Hogyan hat a nyugdíjszabályok hiányos ismerete a dolgozók döntéseire? *Közgazdasági Szemle*, 62, 263–283.
6. Simonovits A. [2018a]: Merevség és rugalmasság a magyar nyugdíjrendszerben, *Sigma*, 59, 1–10.
7. Simonovits A. [2018b]: Hogyan tervezzük a nyugdíjjáradék-függvényt, ha a halandóság a kereset csökkenő függvénye? *Közgazdasági Szemle*, 65, 831–846.
8. Simonovits A. [2018c]: Miért kell a nyugdíjvalorizálást és -indexálást a pontrendszerrel felváltani? *Közgazdasági Szemle*, 65, 903–922.

Függelék. Egy analitikus példa

A fenti modellek, még az alapmodell is túl bonyolultak ahhoz, hogy analitikusan (papíron, ceruzával) elemezhesük őket. Ebben a függelékben ezért egy olyan minimodellt mutatunk be, amelyben a továbbdolgozás előnye és hátránya viszonylag könnyen tanulmányozható. Lényegében megtartva a korábbi jelöléseket, két drasztikus egyszerűsítéssel élünk: 1) a reálbér növekedési együtthatója állandó; 2) a szolgálati idő és vele együtt a nyugdíjkorhatár folytonos változó. Az 1. feltevés miatt rögzíthetjük a naptári időt: $t = 0$. A 2., folytonossági feltevés a valóságban nem érvényesül: 40 hónap fölött 11 hónapos szolgálati idő után indokolt 1,8 helyett 0 százalékot “hoz”. Az éves, illetve összes nyugdíj képlete $v_0 = 1$ mellett

$$b(0, s) = \delta(S + s)g^{s-1} \tag{F.1}$$

és

$$B(0, s) = (T - s)b(0, s). \quad (F.2)$$

Behelyettesítve (F.1)-et (F.2)-be:

$$B(0, s) = \delta(T - s)(S + s)g^{s-1}. \quad (F.3)$$

Elhagyva δg^{-1} -et, célfüggvényünk egyszerűsödik:

$$f(s) = (T - s)(S + s)g^s = [TS - (S - T)s - s^2]g^s. \quad (F.4)$$

Deriválva (F.4)-et (és a természetes logaritmust \log -gal jelölve):

$$f'(s) = [-(S - T) - 2s]g^s + [TS - (S - T)s - s^2](\log g)g^s. \quad (F.5)$$

Bevezetve a $\gamma = \log g$ jelölést és elhagyva a pozitív g^s szorzót, egy egyszerűbb, de a derivált előjele szempontjából ekvivalens másodfokú függvényt kapunk:

$$h(s) = \gamma TS - (S - T) - [2 + \gamma(S - T)]s - \gamma s^2. \quad (F.6)$$

A közgazdasági korlátok miatt nincs szükség $h(s)$ teljes elemzésére. Elegendő, ha megvizsgáljuk, hogy $h(0) > 0$ vagy sem. A valósággal összhangban feltesszük, hogy a kritikus szolgálati idő hosszabb, mint a nyugdíjban töltött idő: $S > T$. Bevezetjük a logaritmikus növekedési ütem elválasztó értékét, amely reális esetben pozitív:

$$\gamma_0 = \frac{S - T}{ST} > 0, \quad \text{azaz} \quad g_0 = e^{\gamma_0} > 1. \quad (F.7)$$

Kimondhatjuk elemi tételünket:

F.1. tétel a) Ha a reálbér növekedése lassú: $1 \leq g \leq g_0$, akkor a Nők40-et érdemes azonnal kihasználni: $s^0 = 0$.

b) Ha a reálbér növekedése gyors: $g > g_0$, akkor a Nők40 optimális halasztása kielégíti a $h(s^0) = 0$ másodfokú egyenletet.

Megjegyzések. 1. Emléztetünk korábbi feltevésünkre: az így adódó optimális nyugdíjba vonulási kor nem haladja meg az illetőre vonatkozó általános korhatárt, ezért a maximális halasztás 3 év.

2. Könnyen belátható, hogy adott g növekedési együttható esetén a nyugdíjban töltött idővel növekszik (legfeljebb változatlan marad) az optimális halasztás.

Mivel a másodfokú egyenlet megoldóképletének alkalmazása az elemzésben közvetlenül nem sokat segítene, nem is közöljük, helyette bekapcsoljuk a számítógépet. Kiderül, hogy rövid (15 éves) élettartam esetén még 5 százalékos reálbér-növekedés esetén is csak 1 évet érdemes halasztani, hosszú élettartam (25 év) mellett viszont évi 3 százalékos tartós reálbér-növekedés esetén már érdemes maximálisan halasztani a legkorábbi életkorhoz képest.

Növekedési ütem % $100(g - 1)$	Nyugdíjban töltött évek		
	Rövid ($T = 15$)	Közepes ($T = 20$)	Hosszú ($T = 25$)
	o p t i m á l i s h a l a s z t á s (é v)		
	$s(1)$	$s(2)$	$s(3)$
1	0,0	0,0	0,0
2	0,0	0,0	2,1
3	0,0	1,4	3,0
4	0,0	3,0	3,0
5	1,3	3,0	3,0

F.1. táblázat. Növekedés és optimális halasztás, a Nők40-ben

FEMALES40 AND THE EXPLOSION OF REAL WAGES

Since 2011, the program Females40 allows every Hungarian woman, who accumulated at least 40 years of eligibility, to retire before reaching the full retirement age, without suffering any actuarial deduction. For moderate rise in average real wages and pessimistic expectations, it is worth retiring as soon as possible. But for faster growth and precise expectations, it is better to delay retirement.